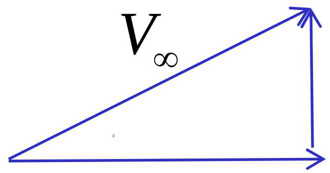
Corso di Progetto generale dei Velivoli
MECCANICA DEL VOLO

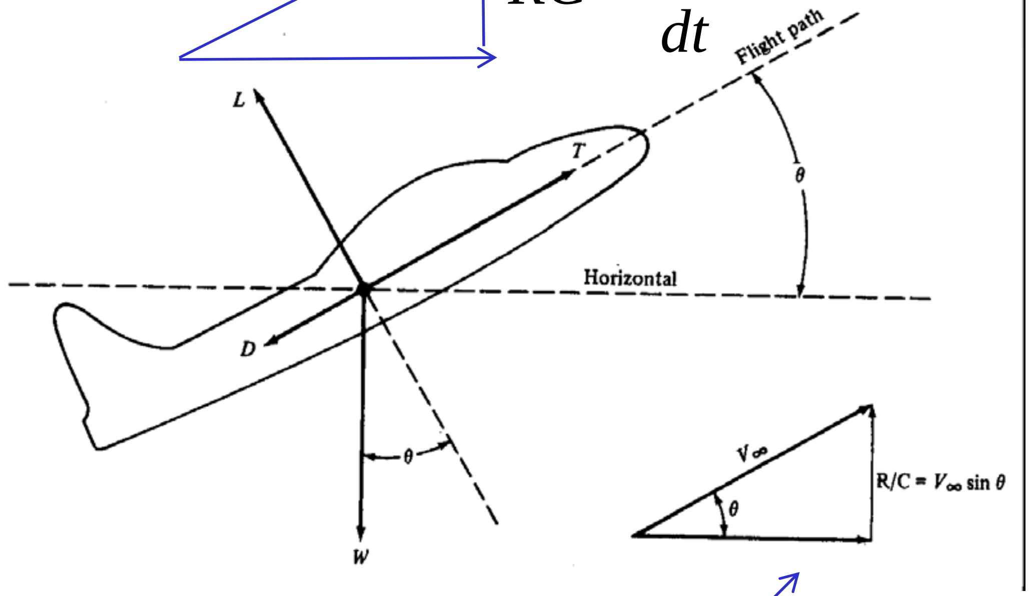
Prestazioni di Salita

Prof. F. Nicolosi

Prestazioni di salita



$$RC = \frac{dh}{dt}$$



$$L = W\cos\theta$$

$$T = D + W\sin\theta$$

$$TV_\infty = DV_\infty + WV_\infty \sin\theta$$

$$\frac{TV_\infty - DV_\infty}{W} = V_\infty \cdot \sin\theta$$

ma $$RC \equiv V_\infty \sin\theta$$

=> $$RC = \frac{TV_\infty - DV_\infty}{W}$$

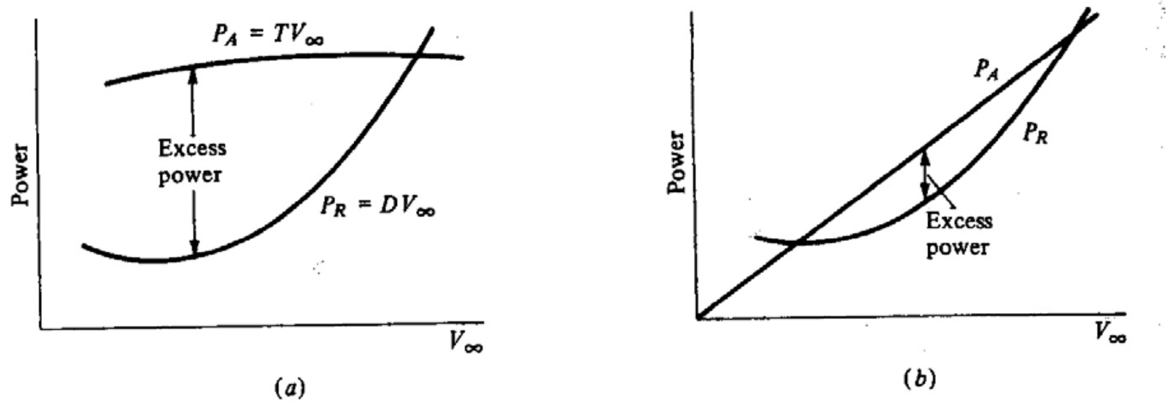
V_∞ È la velocità sulla traiettoria, cioè la velocità impostata dal pilota e che si legge sull'anemometro (solo a quota S/L) in quanto ad altre quote l'anemometro legge la CAS e non la TAS. Viene detta velocità di salita

Quindi il rateo di salita di un velivolo ad una certa velocità dipende dall'eccesso di potenza.

$$RC \equiv V_\infty \sin\theta$$

È il RATEO di salita, cioè la componente verticale, cioè RC=dz/dt

Prestazioni di salita



$$TV_\infty - DV_\infty = \text{ potenza in eccesso}$$

$$RC = \frac{\text{potenza in eccesso}}{W}$$

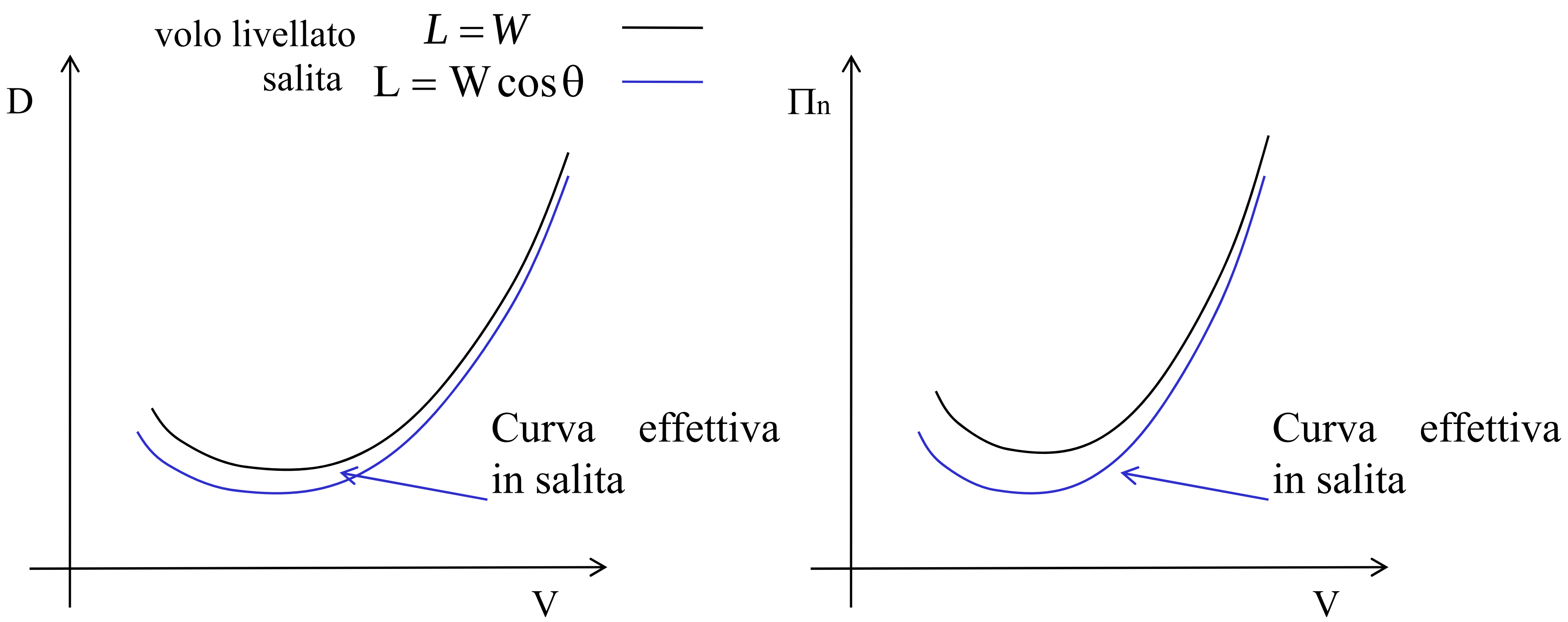
- Le potenze sono assunte pari a quelle in volo livellato
- L'angolo di salita è piccolo , cioè cosθ circa =1, cioè L=W

$$\sin\theta = \frac{T_d - D}{W} \qquad \theta \approx \frac{T_d - D}{W} = \frac{\text{Eccesso di spinta}}{\text{peso}}$$

<u>L'equazione è approssimata</u>

Prestazioni di salita

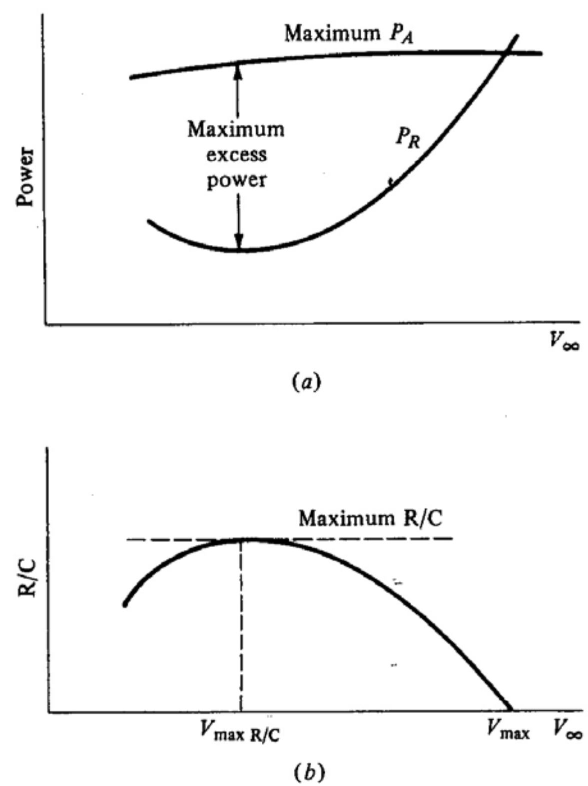
Poiché vale $L = W\cos\theta$ e non L=W Come nel caso del volo livellato
E' come se la curva di resistenza e di potenza necessaria fossero riferite ad un peso inferiore



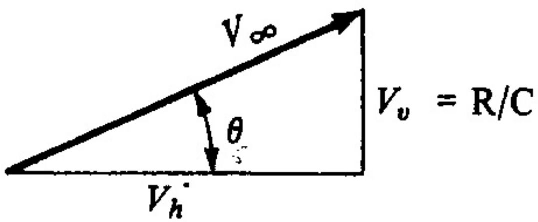
Bisogna però considerare che l'angolo di salita teta è piccolo (raramente riesce a superare i 10°, e quindi le differenze evidenziate dalle figure della resistenza in salita (curva blu a sinistra) e della potenza necessaria al volo in salita (blu curva a destra) sono veramente piccole (meno dell' 1%) e quindi verranno trascurate. Quindi assumeremo che la resistenza e la potenza necessaria al volo in salita siano uguali a quelle in volo livellato.

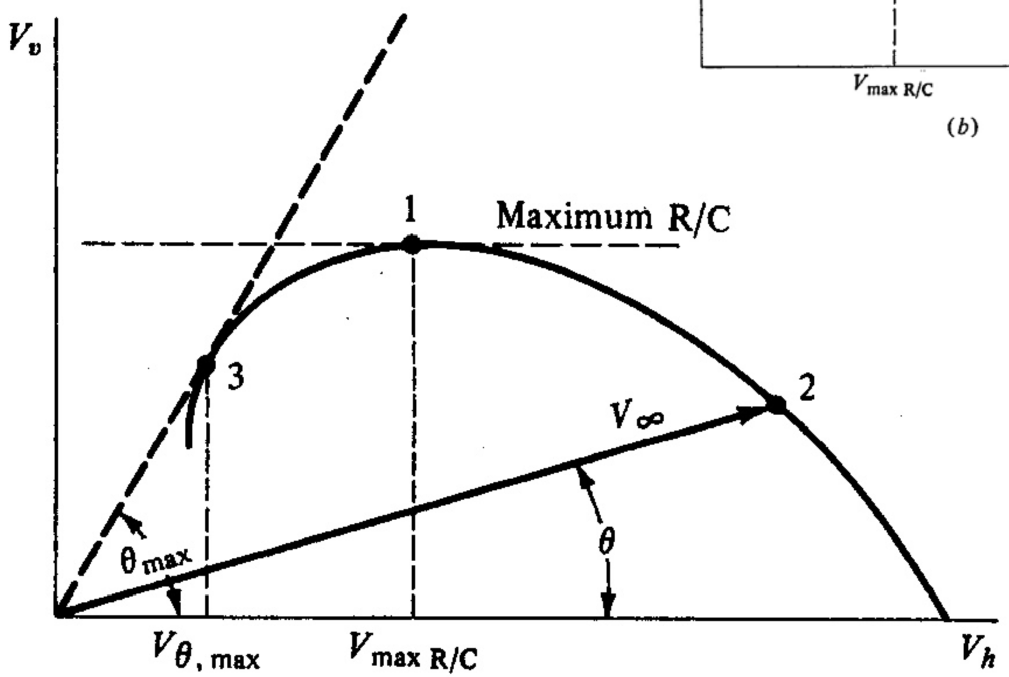
Prestazioni di salita

$$RC_{MAX} = \frac{\text{massima potenza in eccesso}}{W}$$



Odografo volo in salita (per data quota assegnata)

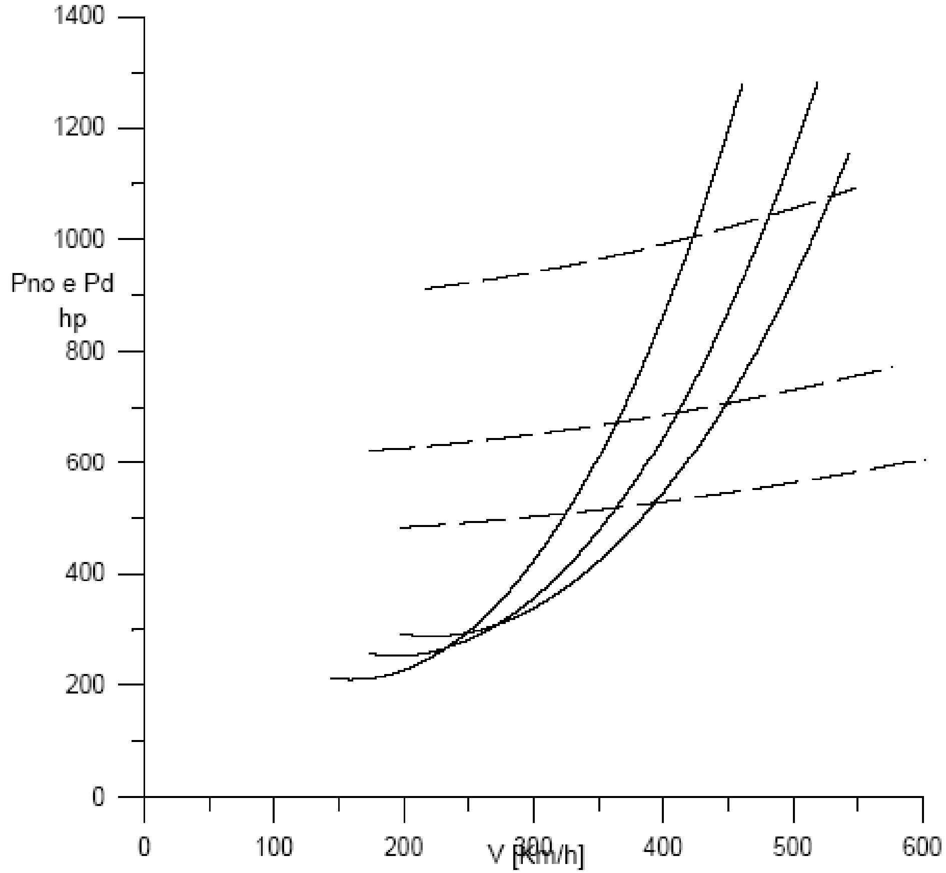


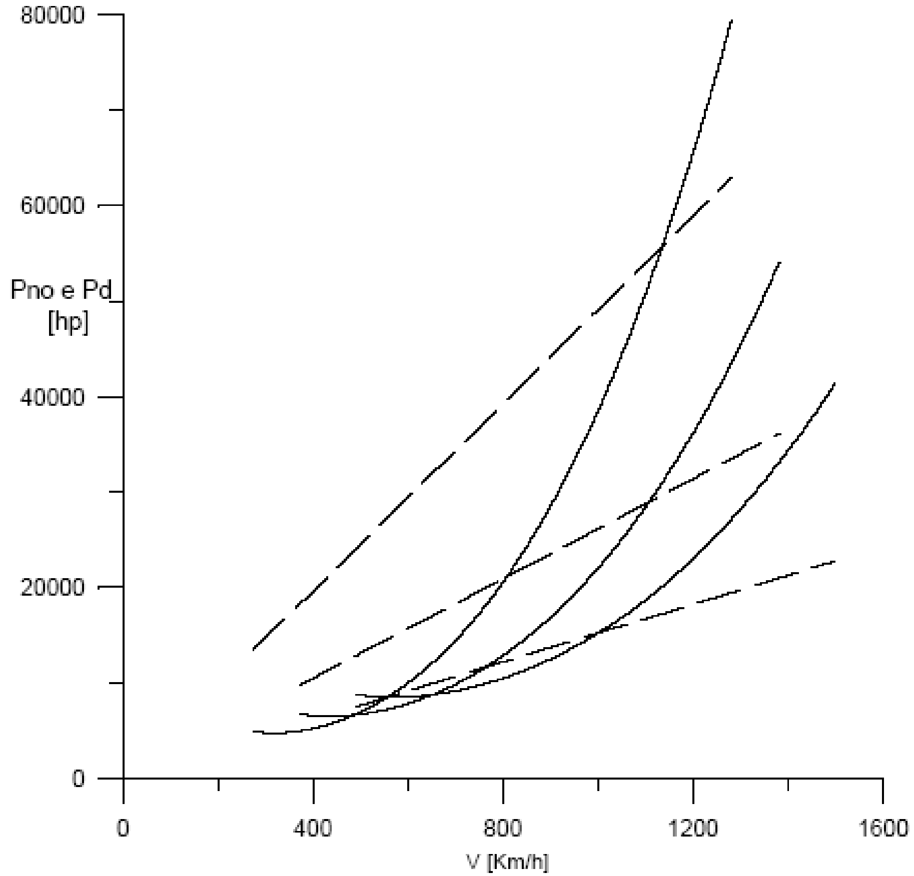


Prestazioni di salita

Le prestazioni precedenti sono da considerarsi ad una certa quota.
Che succede al variare della quota ?

Differenze sul rateo di salita tra velivolo ad elica e a getto.

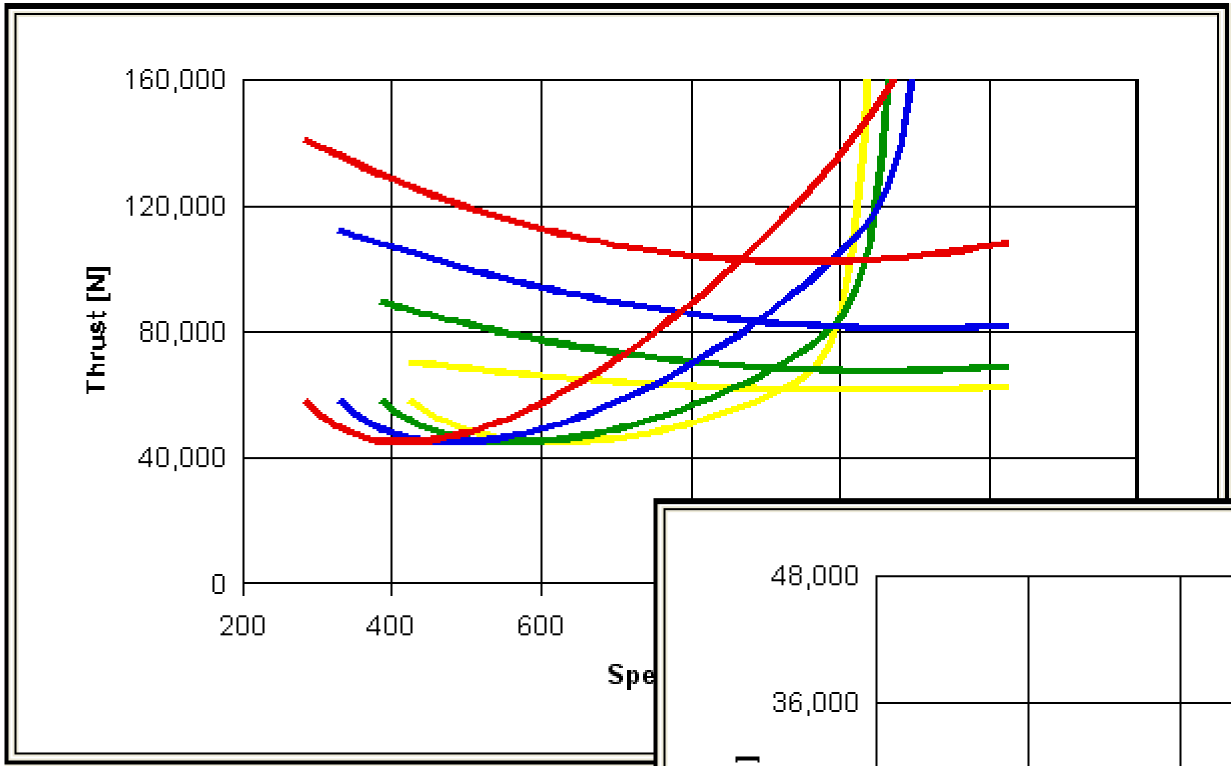


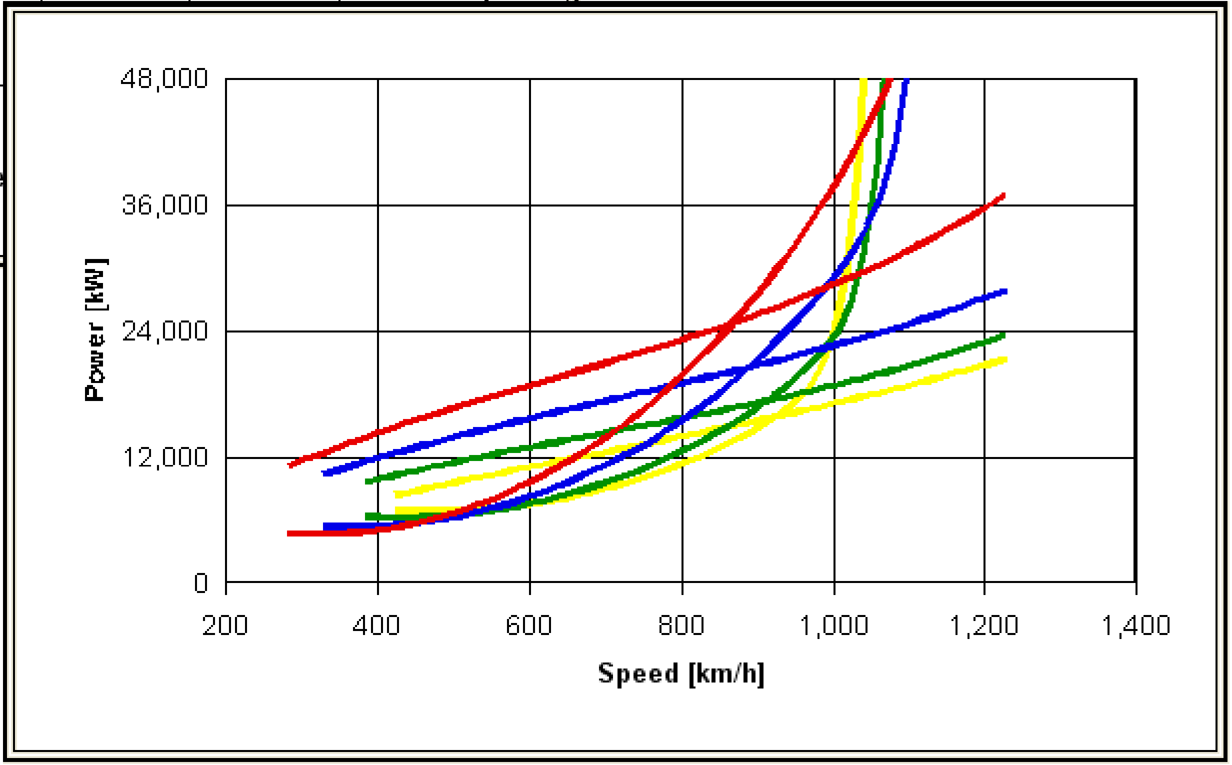


Prestazioni di salita

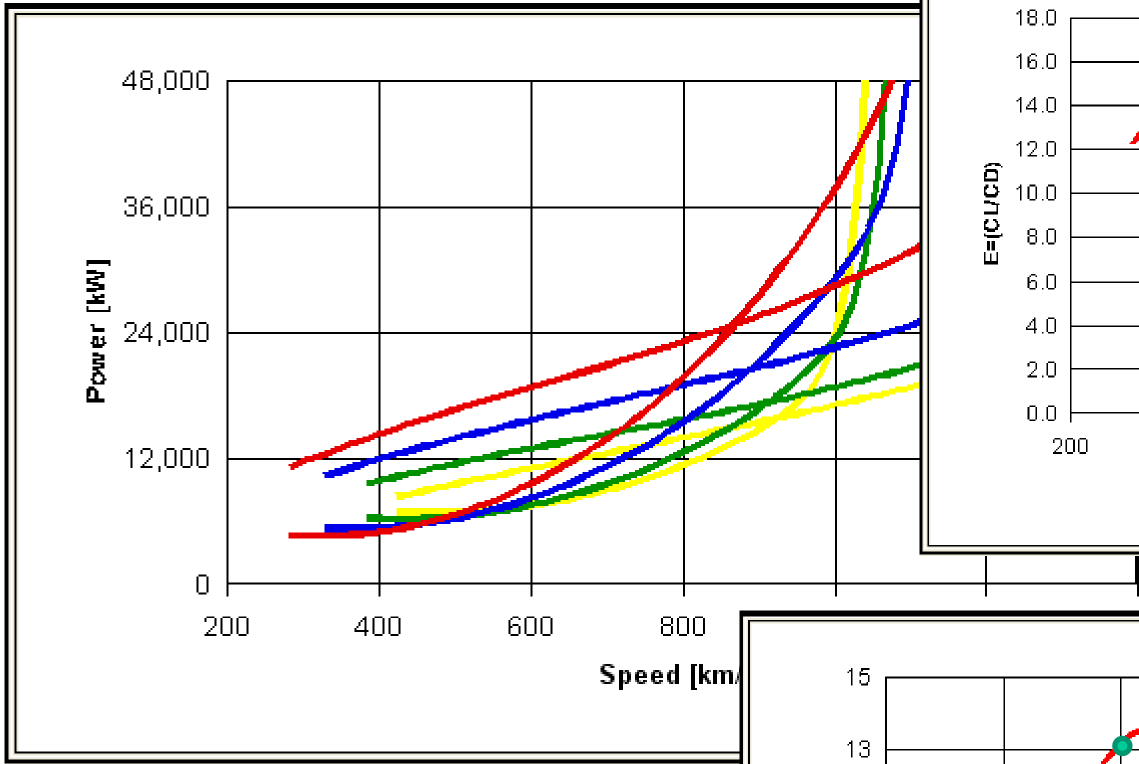
Facciamo prima l’esempio relativo al velivolo a getto A320
MD-80, di cui riportiamo i dati :
W=WTO =72600 Kg peso massimo al decollo
S=121 m2 AR=9.5
CDo=0.022 e=0.77 CLMAX=1.5
Imp. propulsivo : 2 motori PW JT8D da 11,200 Kg di spinta ciascuno, cioè
To=22,400 Kg
Dai dati geometrici ed aerodinamici del velivolo ho :
EMAX=16

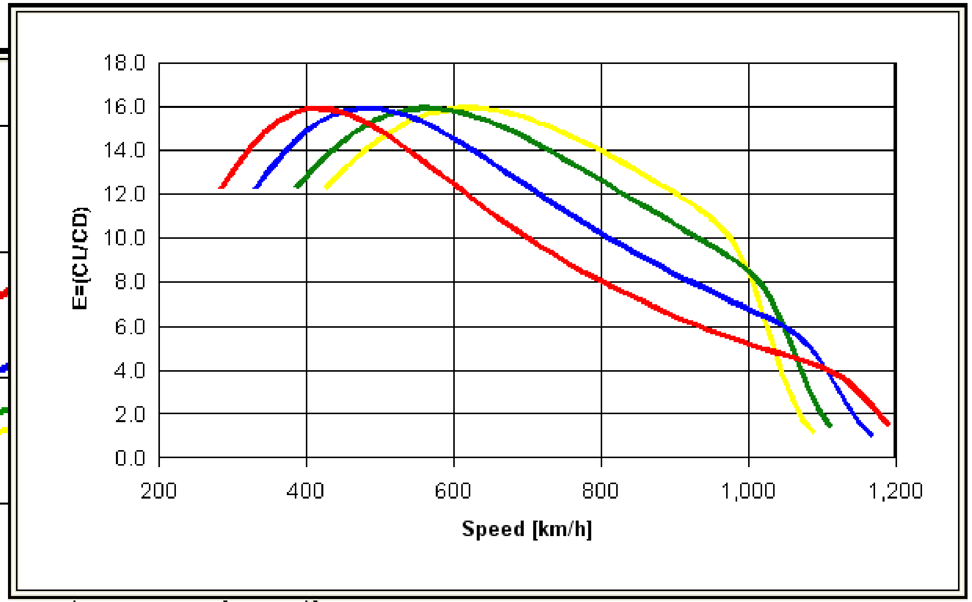
Prestazioni di salita



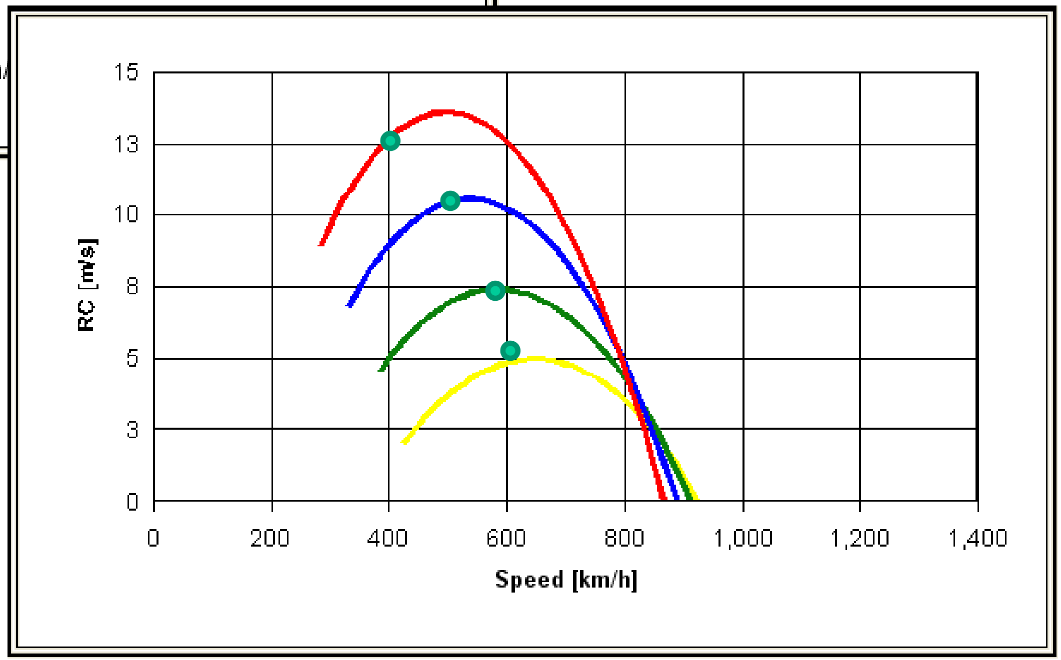


Prestazioni di salita



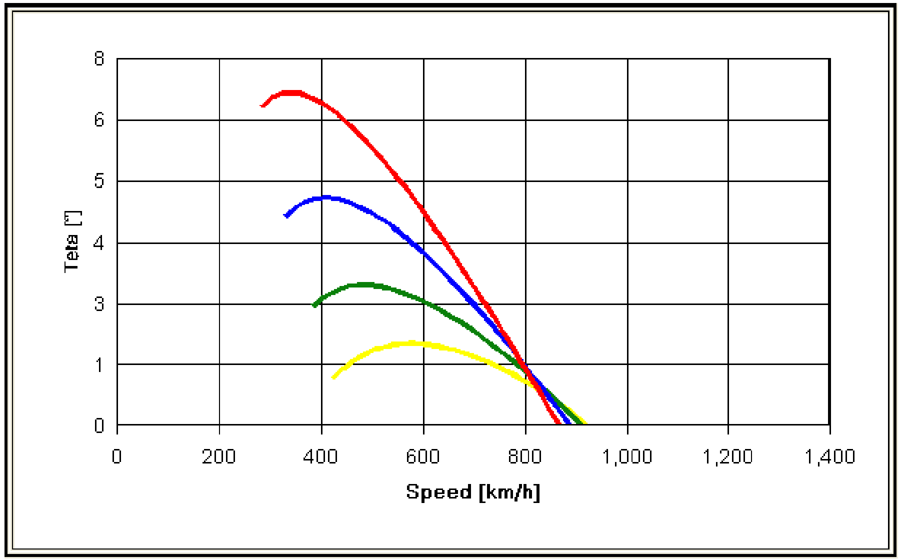


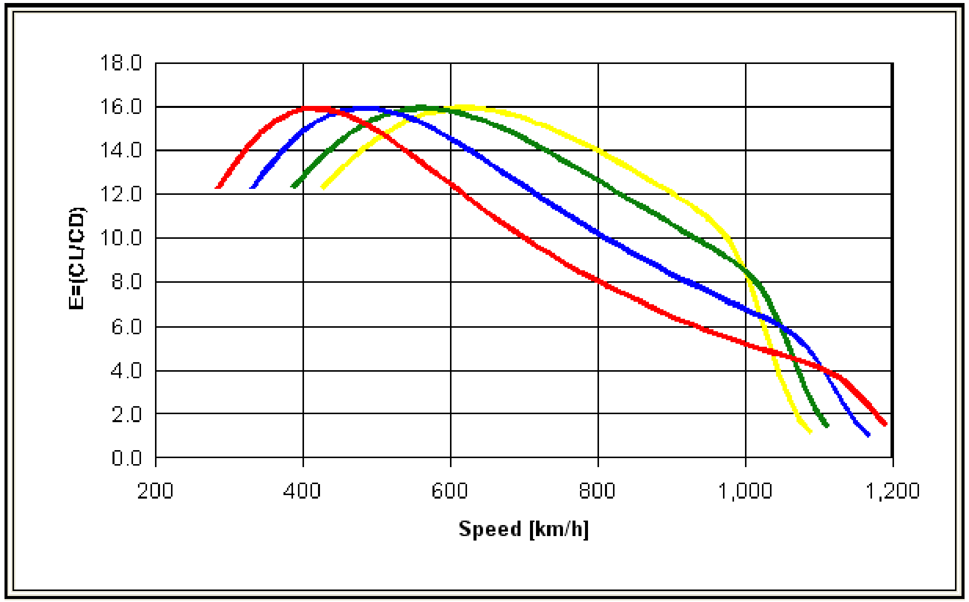
In figura
RC nel punto E



Al livello del mare il massimo
rateo di salita si ha tra E ed A

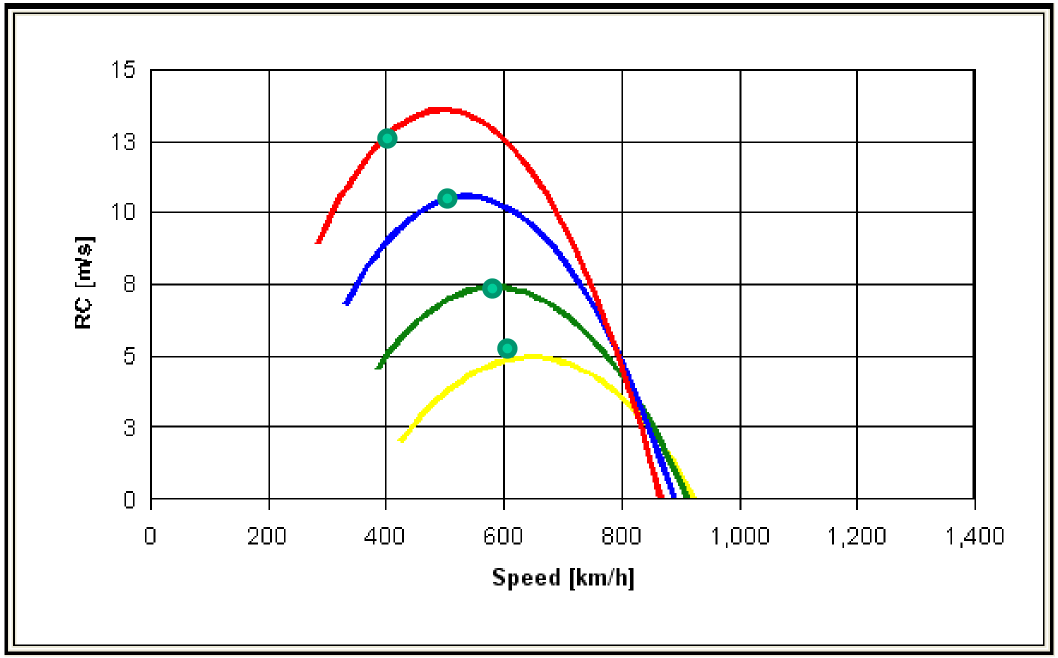
Prestazioni di salita





Angoli piccoli

In figura
RC nel punto E



Al livello del mare il massimo rateo di salita si ha tra E ed A

Prestazioni di salita

Consideriamo sempre il velivolo Beechcraft King Air C90.

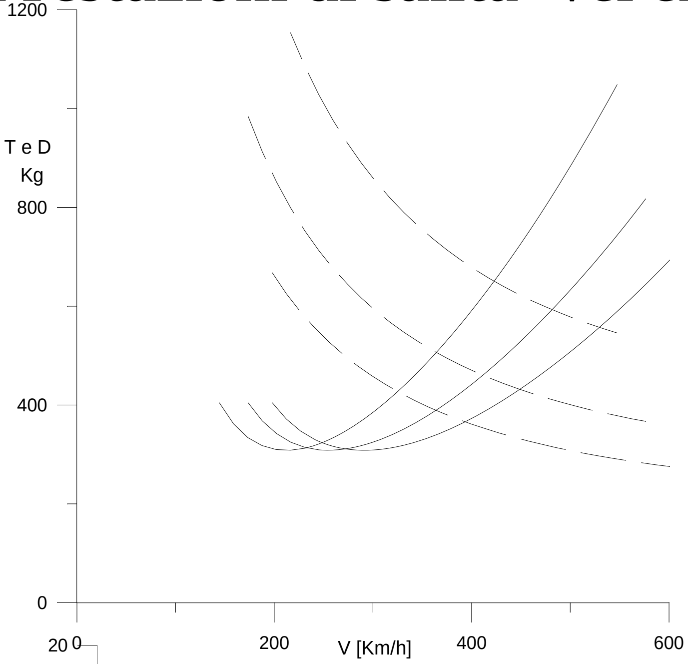
W=4380 Kg   peso massimo al decollo

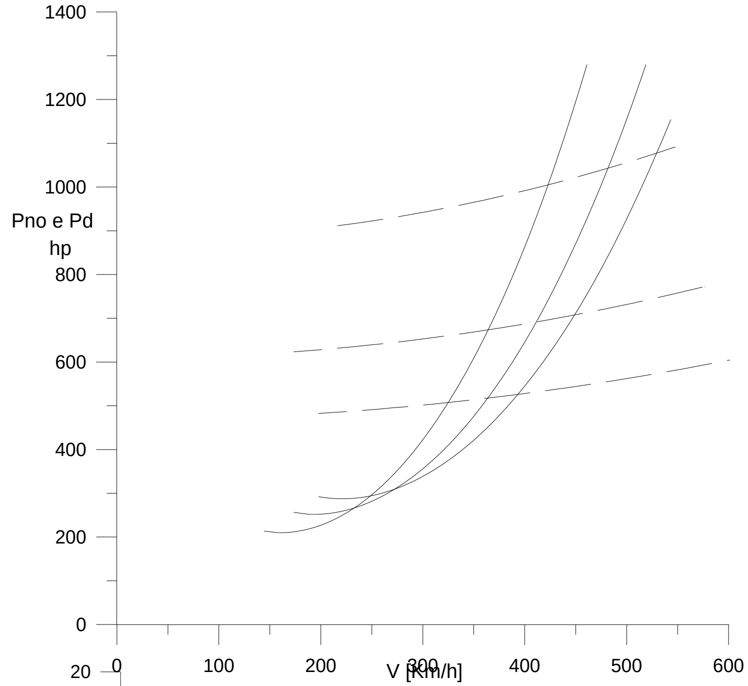
S= 27.3 m2   b=15.3 m   AR=8.57

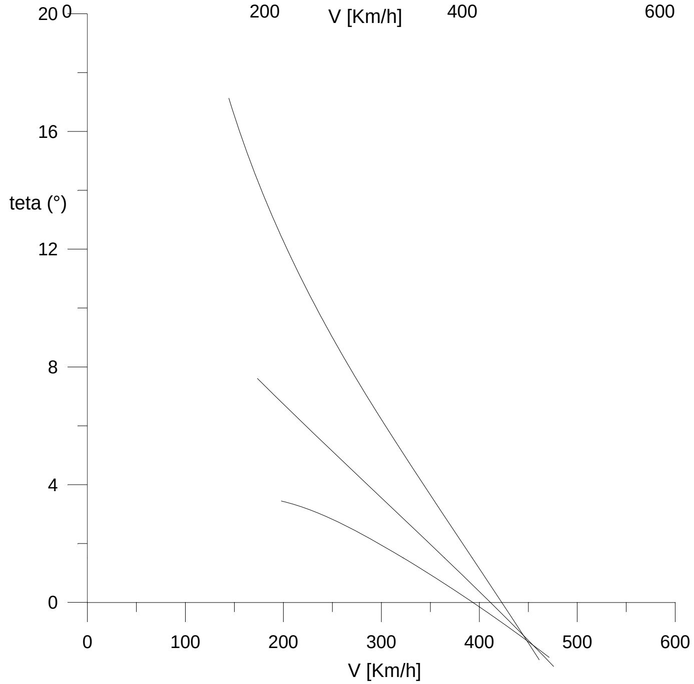
CDo=0.026 e=0.78   CLMAX=1.6

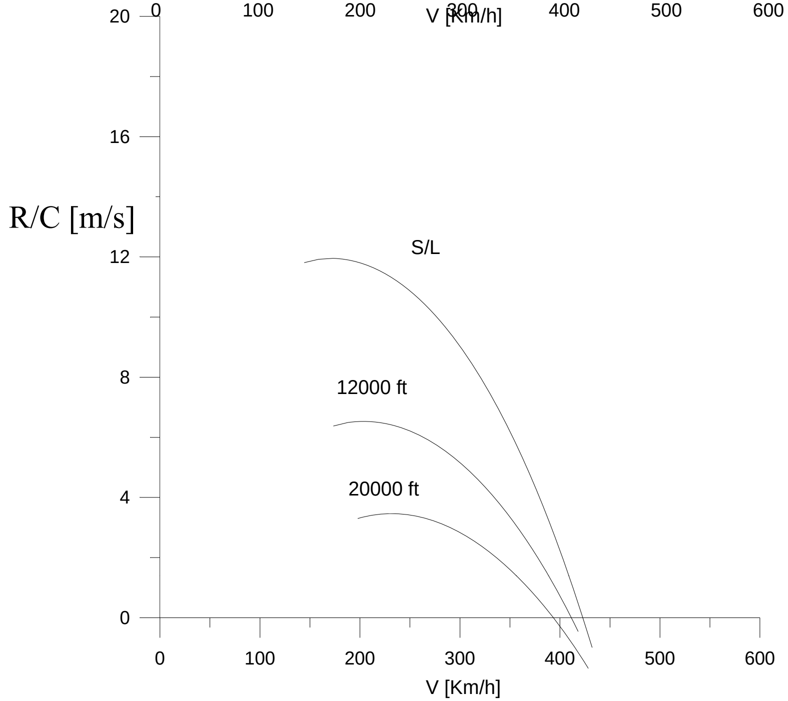
2 Motori Pratt&Withney PT6A21 , ciascuno da 550 hp all'albero. I motori sono turboelica. Rendimento prop. delle eliche η_P=0.80

Prestazioni di salita- vel elica







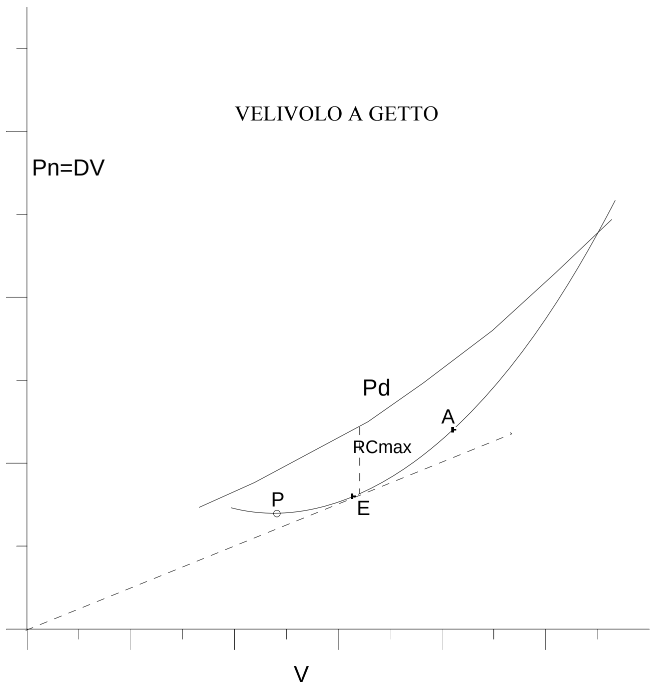


Prestazioni di salita Trattazione analitica – VEL GETTO

$$RC = V\sin\theta = \frac{TV}{W} - \frac{DV}{W}$$

$$D = q\,S\,(CDo + K\,CL^2) = q\,S\left[CDo + K\cdot\left(\frac{W}{qS}\right)^2\right] = q\,S\,CDo + K\,\frac{W^2}{qS}$$

$$RC = V\left[\frac{T}{W} - q\,\frac{S}{W}CDo - \frac{W}{S}\frac{2K}{\rho V^2}\right]$$



Approccio approssimato (punto E)

$$RC_{MAX} = \frac{T_d\cdot V_E - D_E\cdot V_E}{W} = T_d\,\frac{V_E}{W} - \frac{\Pi_E}{W}$$

Prestazioni di salita

Approccio analitico esatto (nell'ipotesi di T=T$_d$ costante con V)

$$RC = V\sin\theta = \frac{TV}{W} - \frac{DV}{W}$$

D(RC)/dV=0 => $= T - D - V \cdot \frac{dD}{dV} = 0$

$$\frac{T}{W} - \frac{\rho_o \varepsilon f}{2W} V^2 - \frac{2}{\pi \rho_o \varepsilon}\left(\frac{W}{b_e^2}\right)\frac{1}{V^2} - \frac{\rho_o \varepsilon f}{W} V^2 + \frac{4}{\pi \rho_o \varepsilon}\left(\frac{W}{b_e^2}\right)\frac{1}{V^2} = 0$$

$$6 f q^2 - 2 T q - \frac{2}{\pi}\left(\frac{W}{b_e}\right)^2 = 0$$

$$q_{RCMAX} = \frac{T}{6f}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{3}{E_{MAX}^{2}\left(\frac{T}{W}\right)^2}}\right] = \frac{T}{6f}\Gamma$$

$$\Gamma = \left[1 + \sqrt{1 + \frac{3}{E_{MAX}^{2}\left(\frac{T}{W}\right)^2}}\right]$$

Prestazioni di salita

Approccio esatto

$$\Gamma = \left[1 + \sqrt{1 + \frac{3}{E_{MAX}^{2}\left(\frac{T}{W}\right)^{2}}} \right]$$

Il fattore Γ è pari a circa 2, in quanto il denominatore è solitamente >>3 e quindi la radice è circa 1.

In corrispondenza della quota di tangenza

$$\frac{T}{W} = \frac{1}{E_{max}}$$

e Γ=3 (e si ha la velocità di salita rapida limite (di fatto con RC=0).

$$q_{RCMAX} = q_{fc} = \frac{T}{6\,f}\Gamma$$

$$V_{RCMAX} = V_{fc} = \sqrt{\frac{2 \cdot q_{fc}}{\rho}} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot \frac{T \cdot \Gamma}{6 f}} = \sqrt{\frac{T \cdot \Gamma}{3 \cdot \rho \cdot f}}$$

Approccio esatto

$$V_{RCMAX} = V_{fc} = \sqrt{\frac{2 \cdot q_{fc}}{\rho}} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot \frac{T \cdot \Gamma}{6f}} = \sqrt{\frac{T \cdot \Gamma}{3 \cdot \rho \cdot f}}$$

RICORDIAMO che il rateo di salita è :

$$RC_{MAX} = \frac{T_d \cdot V_{fc} - D_{fc} \cdot V_{fc}}{W} = \theta_{fc} \cdot V_{fc}$$

Ricaviamo l'espressione generica di D/W

$$\frac{D}{W} = \frac{qS}{W}\left(CDo + CDi\right)$$

$$\frac{D}{W} = \frac{qS}{W}\left(CDo + \frac{CL^2}{\pi A \mathrm{Re}}\right) \qquad CL = \frac{W}{qS} \qquad \frac{D}{W} = \frac{qS}{W}\left(CDo + \frac{1}{q^2}\left(\frac{W}{S}\right)^2 \frac{1}{\pi A \mathrm{Re}}\right)$$

$$\frac{D}{W} = \frac{qS}{W} \cdot CDo + \frac{1}{q}\frac{W}{S}\frac{1}{\pi \cdot AR \cdot e}$$

Ma ricordo che :

$$E_{MAX} = \sqrt{\frac{\pi}{4}}\sqrt{\frac{AR \cdot e}{CDo}} \quad => \quad \pi \cdot \mathrm{AR} \cdot \mathrm{e} = 4 \cdot \mathrm{CDo} \cdot E_{MAX}{}^2$$

Prestazioni di salita   Trattazione analitica – VEL GETTO

Approccio esatto

$$\frac{D}{W}=\frac{qS}{W}\cdot CDo+\frac{1}{q}\frac{W}{S}\frac{1}{\pi\cdot AR\cdot e}$$

Sostituendo a q

$$q_{RCMAX}=\frac{T}{6\,\mathrm{f}}\Gamma$$

$$\left(\frac{D}{W}\right)_{fc}=\left(\frac{T}{6f}\right)\Gamma\frac{f}{W}+\left(\frac{6f}{T}\right)\frac{1}{\Gamma}\frac{W}{S}\frac{1}{4\cdot CDo\cdot E_{MAX}{}^{2}}$$

$$\left(\frac{D}{W}\right)_{fc}=\left(\frac{T}{W}\right)\frac{\Gamma}{6}+6\left(\frac{W}{T}\right)\frac{1}{\Gamma}\left(\frac{1}{4\cdot E_{MAX}{}^{2}}\right)$$

$$\left(\frac{D}{W}\right)_{fc}=\left(\frac{T}{W}\right)\frac{\Gamma}{6}+\frac{3}{2\cdot\Gamma}\left(\frac{1}{\left(\frac{T}{W}\right)\cdot E_{MAX}{}^{2}}\right)$$

$$\theta_{fc}=\frac{T}{W}-\left(\frac{D}{W}\right)_{fc}=\frac{T}{W}\left(1-\frac{\Gamma}{6}\right)-\frac{3}{2\cdot\Gamma}\frac{1}{\left(\frac{T}{W}\right)\cdot E_{MAX}{}^{2}}$$

Prestazioni di salita — Trattazione analitica – VEL GETTO

Approccio esatto

$$\theta_{fc} = \frac{T}{W} - \left(\frac{D}{W}\right)_{fc} = \frac{T}{W}\left(1 - \frac{\Gamma}{6}\right) - \frac{3}{2\cdot\Gamma}\frac{1}{\left(\frac{T}{W}\right)\cdot E_{MAX}{}^{2}}$$

$$RC_{MAX} = \theta_{fc}\cdot V_{fc} = \left\{\frac{T}{W}\left(1 - \frac{\Gamma}{6}\right) - \frac{3}{2\cdot\Gamma}\frac{1}{\left(\frac{T}{W}\right)\cdot E_{MAX}{}^{2}}\right\}\left(\sqrt{\frac{T\cdot\Gamma}{3\cdot\rho\cdot f}}\right)$$

$$V_{fc} = \left(\sqrt{\frac{T\cdot\Gamma}{3\cdot\rho\cdot f}}\right) = \sqrt{\frac{\Gamma}{3\cdot\rho_o\cdot\sigma\cdot CDo}\frac{T}{S}} = \sqrt{\frac{\Gamma}{3\cdot\rho_o\cdot\sigma\cdot CDo}}\sqrt{\frac{T}{S}}$$

$$V_{fc} = \sqrt{\frac{\Gamma}{3\cdot\rho_o\cdot\sigma\cdot CDo}}\sqrt{\frac{T}{W}}\sqrt{\frac{W}{S}}$$

$$RC_{MAX} = \theta_{fc}\cdot V_{fc} = \left\{\frac{T}{W}\left(1 - \frac{\Gamma}{6}\right) - \frac{3}{2\cdot\Gamma}\frac{1}{\left(\frac{T}{W}\right)\cdot E_{MAX}{}^{2}}\right\}\left(\sqrt{\frac{\Gamma}{3\rho\cdot CDo}}\sqrt{\frac{T}{W}}\sqrt{\frac{W}{S}}\right)$$

Prestazioni di salita
Approccio esatto

$$RC_{MAX} = \left[\frac{(W/S)\cdot\Gamma}{3\cdot\rho\cdot CDo}\right]^{1/2}\cdot\left(\frac{T}{W}\right)^{3/2}\cdot\left[1-\frac{\Gamma}{6}-\frac{3}{2\cdot(T/W)^2\cdot(E_{MAX})^2\cdot\Gamma}\right]$$

- da W/S
-dal rapporto spinta / peso (in modo forte)
-dal CDo
-dall'efficienza massima

E' importante notare come aumentare il carico alare (ad esempio riducendo la superficie alare) per un velivolo a getto equivale ad aumentare sia la velocità massima (e la velocità di crociera) sia il massimo rateo di salita del velivolo.

Questo avviene perché riducendo S si riduce la superficie bagnata e così si riduce la resistenza parassita (di attrito) importante alle alte velocità.

$$RC_{MAX} = \left[\frac{(W/S)\cdot\Gamma}{3\cdot\rho\cdot CDo}\right]^{1/2}\cdot\left(\frac{T}{W}\right)^{3/2}\cdot\left[1-\frac{\Gamma}{6}-\frac{3}{2\cdot(T/W)^2\cdot(E_{MAX})^2\cdot\Gamma}\right]$$

- da W/S
-dal rapporto spinta / peso (in modo forte)
-dal CDo
-dall'efficienza massima

E' importante notare come aumentare il carico alare (ad esempio riducendo la superficie alare) per un velivolo a getto equivale ad aumentare sia la velocità massima (e la velocità di crociera) sia il massimo rateo di salita del velivolo.

Questo avviene perché riducendo S si riduce la superficie bagnata e così si riduce la resistenza parassita (di attrito) importante alle alte velocità.

Assumendo $\Gamma=2$

$$RC_{MAX} = \left[\frac{(W/S)\cdot 2}{3\cdot\rho\cdot CDo}\right]^{1/2}\cdot\left(\frac{T}{W}\right)^{3/2}\cdot\left[\frac{2}{3}-\frac{3}{2\cdot(T/W)^2\cdot(E_{MAX})^2\cdot 2}\right]$$

Assumendo Γ=2

$$RC_{MAX} = \left[\frac{(W/S)\cdot 2}{3\cdot\rho\cdot CDo}\right]^{1/2}\cdot\left(\frac{T}{W}\right)^{3/2}\cdot\left[\frac{2}{3}-\frac{3}{2\cdot(T/W)^2\cdot(E_{MAX})^2\cdot 2}\right]$$

$$RC_{MAX} = \sqrt{\frac{2}{3\cdot\rho_0}\frac{1}{\sqrt{\sigma}}}\sqrt{\frac{W}{S\cdot CDo}}\cdot\sqrt{\frac{T}{W}}\left(\frac{T}{W}\right)\cdot\left[\frac{2}{3}-\frac{3}{2\cdot(T/W)^2\cdot(E_{MAX})^2\cdot 2}\right]$$

$$E_{MAX} = \sqrt{\frac{\pi}{4}}\sqrt{\frac{b_e^{\,2}}{f}} \quad => \quad E_{MAX}^{\;2} = \frac{\pi}{4}\frac{b_e^{\,2}}{f}$$

$$RC_{MAX} = \sqrt{\frac{2}{3\cdot\rho_0}\frac{1}{\sqrt{\sigma}}}\sqrt{\frac{W}{S\cdot CDo}}\cdot\sqrt{\frac{T}{W}}\left(\frac{T}{W}\right)\cdot\left[\frac{2}{3}-\frac{3\cdot f}{(T/W)^2\cdot\pi\cdot b_e^{\,2}}\right]$$

$$RC_{MAX} = \sqrt{\frac{2}{3\cdot\rho_0}\frac{1}{\sqrt{\sigma}}}\sqrt{\frac{T}{f}}\left(\frac{T}{W}\right)\cdot\left[\frac{2}{3}-\frac{3\cdot f}{(T/W)^2\cdot\pi\cdot b_e^{\,2}}\right]$$

Prestazioni di salita Trattazione analitica – VEL GETTO

$$RC_{MAX} = \left[\sqrt{\frac{2}{3\rho_0}\frac{2}{3}}\right]\cdot\left(\frac{T}{W}\right)\sqrt{\frac{T}{f}}\;\frac{1}{\sqrt{\sigma}} - \left(\frac{T}{W}\right)\sqrt{\frac{T}{f}}\;\frac{1}{\left(\frac{T}{W}\right)}\;\frac{1}{\left(\frac{T}{f}\right)}\;\frac{1}{\sqrt{\sigma}}\left(\frac{W}{b_e^{\,2}}\right)\left[\sqrt{\frac{2}{3\rho_0}\frac{3}{\pi}}\right]$$

$$\boxed{RC_{MAX} = 1.54\left(\frac{T}{W}\right)\sqrt{\frac{T}{f}}\;\frac{1}{\sqrt{\sigma}} - 2.2\,\frac{\left(\frac{W}{b_e^{\,2}}\right)}{\sqrt{\frac{T}{f}}\sqrt{\sigma}}}$$

Con T e W espresse in Kg
(e risultato in [m/s]

Ad esempio , considerando un velivolo a getto con Td=25000 Kg (massima totale a livello del mare)
W=100000 Kg CDo=0.015 S=205 m2 b=37 m be=33 m (e=0.80)
Il calcolo della formula precedente fornisce :
RCMAX = 34.72-2.24=32.5 m/s = 6400 ft/min (approssimato, perchè T(V) < To)

Il primo termine è dominante a quote basse. Per quote alte, invece, anche il secondo diventa elevato

Il massimo RC a S/L per un velivolo a getto è determinato principalmente da T/W , T/f.
Si vede quindi che ANCHE PER LA SALITA di un velivolo a getto è importante RIDURRE S

=> PER UN VELIVOLO A GETTO PER SALIRE RAPIDAMENTE BISOGNA ANDARE VELOCE

Prestazioni di salita

$$RC_{MAX} = 1.54\left(\frac{T}{W}\right)\sqrt{\frac{T}{f}\frac{1}{\sqrt{\sigma}} - 2.2\frac{\left(\frac{W}{b_e^{\,2}}\right)}{\sqrt{\frac{T}{f}\sqrt{\sigma}}}}$$

Con T e W espresse in Kg
(e risultato in [m/s]

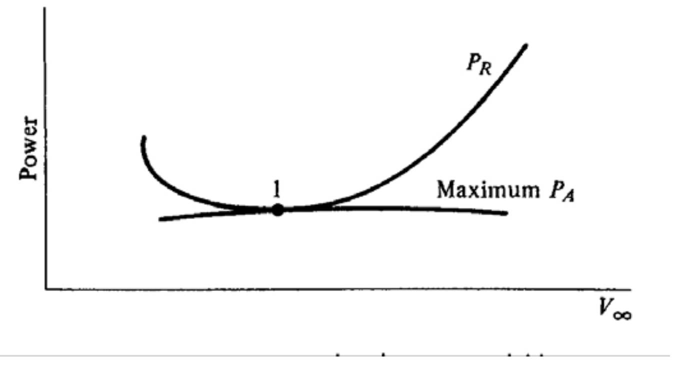
$$\boxed{T = T_0 \cdot \sigma^{0.83}}$$

Andamento tipico ad alte quote

$$RC_{MAX} = 1.54\left(\frac{T_0}{W}\right)\sqrt{\frac{T_0}{f}\cdot\sigma^{0.74} - 2.2\frac{\left(\frac{W}{b_e^{\,2}}\right)}{\sqrt{\frac{T_0}{f}\cdot\sigma^{0.91}}}}$$

QUOTA TANGENZA TEORICA
(si vede come anche il carico di apertura acqyuista la sua importanza)

$$\sigma_{TT} = \left[1.428\cdot\frac{\left(\frac{W}{b_e^{\,2}}\right)}{\left(\frac{T_0}{W}\right)\cdot\left(\frac{T_0}{f}\right)}\right]^{0.61}$$



$$RC_{MAX} = 1.27\left(\frac{T_0}{W}\right)\sqrt{\frac{T_0}{f}} \cdot \sigma^{1.548} - 2.34\frac{\left(\frac{W}{b_e^{\,2}}\right)}{\sqrt{\frac{T_0}{f} \cdot \sigma^{1.05}}}$$

Con T e W espresse in Kg
(e risultato in [m/s]

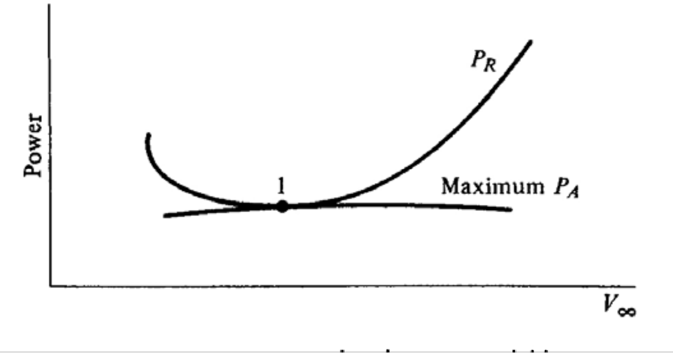
Oppure, in modo simile, con il modello
Del motore Turbofan HBPR ad alte quote

$$T = T_0 \cdot \sigma^{1.1} \cdot 0.88$$

QUOTA TANGENZA TEORICA
(Formula simile a quella precedente.

(si vede come anche il carico di apertura acquista la sua importa

$$\sigma_{TT} = \left[1.84 \cdot \frac{\left(\frac{W}{b_e^{\,2}}\right)}{\left(\frac{T_0}{W}\right) \cdot \left(\frac{T_0}{f}\right)}\right]^{0.38}$$



ANGOLO SALITA JET

$$\sin\theta = \frac{T_d - D}{W} \qquad \theta \approx \frac{T_d - D}{W} = \frac{\text{Eccesso di spinta}}{\text{peso}}$$

$$\theta = \frac{T_d - D}{W} = \frac{T}{W} - \frac{D}{W} = \frac{T}{W} - \frac{1}{E}$$

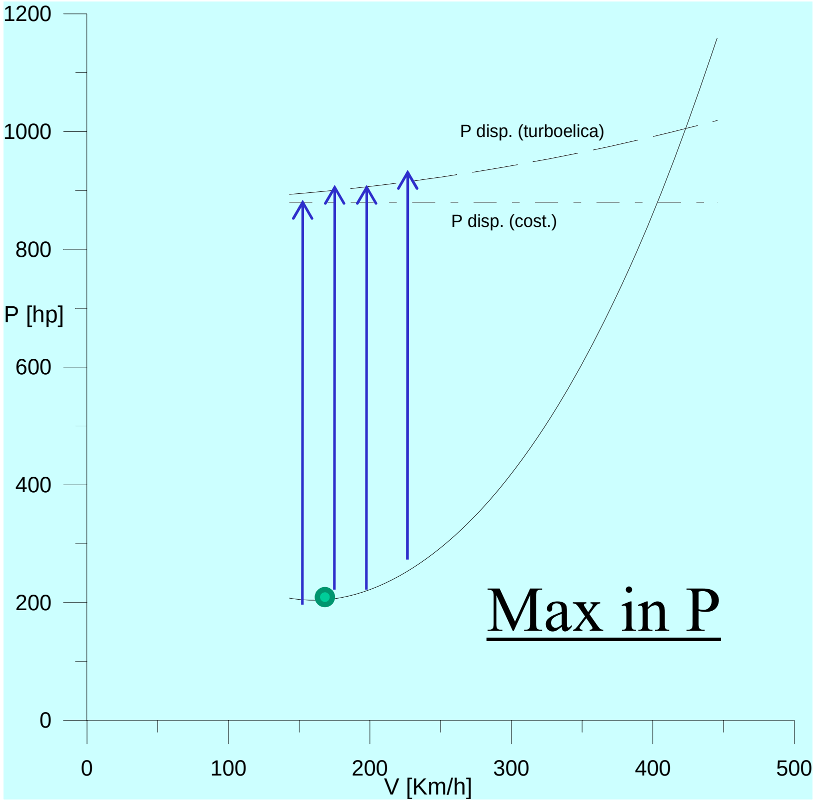
ANGOLO SALITA MAX tra il punto E ed il punto P

Comunque, per data polare e dato assetto (E nota) l'angolo risulta funzione di T/W.

Prestazioni di salita Trattazione analitica - ELICA

$\Pi d = \eta p \ \Pi a = T \ V$

$$RC = \eta_p \left(\frac{\Pi_a}{W} \right) - \frac{1}{2} \frac{\rho V^3 \ \mathrm{C_{Do}}}{\mathrm{(W/S)}} - \frac{2}{\pi \ \mathrm{AR_e}} \frac{1}{\rho V} (W/S)$$



$$\Pi_{no\_MIN} = \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot (4 \cdot CDo) \cdot V_P{}^3 = \sqrt{\frac{2}{\rho}} W^{3/2} \frac{1}{S^{1/2}} \frac{4\mathrm{C_{Do}}}{3^{3/4} \ \pi^{3/4} \ \mathrm{AR_e}{}^{3/4} \ \mathrm{C_{Do}}{}^{3/4}}$$

$$= \frac{4}{3^{3/4}} \sqrt{\frac{2}{\rho_o}} \frac{1}{\pi^{3/4}} \frac{\mathrm{W}^{3/2}}{\sigma^{1/2}} \frac{\mathrm{C_{Do}}{}^{1/4}}{\mathrm{AR_e}{}^{3/4} \ \mathrm{S}^{1/2}} = 0.95 \frac{\mathrm{W}^{3/2}}{\sigma^{1/2}} \frac{\mathrm{C_{Do}}{}^{1/4}}{\mathrm{AR_e}{}^{3/4} \ \mathrm{S}^{1/2}}$$

Prestazioni di salita Trattazione analitica - ELICA

$$\Pi_{no\_MIN} = \frac{4}{3^{3/4}}\sqrt{\frac{2}{\rho_o}}\,\frac{1}{\pi^{3/4}}\,\frac{W^{3/2}}{\sigma^{1/2}}\,\frac{{C_{Do}}^{1/4}}{{AR_e}^{3/4}\;S^{1/2}} = 0.95\,\frac{W^{3/2}}{\sigma^{1/2}}\,\frac{{C_{Do}}^{1/4}}{{AR_e}^{3/4}\;S^{1/2}}$$

$$RC_{MAX} = 76\cdot\eta_p\frac{\Pi_a}{W} - 2.97\sqrt{\frac{W}{\sigma}}\,\frac{{C_{Do}}^{1/4}}{{AR_e}^{3/4}\;S^{1/2}}$$

Con potenza in [hp] e W in [Kg]

$$\frac{{C_{Do}}^{1/4}}{\left(\frac{{b_e}^2}{S}\right)^{3/4} S^{1/2}} = \frac{\left(C_{Do}\,S\right)^{1/4}}{{b_e}^{3/2}\;S^{-3/4}\;S^{1/2}\;S^{1/4}} = \frac{f^{1/4}}{{b_e}^{3/2}}$$

$$\boxed{RC_{MAX} = 76\cdot\eta_p\frac{\Pi_a}{W} - 2.97\sqrt{\frac{W}{\sigma}}\,\frac{f^{1/4}}{{b_e}^{3/2}}}$$

Prestazioni di salita <u>Trattazione analitica - ELICA</u>

$$\boxed{RC_{MAX} = 76 \cdot \eta_p \frac{\Pi_a}{W} - 2.97 \sqrt{\frac{W}{\sigma}} \frac{f^{1/4}}{b_e^{3/2}}}$$

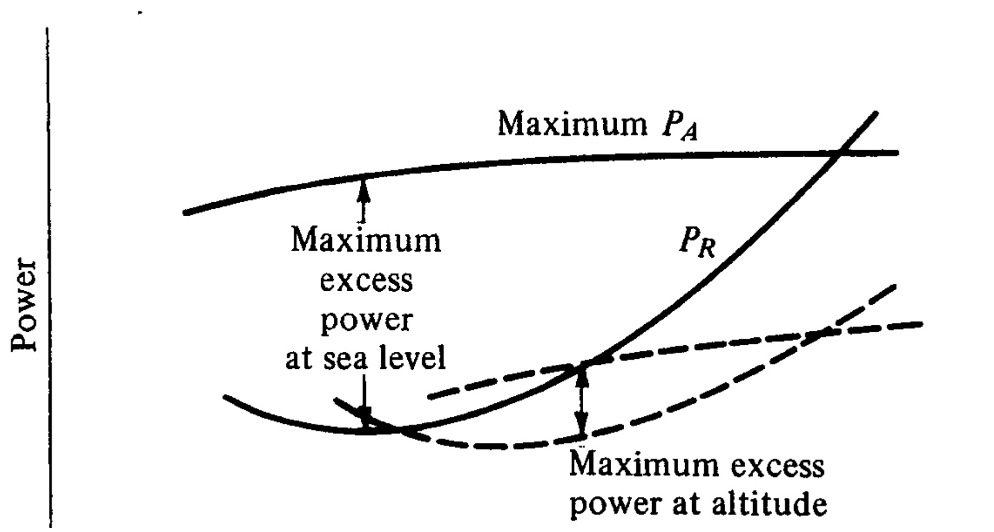
PARAMETRO FONDAMENTALE

Un'altra importantissima informazione che si ricava dalla formula è che per un velivolo ad elica il massimo rateo di salita si riduce all'aumentare del carico alare.
Quindi, mentre per un velivolo a getto il rateo massimo di salita cresce al crescere del carico alare, per un velivolo ad elica succede il contrario !
Quindi ridurre la superficie alare per un velivolo ad elica non comporta per il rateo di salita un vantaggio come per i velivoli a getto.

Per i velivoli ad elica è molto importante l'apertura alare per avere buone capacità di salita !!

QUOTA TANGENZA - elica

Quota, m	Massimo *R/C*, m/s
0	7.6
1219.2	6.3
2348.4	5.0
3657.6	3.8
4876.8	2.7
6096	1.7
7315.2	0.7
7924.8	0.2

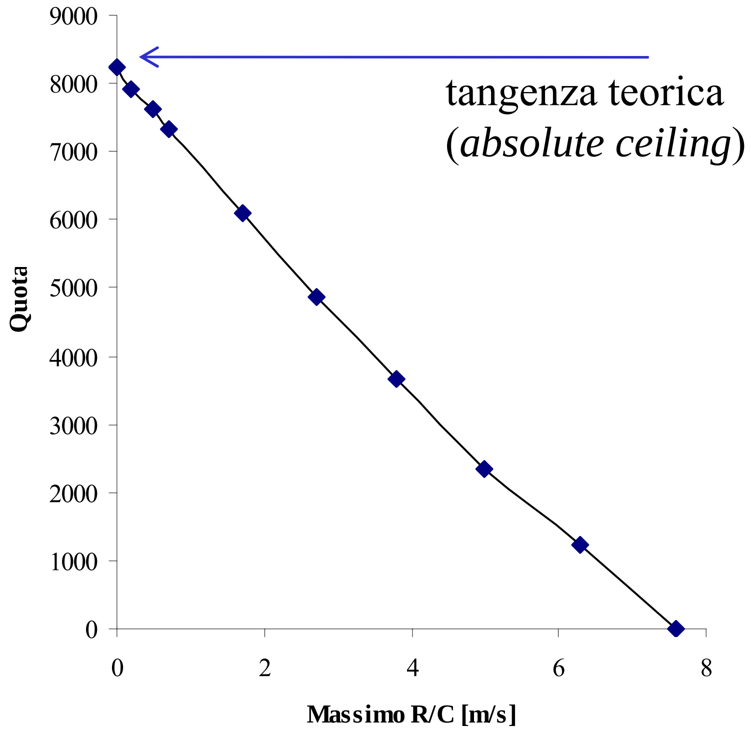


Quote di tangenza per il CP-1

All'aumentare della quota l'eccesso di potenza si riduce, in quanto la potenza disponibile diminuisce per tutti i sistemi propulsivi, mentre la potenza necessaria aumenta.

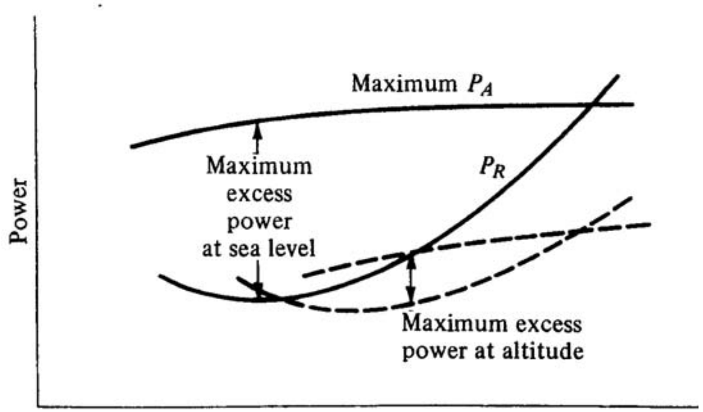
Conseguentemente il max RC (massimo rateo di salita) si riduce con la quota (vedi esempio).

Ci sarà una quota alla quale il massimo rateo è =0 , detta appunto quota di tangenza teorica (*absolute ceiling*)



QUOTA TANGENZA - elica

$$RC_{MAX} = 76 \cdot \eta_p \frac{\Pi_a}{W} - 2.97 \sqrt{\frac{W}{\sigma}} \frac{f^{1/4}}{b_e^{3/2}}$$



Assumendo modello

$$\Pi_a = \Pi_{a0} \cdot \sigma \cdot K_V \qquad essendo \quad K_V \quad \text{trascurabile (V piccole)}$$

$$RC_{MAX} = 76 \cdot \eta_p \frac{\Pi_{ao} \cdot \sigma}{W} - 2.97 \sqrt{\frac{W}{\sigma}} \frac{f^{1/4}}{b_e^{3/2}}$$

$$\sigma_{TT} = \left[0.0391 \frac{\sqrt{W} \dfrac{f^{1/4}}{b_e^{3/2}}}{\eta_p \dfrac{\Pi_{ao}}{W}} \right]^{2/3}$$

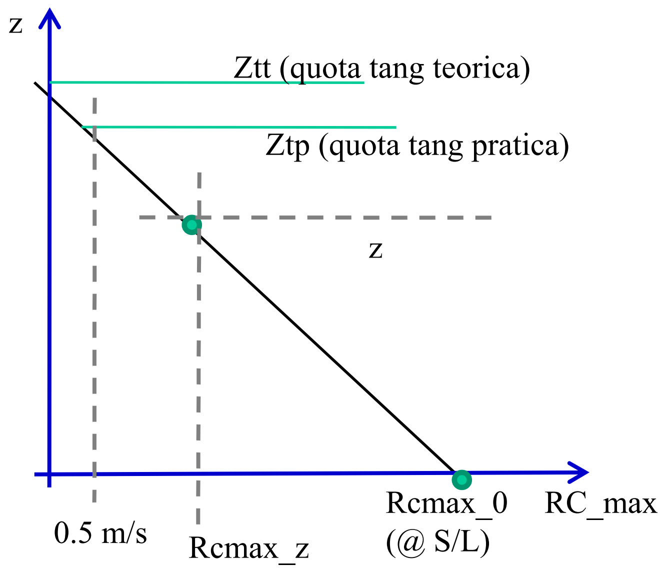
QUOTA TANGENZA TEORICA

QUOTA TANGENZA

Velivoli ad elica

Come ricavare la quota di tangenza

Estrapolazione



Un primo modo per ricavare la quota di tangenza teorica (ma eventualmente anche quella pratica) è quello di estrapolare la relazione lineare (assumendo andamento lineare di RC_max con la quota) avendo calcolato il valore di RCmax a 2 quote, ad esempio a livello del mare e ad una quota pari a 6000 o 8000 m. Calcolato il valore a quota 0 (S/L), chiamato Rcmax_0 e calcolato il valore ad una quota elevata z scelta a piacere (Rcmax_z) :

$$\boxed{RC_{MAX} = a + b \cdot z} \quad Eq\ (1) \qquad \text{con} \quad \boxed{a = RC\max\_0} \quad \boxed{b = \frac{(RC\max\_z - \mathrm{RCmax\_0})}{z}}$$

Con **a** si è indicato il termine noto e con **b** la pendenza della retta. Si può quindi ricavare sia la quota di tangenza teorica che quella pratica(ponendo l'equazione (1) rispettivamente =0 oppure =0.5 m/s):

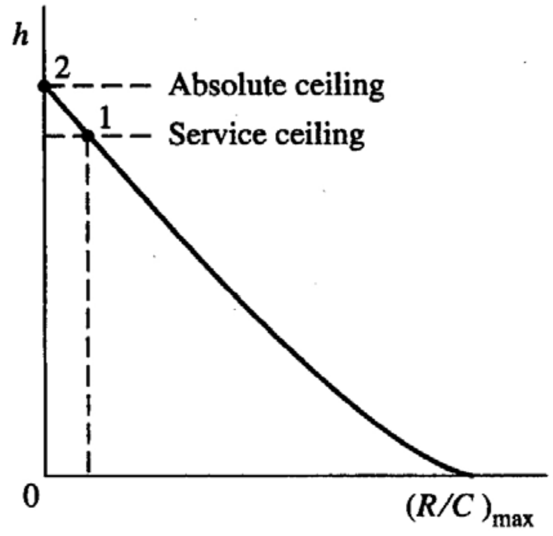
$$\boxed{z_{TT} = -\frac{a}{b}} \qquad \boxed{z_{TP} = \frac{(-a + 0.5 \cdot m/s)}{b}}$$

Si noti che a ha le dimensioni di [m/s] e b ha le dimensioni di [1/s], il risultato viene espresso in [m]

QUOTA TANGENZA

Come ricavare la quota di tangenza teorica

Metodo diretto analitico Velivoli ad elica



Il massimo rateo ad ogni quota si ha nel punto P.
L'espressione sotto mostra come è funzione della quota (avendo espresso la variazione di potenza all'albero con la quota pari al rapporto delle densità) e avendo esplicitato al secondo termine la potenza necessaria minima ad ogni quota (punto P).

$$RC_{MAX} = \frac{\Pi_{ao} \cdot \eta_P \cdot \sigma(z) \cdot K_v}{W} - \frac{D_P \cdot V_P(z)}{W}$$

$$RC_{MAX} = \frac{\Pi_{ao} \cdot \eta_P \cdot \sigma(z) \cdot K_v}{W} - \frac{D_P \cdot \frac{V_{Po}}{\sqrt{\sigma}}}{W}$$

Velocità punto P a quota 0 (S/L)

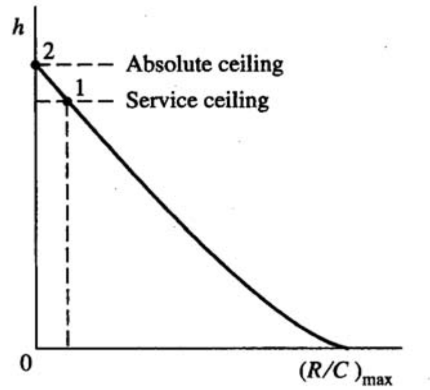
$$V_{Po} = \sqrt{\frac{2}{\rho_o} \frac{W}{S} \frac{1}{CL_P}}$$

Si vede quindi che viene una funzione di sigma (densità relativa) e ponendo l'espressione uguale a 0 si viene a trovare il valore di sigma che corrisponde alla quota di tangenza teorica (dove il massimo rateo salita RCMAX è appunto =0)

QUOTA TANGENZA

Come ricavare la quota di tangenza teorica

Metodo diretto analitico Velivoli ad elica



σ_{TT} Valore di sigma (rapp densità) alla quota di tangenza teorica

$$RC_{MAX} = \frac{1}{W}\left[\Pi_{ao}\cdot\eta_P\cdot\sigma_{TT}\cdot K_v - D_P\cdot\frac{V_{Po}}{\sqrt{\sigma_{TT}}}\right] = 0$$

$$\Pi_{ao}\cdot\eta_P\cdot\sigma_{TT}\cdot K_v = D_P\cdot\frac{V_{Po}}{\sqrt{\sigma_{TT}}}$$

Velocità punto P
a quota 0 (S/L)

$$V_{Po} = \sqrt{\frac{2}{\rho_o}\frac{W}{S}\frac{1}{CL_P}}$$

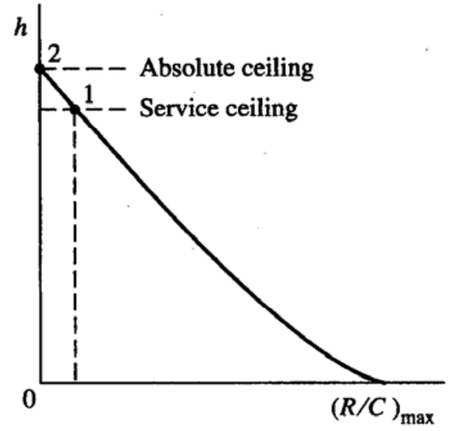
$$D_P = \frac{W}{E_P}$$

$$\sigma_{TT}^{3/2} = \frac{D_P\cdot V_{Po}}{\Pi_{ao}\cdot\eta_P\cdot K_v}$$

$$\sigma_{TT} = \left[\frac{D_P\cdot V_{Po}}{\Pi_{ao}\cdot\eta_P\cdot K_{vtt}}\right]^{2/3}$$

In effetti per motori turboelica il fattore Kv non è indipendente dalla quota, poiché dipende dalla velocità alla quale viene calcolato che è la V_P (e che è una velocità vera e dipende dalla quota). E' però vero che alla V_P (velocità bassa) il Kv è molto piccolo (tra 1.03 ed 1.05 a quote alte) e quindi potrebbe praticamente essere trascurato (cioè posto =1). In effetti si fa un primo calcolo con Kv=1, si stima la quota, si stima la V_P a tale quota e si ri-stima il Kv e si effettua il calcolo una seconda volta.

QUOTA TANGENZA Velivoli ad elica



Come ricavare la quota di tangenza teorica

Metodo diretto analitico

σ_{TT} Valore di sigma (rapp densità) alla quota di tangenza teorica

$$\boxed{\sigma_{TT} = \left[\frac{D_P \cdot V_{Po}}{\Pi_{ao} \cdot \eta_P \cdot K_v} \right]^{2/3}}$$

Esempio calcolo (ATR72):

Velocità punto P a quota 0 (S/L)

$$\boxed{V_{Po} = \sqrt{\frac{2}{\rho_o} \frac{W}{S} \frac{1}{CL_P}}}$$

$$\boxed{D_P = \frac{W}{E_P}}$$

W= 20000 Kg S=60 mq b=27 m AR=12.1

Cdo=0.027 e=0.80

$\Pi_{ao} := 2 \cdot 2750 \cdot hp$ =5500 hp $\eta_P := 0.8$

$E_E = 16.815$ $E_P = 14.562$ $\Pi_{ao} \cdot \eta_P = 4400\ hp = 3281\ kW$

$$\boxed{V_P(0 \cdot m) = 58.253 \frac{m}{s}} \qquad V_P(0 \cdot m) = 209.712 \cdot \frac{km}{hr}$$

$$\boxed{D_P = 13469\ N} \qquad D_P = 1373.4 \cdot kgf$$

Assumiamo inizialmente Kv=1

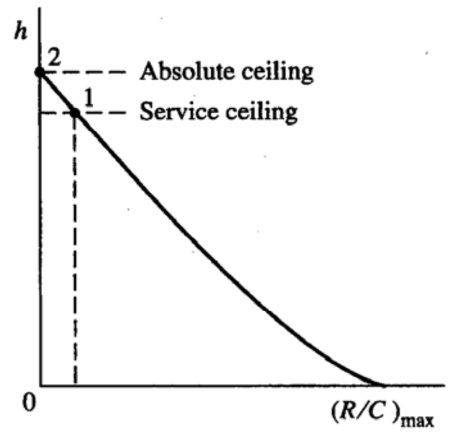
Ed usiamo le unita del S.I.

(N, m/s e Watt)

$$\boxed{\sigma_{TT} = \left[\frac{13469 \cdot 58.2}{3281 \cdot 10^3} \right]^{2/3} = [0.239]^{2/3} = 0.385}$$

QUOTA TANGENZA

Velivoli ad elica



Esempio calcolo (ATR72): **Metodo diretto analitico**

σ_{TT} Valore di sigma (rapp densità) alla quota di tangenza teorica

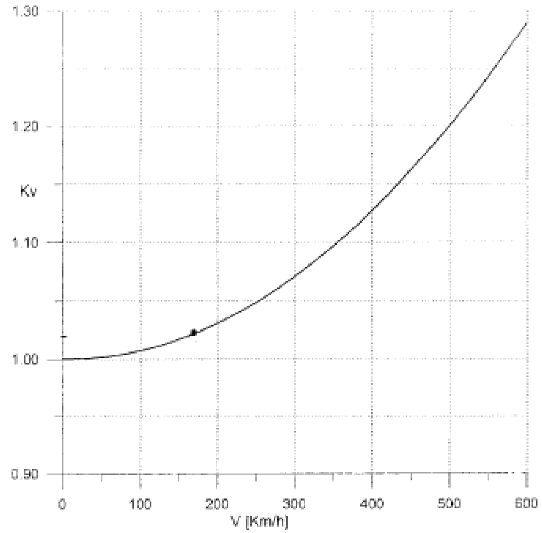
$$\sigma_{TT} = \left[\frac{13469 \cdot 58.2}{3281 \cdot 10^3}\right]^{2/3} = [0.239]^{2/3} = 0.385$$

Che corrisponde ad una quota di circa Z_{TT}= 8901 m.

Con tale valore di quota, la velocità del punto P è:

$$V_{P(z)} = 93.858\,\frac{m}{s}, \quad V_{P(z)} = 337.887\cdot\frac{km}{hr}$$

Il valore di Kv dal grafico a tale V è =1.09



EFFETTO RAM MOTORE TURBOELICA

Leggere Valore Kv dal grafico

Ricalcolando il valore della quota di tangenza:

$$\sigma_{TT} = \left[\frac{13469 \cdot 58.2}{3281 \cdot 10^3 \cdot 1.09}\right]^{2/3} = [0.220]^{2/3} = 0.364$$

Che fornisce un valore finale della quota di tangenza pari a circa Z_{TT}= 9370 m (quindi non eccessivamente diversa da quella precedentemente calcolata con Kv=1, ma comunque più accurata).

TEMPO DI SALITA

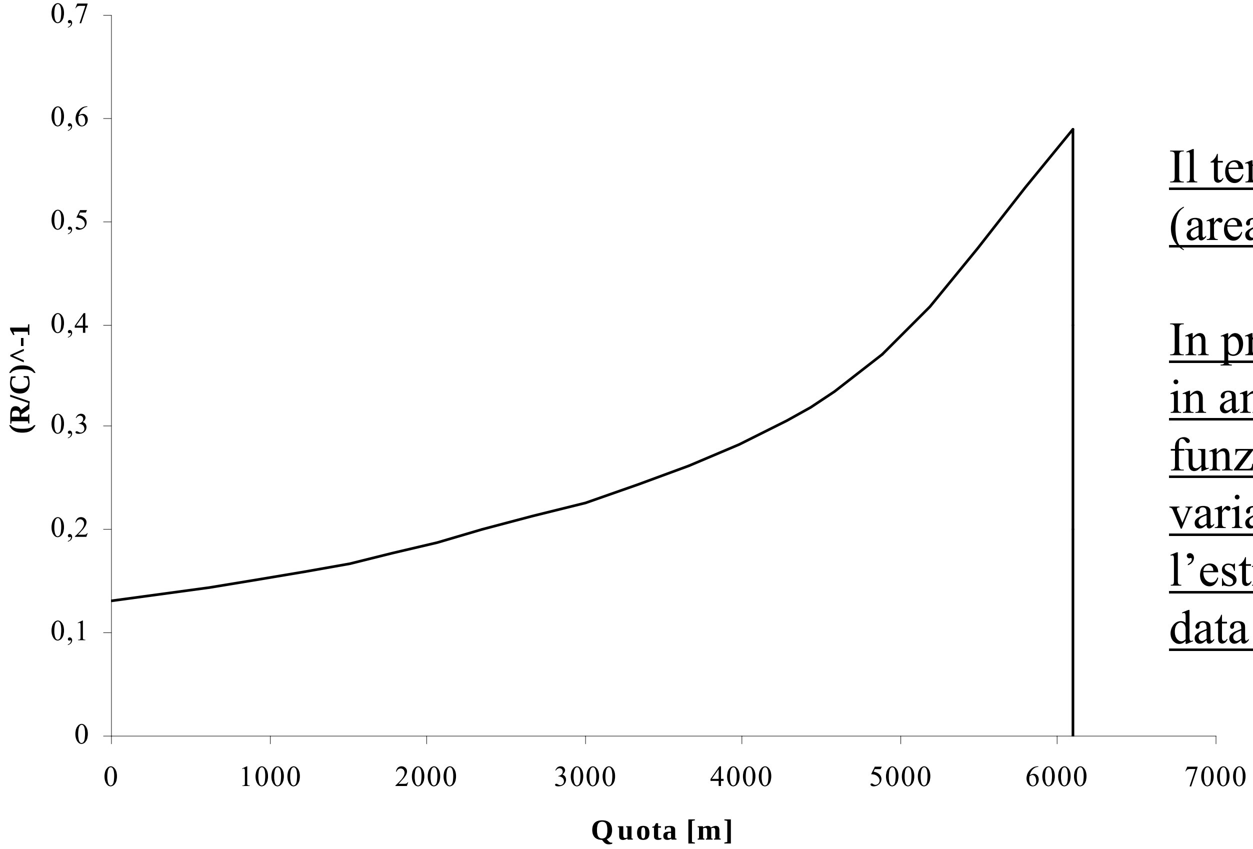
RC=dh/dt

$$dt = \frac{dh}{R/C}$$

$$t = \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{R/C}$$

$$t = \int_{0}^{h_2} \frac{dh}{R/C}$$

Partendo da S/L

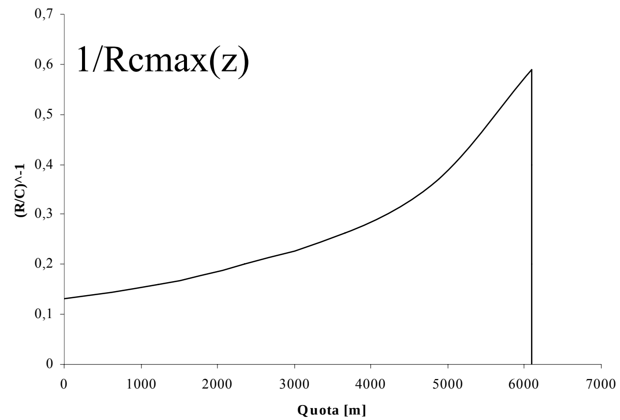


Il tempo è l'integrale (area sottesa)

In pratica il tempo è quella che in analisi può essere definita una funzione integrale, nella quale la variabile indipendente è l'estremo di integrazione di una data funzione

TEMPO Minimo DI SALITA

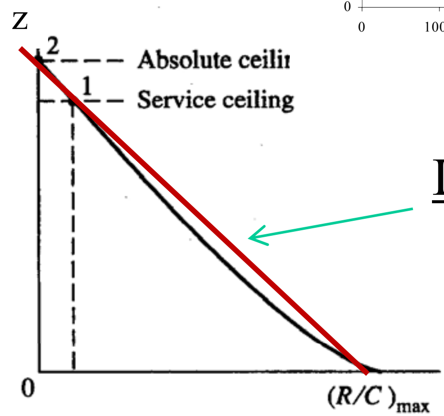
Se si vuole il tempo minimo bisogna usare il massimo RC ad ogni quota



Quota z

$$t_{\min}(\bar{z}) = \int_0^{\bar{z}} \frac{dz}{(RC_{\max}(z))}$$

Se assumiamo come legge di RCmax(z) una legge lineare:



Legge lineare

$$RC_{\max}(z) = a + b \cdot z$$

$$t_{\min} = \int_0^{z} \frac{dz}{RC_{MAX}} = \int_0^{h} \frac{dz}{a + b \cdot z}$$

Tempo minimo per arrivare a quota z

$$\boxed{t_{\min} = \frac{1}{b}\left[\ln(a + b \cdot z) - \ln(a)\right]}$$

Ad esempio, con i valori di a e b ricavati nell'esempio precedente:
a= 13.28 [m/s] e b=-0.001456 [1/s]

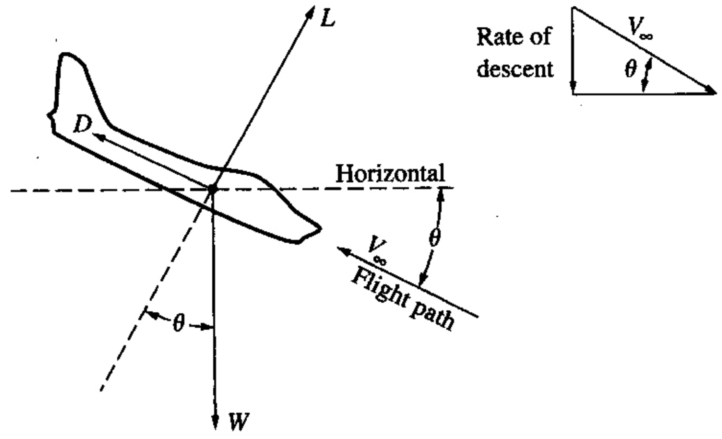
Il tempo che il velivolo impiega ad arrivare alla quota di crociera di 6000 m è:

$$\boxed{t_{\min} = -\frac{1}{0.001456}\left[\ln(4.55) - \ln(13.28)\right] = -\frac{(1.51 - 2.58)}{0.001456} = \frac{1.07}{0.001456} = 736\,\mathrm{s} = 12.27\,\mathrm{min}}$$

VOLO LIBRATO

$$\boxed{\tan \theta_{\min} = \frac{1}{(L/D)_{\max}}}$$

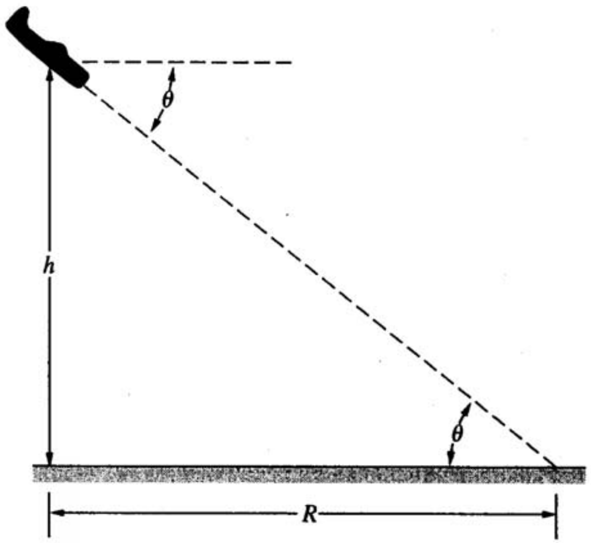
$$L = W\cos\theta$$
$$D = W\sin\theta$$

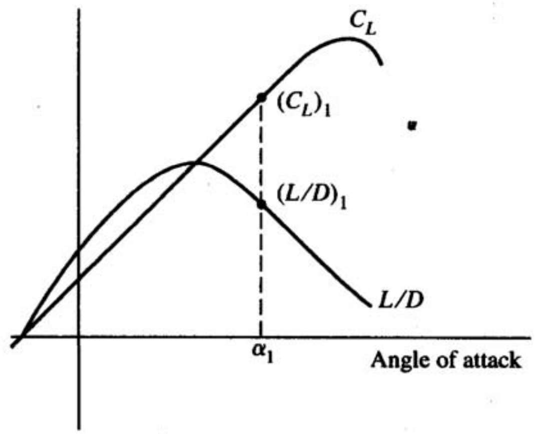


$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{D}{L}$$

$$Tan\,\theta = \frac{1}{L/D}$$

$$Tan\,\theta_{\min} = \frac{1}{(L/D)_{\max}}$$



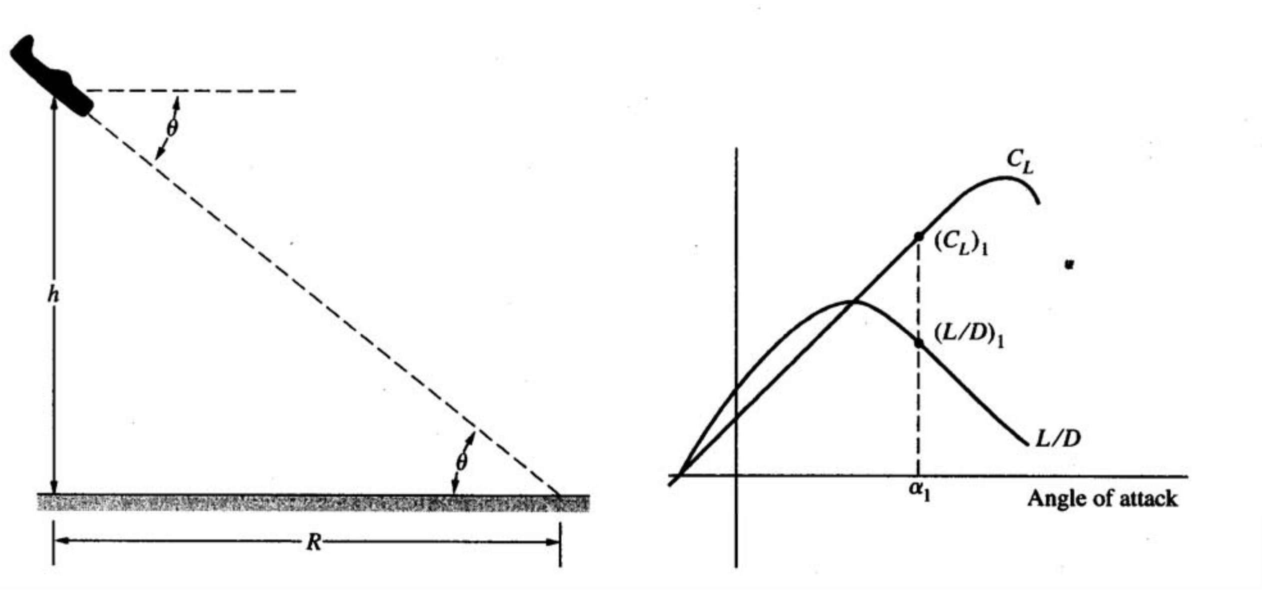


VOLO LIBRATO

$$Tan\,\theta_{\min} = \frac{1}{(L/D)_{\max}}$$

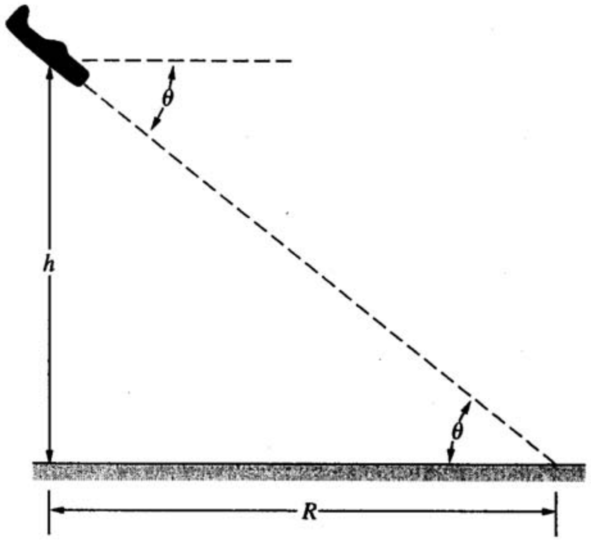
L'angolo di planata minimo non dipende dalla quota, dal carico alare o cose simili, ma

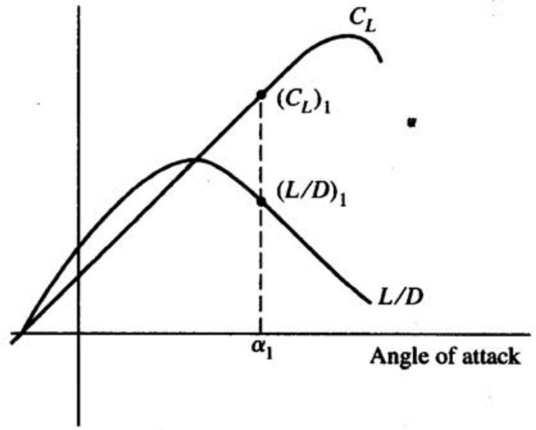
SOLO dall'EFFICIENZA MASSIMA !



VOLO LIBRATO

$$Tan\,\theta_{\min} = \frac{1}{\left(L/D\right)_{\max}}$$





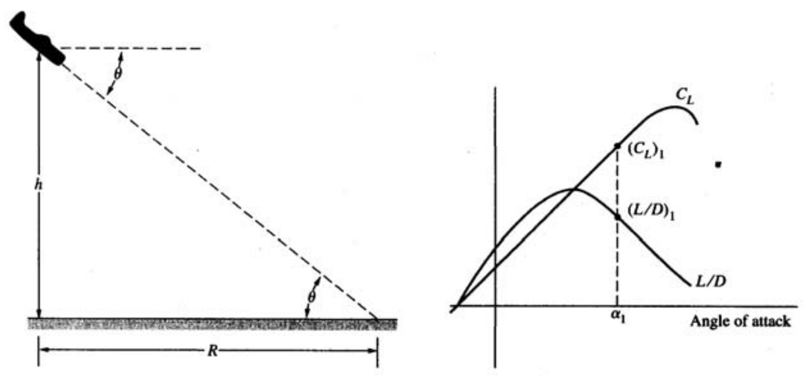
$$L = \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S C_L$$

$$\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S C_L = W\cos\theta$$

$$V_\infty = \sqrt{\frac{2\cos\theta}{\rho_\infty C_L}\frac{W}{S}}$$

VOLO LIBRATO

$$V_\infty = \sqrt{\frac{2\cos\theta}{\rho_\infty C_L}\frac{W}{S}}$$

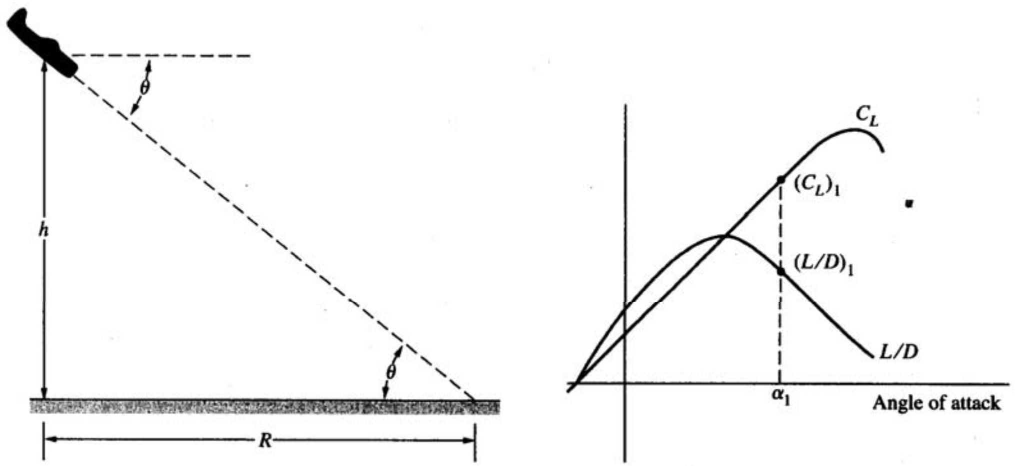


è la velocità di planata di equilibrio. Chiaramente essa dipende dalla quota) e dal carico alare. Il valore di *CL* nell'Eq. [8.24] è quel valore particolare che corrisponde al valore specifico di *L/D* usato nell'Eq. [8.22]. Ricordiamo che sia *CL* che *L/D* sono caratteristiche aerodinamiche dell'aereo che variano con l'angolo d'attacco, come mostrato in Fig. 5.41. Si noti dalla Fig. 5.41 che un determinato valore di *L/D*, indicato con (*L/D*), corrisponde ad un determinato angolo d'attacco , che successivamente impone il coefficiente di portanza (*CL*). Se *L/D* è mantenuto costante per tutta la traettoria di planata, allora *CL* è costante lungo la traiettoria. Comunque la velocità di equilibrio cambierà con la quota lungo questa traiettoria, diminuendo al diminuire della quota.

VOLO LIBRATO

$$V_\infty = \sqrt{\frac{2\cos\theta}{\rho_\infty C_L}\frac{W}{S}}$$

$$Tan\,\theta_{\min} = \frac{1}{(L/D)_{\max}}$$



Consideriamo di nuovo il caso di minimo angolo di planata come trattato con l'Eq. [8.23]. Per un tipico aeroplano moderno, (*L/D*)max = 15, e per questo caso, dall'Eq. [8.23],

$$\theta_{\min} = 3.8°$$

è un angolo piccolo. Quindi possiamo ragionevolmente $\cos\theta = 1$

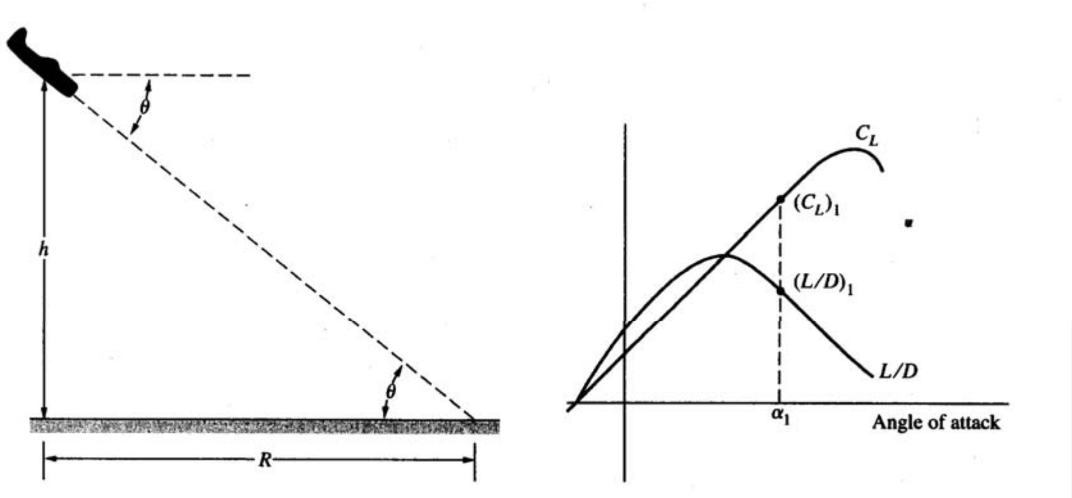
$$\left(\frac{L}{D}\right)_{\max} = \sqrt{\frac{1}{4C_{D,0}K}}$$

$$V_{(L/D)_{\max}} = \left(\frac{2}{\rho_\infty}\sqrt{\frac{K}{C_{D,0}}}\frac{W}{S}\right)^{\frac{1}{2}}$$

VOLO LIBRATO

$$V_\infty = \sqrt{\frac{2\cos\theta}{\rho_\infty C_L}\frac{W}{S}}$$

$$Tan\,\theta_{\min} = \frac{1}{(L/D)_{\max}}$$



Rateo di discesa RD

$$RD = V_V = V_\infty \sin\theta$$

$$DV_\infty = W \cdot V_\infty \sin\theta = W \cdot V_V$$

$$V_V = \frac{DV_\infty}{W} \qquad RD = \frac{\Pi_{no}}{W}$$

Rateo di discesa all'assetto del punto P (min POT necessaria al volo livellato)

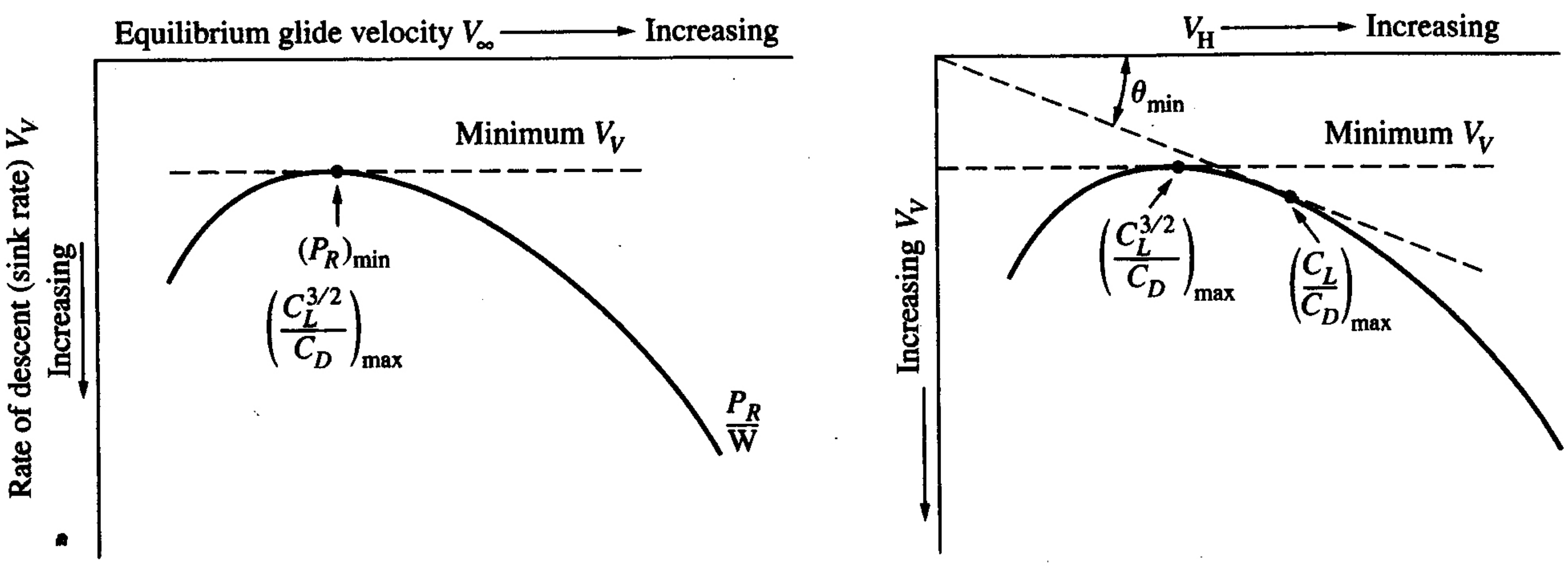
$$RD_{\min}(z) = \frac{\Pi_{no\_P}}{W} = \frac{D_P \cdot V_P(z)}{W}$$

VOLO LIBRATO

RD MINIMO => POTENZA Minima

$$\frac{C_L^{3/2}}{C_D} \text{ è massimo}$$

$$(V_\infty)_{\text{min velocità di affondata}} = \left(\frac{2}{\rho_\infty} \sqrt{\frac{K}{3C_{D,0}} \frac{W}{S}} \right)^{1/2}$$



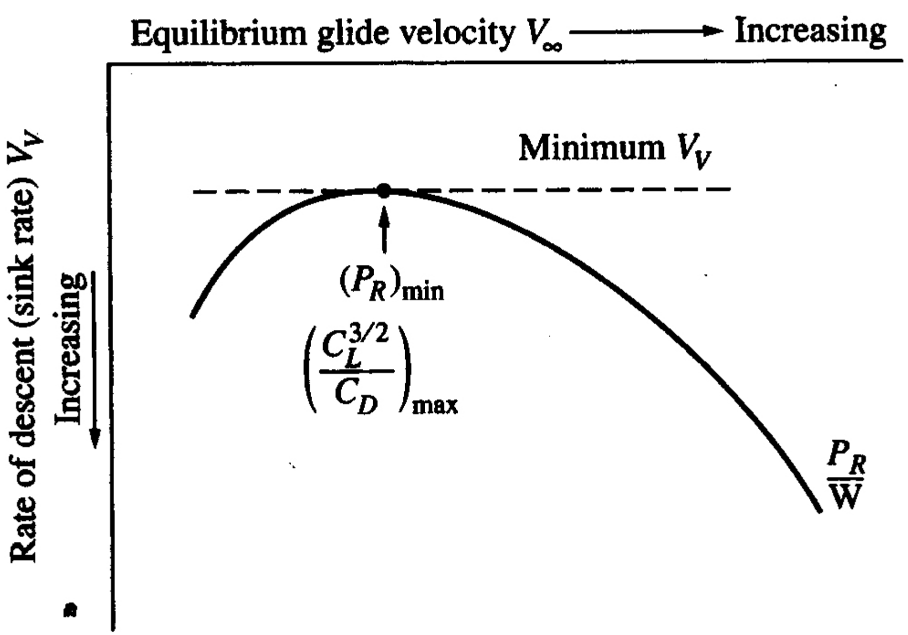
VOLO LIBRATO

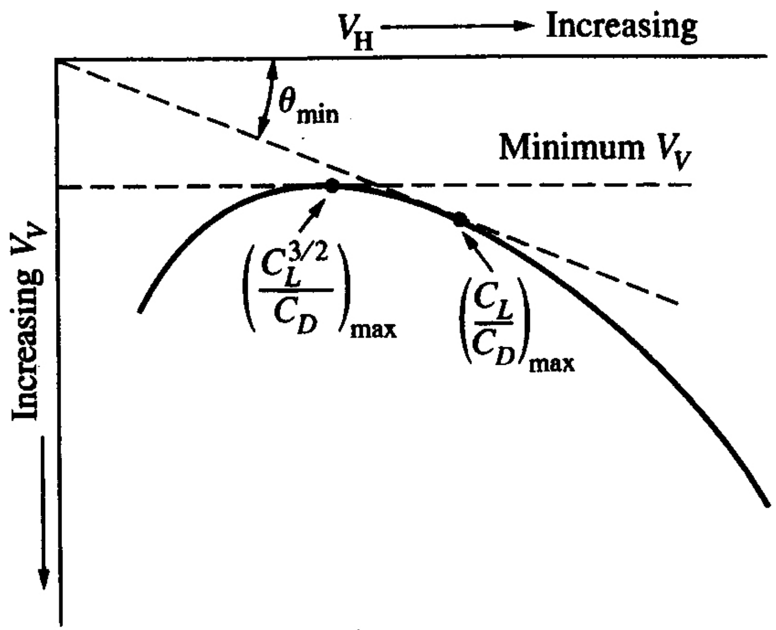
ASSETTO di minimo RD e di minimo angolo sono diversi !!

$$L = W\cos\theta$$

$$W\cos\theta = L = \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S C_L$$

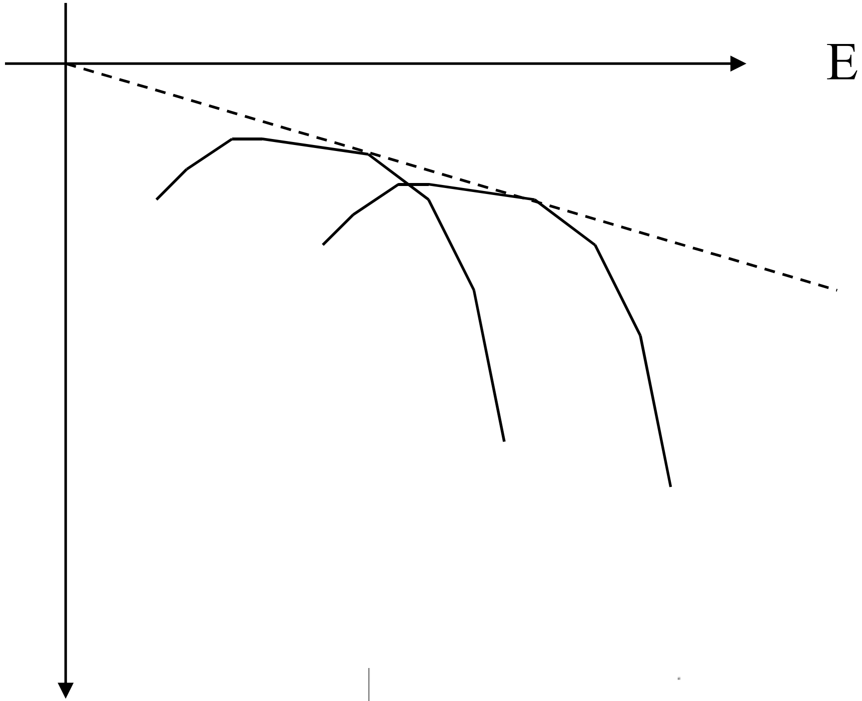
ODOGRAFO VOLO LIBRATO





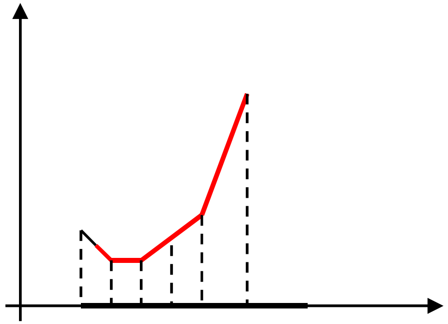
VOLO LIBRATO

La curva di RD è la curva della potenza necessaria ribaltata.

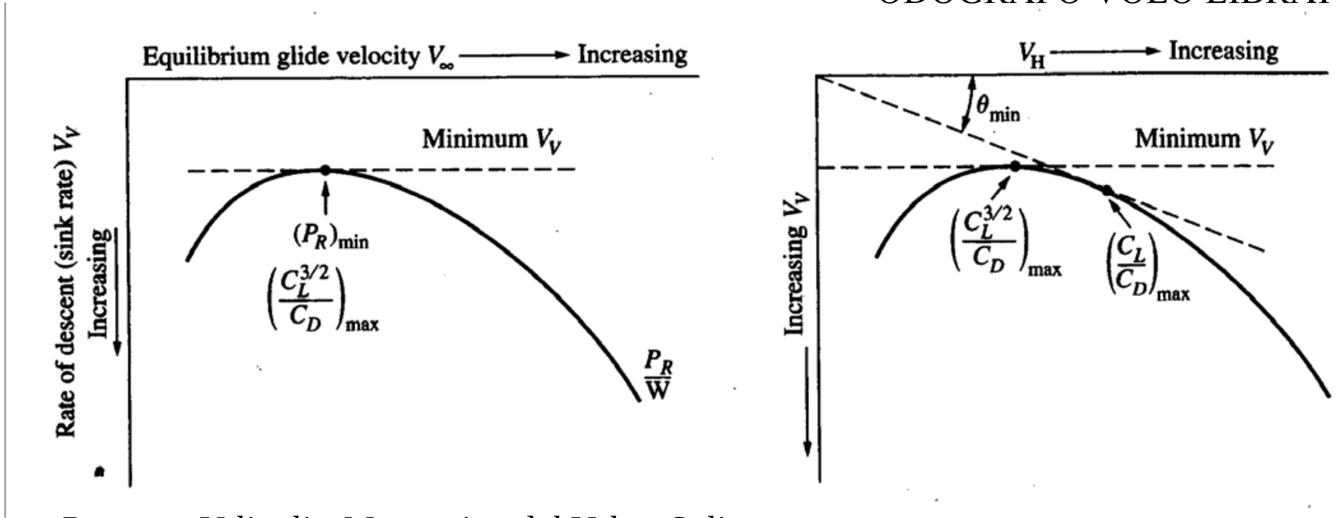


E' come RC con potenza disponibile=0

$$RC = \frac{TV}{W} - \frac{DV}{W} = -\frac{DV}{W}$$



ODOGRAFO VOLO LIBRATO

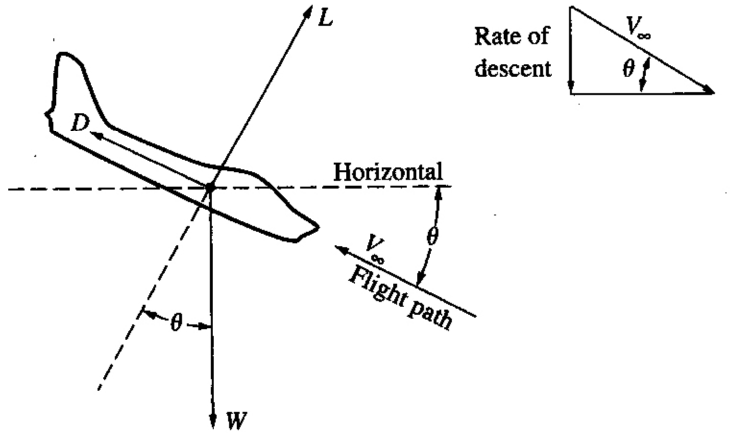


VOLO LIBRATO

$$\tan \theta_{min} = \frac{1}{(L/D)_{max}}$$

$$L = W\cos\theta$$

$$D = W\sin\theta$$



$$W\cos\theta = L = \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S C_L$$

$$V_\infty = \sqrt{\frac{2W\cos\theta}{\rho_\infty S C_L}}$$

$$V_V = V_\infty \sin\theta = (\sin\theta)\sqrt{\frac{2\cos\theta}{\rho_\infty C_L}\frac{W}{S}}$$

Dividendo tra loro le 2 equazioni di equilibrio

$$\sin\theta = \frac{D}{L}\cos\theta = \frac{C_D}{C_L}\cos\theta$$

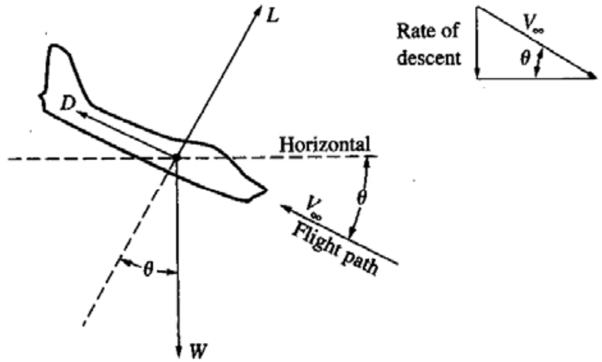
$$RD = V_V = \sqrt{\frac{2\cos^3\theta}{\rho_\infty\left(C_L^3/C_D^2\right)}\frac{W}{S}} \Rightarrow \boxed{RD = V_V = \sqrt{\frac{2}{\rho_\infty\left(C_L^3/C_D^2\right)}\frac{W}{S}}} \quad \cos\theta \approx 1$$

VOLO LIBRATO

$$L = W\cos\theta$$

$$D = W\sin\theta$$

$$\operatorname{Tan}\theta_{\min} = \frac{1}{(L/D)_{\max}}$$



$$\boxed{RD = V_V = \sqrt{\frac{2}{\rho_\infty\left(C_L^3/C_D^2\right)}\frac{W}{S}}}$$

L'Equazione mostra esplicitamente che

$$\left(V_V\right)_{\min} \quad => \quad \left(C_L^{3/2}/C_D\right)_{\max}.$$

Velocità sulla traiettoria di minimo RD

$$V_P = \sqrt{\frac{2}{\rho(z)}\frac{W\cos\theta}{S}\frac{1}{C_{LP}}}$$

<u>Essa mostra inoltre che la velocità di discesa diminuisce al diminuire della quota e aumenta come la radice quadrata del carico alare.</u>

Angolo piccolo

$$\cos\theta \approx 1$$

$$V_P = \sqrt{\frac{2}{\rho(z)}\frac{W}{S}\frac{1}{C_{LP}}}$$

VOLO LIBRATO

ALIANTE ASW24

A quota S/L (=0 m) VE=24.8 m/s (89 Km/h) VP=18.9 m/s (68 Km/h) (TAS)

ΠnE=1.70 kW ΠnP=1.49 kW

RDE=0.57 m/s **RDP=0.50 m/s**

Si noti che il diagramma è fatto considerando laCAS e non la TAS