

Corso di Progetto generale dei Velivoli
MECCANICA DEL VOLO

AUTONOMIE

Prof. F. Nicolosi

AUTONOMIE

ELICA

Formulazione Quantitativa

consumo specifico c Unità di misura *consistenti*
(kp) di combust. (N) di combust.
 $\frac{\text{oppure}}{(kp \cdot m / s) \cdot s} \quad \frac{\text{oppure}}{(J / s) \cdot s}$

$$c \Pi dt \quad c \Pi dt = \frac{(kp) \text{ di combust.}}{(kp \cdot m / s) \cdot s} = \frac{kp \cdot m}{s} = (kp) \text{ di combust.}$$

Variazione di $W \Rightarrow$ variazione di combustibile. Si indichi con W_0 il *gross weight*, cioè il peso del velivolo con pieno di combustibile e carico pagante a bordo, con W_F il peso istantaneo del combustibile e con W_1 il peso dell'aeroplano (con carico pagante a bordo) senza combustibile. Da queste definizioni si ha

$$W_1 = W_0 - W_F$$

$$dW_F = dW = -c \Pi dt$$

$$dt = -\frac{dW}{c \Pi}$$

AUTONOMIE ELICA

Formulazione Quantitativa

Il peso totale W del velivolo è la somma del peso strutturale e del carico pagante, contributi questi invarianti nel tempo, e del peso del combustibile, contributo variabile durante la missione di volo.

Variazione di $W \Rightarrow$ variazione di combustibile. Si indichi con W_0 il *gross weight*, cioè il peso del velivolo con pieno di combustibile e carico pagante a bordo, con W_F il peso istantaneo del combustibile e con W_1 il peso dell'aeroplano (con carico pagante a bordo) senza combustibile. Da queste definizioni si ha

$$W_1 = W_0 - W_F \quad dW_F = dW = -c \Pi dt$$

$$dt = -\frac{dW}{c \Pi}$$

$$ds = V \cdot dt = -V \frac{dW}{c \Pi}$$

$$\frac{ds}{dW} = -\frac{V}{c \Pi}$$

AUTONOMIE ELICA

Formulazione Quantitativa

$$dt = -\frac{dW}{c\Pi}$$

$$ds = V \cdot dt = -V \frac{dW}{c\Pi}$$

$$\frac{ds}{dW} = -\frac{V}{c\Pi}$$

Percorso specifico
[nm/kg fuel]

Endurance

$$\int_0^{En} dt = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{c\Pi}$$

$$En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{c\Pi}$$

Range

$$\int_0^R ds = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V \cdot dW}{c\Pi}$$

$$R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V \cdot dW}{c\Pi}$$

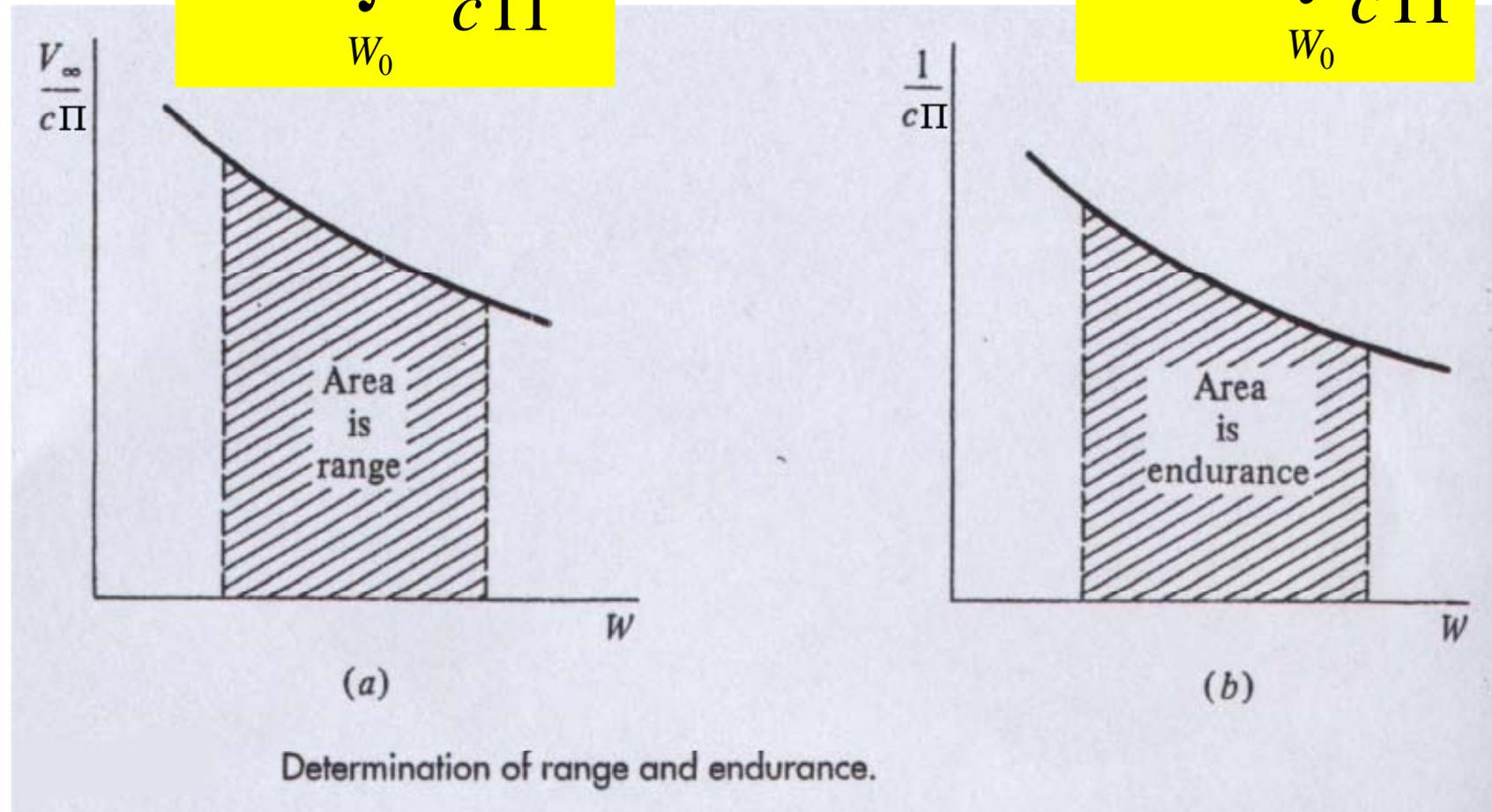
AUTONOMIE

ELICA

Formulazione Quantitativa

$$R = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{V \cdot dW}{c \Pi}$$

$$En = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{c \Pi}$$



AUTONOMIE

Breguet - Elica

$$\Pi_a = \frac{\Pi_D}{\eta} = \frac{D \cdot V}{\eta}$$

$$R = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{V \cdot dW}{c \Pi} = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{V \cdot \eta \cdot dW}{c D V} = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta \cdot dW}{c D} \quad \text{Volo livellato } L=W$$

$$R = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{W \eta \cdot dW}{W c D} = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta}{c} \cdot \frac{L}{D} \frac{dW}{W}$$

Se ipotizzo Volo ad assetto costante, se posso considerare il consumo specifico pressocchè costante:

$$R = - \frac{\eta}{c} \cdot \frac{C_L}{C_D} \int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{W}$$

$$R = \frac{\eta}{c} \cdot \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{W_0}{W_1}$$

AUTONOMIE

Breguet - Elica

$$R = \frac{\eta}{c} \cdot \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{W_0}{W_1}$$

formula di Breguet per l'autonomia di distanza vel. ad elica

$$F.A. = \frac{\eta}{c} \cdot E$$

*FATTORE DI AUTONOMIA VEL ELICA
(3 rendimenti)*

E' evidente che, poiché il peso del velivolo si riduce, non potrò tenere Anche V e quota costanti, ma solo una delle due. Tipicamente la variazione di peso per i velivoli ad elica non è eccessiva (ATR ha circa 2000 Kg fuel su 20000 (10%).

1. una efficienza η dell'elica massima possibile,
2. un consumo specifico c minimo possibile,
3. un rapporto W_0/W_1 massimo possibile, ottenibile con un più elevato possibile carico di carburante stivabile W_F ,
4. cosa più importante di tutte, una efficienza di volo pari a quella massima $(L/D)_{\max}$. Questo conferma quanto osservato qualitativamente nelle pagine precedenti. Cioè che per un'autonomia di distanza massima si deve volare mantenendo un'efficienza aerodinamica $E = L/D$ massima. La formula di Breguet conferma mostra che R è *direttamente proporzionale* ad L/D . Ciò

AUTONOMIE

Breguet - Elica

$$R_{\max} = \frac{\eta}{c} \cdot E_{\max} \ln \frac{W_0}{W_1}$$

formula di Breguet per l'autonomia di distanza vel. ad elica

$$FA|_{\max} = \frac{\eta_P}{c} \cdot E_{\max}$$

*FATTORE DI AUTONOMIA VEL ELICA
(3 rendimenti)*

$$\frac{ds}{dW} = -\frac{V}{c\Pi} = \frac{1}{W} \cdot \frac{\eta_P \cdot E}{c} = \frac{FA}{W}$$

$$\frac{ds}{dW} = \frac{FA}{W}$$

$$\frac{ds}{dW_{\max}} = \frac{FA_{\max}}{W}$$

AUTONOMIE

Breguet - Elica

formula di Breguet per l'autonomia di durata

$$En = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{c \Pi} = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta \cdot dW}{c DV} = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta}{c} \cdot \frac{L}{DV} \cdot \frac{dW}{W}$$

$$L = W = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L \quad V = \sqrt{2W / (\rho S C_L)}$$

$$En = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta}{c} \cdot \frac{C_L}{C_D} \sqrt{\frac{\rho S C_L}{2}} \frac{dW}{W^{3/2}}$$

Ipotesi volo ad assetto e quota costanti:

$$En = - \frac{\eta}{c} \cdot \frac{C_L}{C_D} \sqrt{\frac{\rho S C_L}{2}} \cdot \int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{W^{3/2}} = 2 \frac{\eta}{c} \cdot \frac{C_L^{3/2}}{C_D} \sqrt{\frac{\rho S}{2}} \left(W^{1/2} \Big|_{W_0}^{W_1} \right)$$

AUTONOMIE

Breguet - Elica formula di Breguet per l'autonomia di durata

Ipotesi volo ad assetto e quota costanti:

$$En = \frac{\eta}{c} \cdot \frac{C_L^{3/2}}{C_D} \sqrt{2 \rho S} \cdot (W_1^{-1/2} - W_0^{-1/2})$$

Ipotesi volo ad assetto e velocità costanti:

$$En = \frac{\eta}{c} \cdot \frac{E}{V} \ln \left(\frac{W_0}{W_1} \right)$$

AUTONOMIE

Breguet - Elica Formule di Breguet per le autonomie

RANGE - ipotesi volo ad assetto e quota costanti:

$$F.A. = \frac{\eta}{c} \cdot E$$

$$R = \frac{\eta}{c} \cdot E \cdot \ln \frac{W_0}{W_1}$$

$$R_{\max} = \frac{\eta}{c} \cdot E_{\max} \ln \frac{W_0}{W_1}$$

$$\frac{ds}{dW_{\max}} = \frac{FA_{\max}}{W}$$

PUNTO E

Massima autonomia di distanza in E e non dipende dalla quota

ENDURANCE - ipotesi volo ad assetto e velocità costanti:

$$\frac{dt}{dW} = \frac{1}{V} \frac{FA}{W}$$

$$En = \frac{\eta}{c} \cdot \frac{E}{V} \ln \left(\frac{W_0}{W_1} \right)$$

$$En_{\max} = \frac{\eta}{c} \cdot \frac{E_P}{V_P} \ln \left(\frac{W_0}{W_1} \right)$$

Massima autonomia di durata in P
e dipende dalla quota (max a quota S/L)

PUNTO P

Cap.9 – AUTONOMIE

Breguet - Elica

Le formule non risultano di facile uso, dato che è presente il consumo c e non SFC.

$$R = 603.5 \cdot \frac{\eta_P}{SFC} \cdot \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{W_0}{W_1}$$

che fornisce il valore di R in [Km] con SFC in [lb/(hp h)] (intorno a 0.5 per un motore a pistoni e 0.7 per un turboelica).

$$En = 53.5 \cdot \frac{\eta_P}{SFC} \cdot \frac{C_L^{3/2}}{C_D} \sqrt{2 \rho S} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{W_1}} - \frac{1}{\sqrt{W_0}} \right]$$

con En in [ore] e W espresso in [Kg]

$$En = 603.5 \cdot \frac{\eta_P}{SFC} \cdot \frac{E}{V} \ln \left(\frac{W_0}{W_1} \right)$$

con En in [ore] e V espressa in [Km/hr]

AUTONOMIE JET

il consumo specifico di velivoli a getto (*thrust-specific fuel consumption*, in inglese; comunemente indicato con l'abbreviazione *SFCJ*)

$$\text{SFCJ} = \frac{\text{(kp) di combust.}}{\text{(kp) di spinta} \cdot \text{(h)}} \quad \frac{\text{lb di comb}}{\text{lb di spinta} \cdot \text{(h)}}$$

in unità di misura del sistema tecnico (si noti l'inconsistenza dell'unità di misura del tempo).

$$\frac{\text{(kp) di combust.}}{\text{(kp) di spinta} \cdot \text{(s)}} \quad \frac{\text{(N) di combust.}}{\text{(N) di spinta} \cdot \text{(s)}}$$

$$dW = -c_J T_D dt$$

$$dt = -\frac{dW}{c_J T_D} \quad \int_0^{En} dt = En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{c_J T_D} \quad En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{c_J T_D}$$

AUTONOMIE JET

Formulaz. Quantitativa - BREGUET

$$En = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{c_J T_D} \quad T_D = T_R = D \quad \text{Ma } D = W/E$$

$$En = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{1}{c_J} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{dW}{W}$$

Ipotesi ct ed E costanti :

VOLO ad ASSETTO COSTANTE

$$En = \frac{1}{c_J} \cdot \frac{C_L}{C_D} \cdot \ln \frac{W_0}{W_1}$$

$$\frac{dt}{dW} = \frac{1}{W} \frac{E}{c_J}$$

$$En_{\max} = \frac{1}{c_J} \cdot E_{\max} \cdot \ln \frac{W_0}{W_1}$$

Max autonomia oraria JET:

- È massima nel punto E
- Non dipende dalla quota
- cresce all'aumentare del combustibile e al ridursi del consumo spec.

AUTONOMIE JET

Formulaz. Quantitativa – BREGUET AUTON DISTANZA

$$ds = V \cdot dt = -\frac{V \cdot dW}{c_t T_D} \qquad ds = V \cdot dt = -\frac{V \cdot dW}{c_J \frac{W}{E}} = \frac{E \cdot V}{c_J} \frac{dW}{W}$$

$$FA_J = \frac{E \cdot V}{c_J} \quad \text{Fattore autonomia JET}$$

(massimo nel punto A)

$$\frac{ds}{dW} = \frac{FA_J}{W} \quad \text{Percorso specifico} \qquad \int_0^R ds = R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{E \cdot V}{c_J} \frac{1}{W} dW$$

$$R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V}{c_t} \frac{C_L}{C_D} \frac{dW}{W} \qquad V = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L}}$$

$$R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{1}{c_t} \frac{1}{\sqrt{\rho S C_L}} \frac{C_L}{C_D} \frac{dW}{W} = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{1}{c_t} \frac{1}{\sqrt{\rho S}} \frac{C_L^{1/2}}{C_D} \frac{dW}{W^{1/2}}$$

AUTONOMIE JET

Formulaz. Quantitativa – BREGUET AUTON DISTANZA

$$FA_J = \frac{E \cdot V}{c_J} \quad \frac{ds}{dW} = \frac{FA_J}{W} \quad \int_0^R ds = R = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{E \cdot V}{c_J} \frac{1}{W} dW$$

Ipotesi quota ed assetto costanti (V varia con il peso)

$$R = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{V}{c_J} \frac{C_L}{C_D} \frac{dW}{W} \quad V = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L}}$$

$$R = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{1}{c_J} \frac{1}{\sqrt{\rho S C_L}} \frac{C_L}{C_D} \frac{dW}{W} = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{1}{c_J} \frac{1}{\sqrt{\rho S}} \frac{C_L^{1/2}}{C_D} \frac{dW}{W^{1/2}}$$

$$R = \frac{2}{c_J} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho S}} \cdot \frac{C_L^{1/2}}{C_D} \cdot (W_0^{1/2} - W_1^{1/2})$$

AUTONOMIE JET

Formulaz. Quantitativa – BREGUET AUTON DISTANZA

$$R = \frac{2}{c_t} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho S}} \cdot \frac{C_L^{1/2}}{C_D} \cdot (W_0^{1/2} - W_1^{1/2})$$

Ipotesi quota ed assetto costanti
(V varia con il peso)

Si vede che dipende dall'assetto. E' massima nel punto A (massimo rapporto $CL^{1/2}/CD$). DIPENDE DALLA QUOTA e CRESCE CON LA QUOTA

$$R_{\max} = \frac{2}{c_t} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho S}} \cdot \frac{C_{L_A}^{1/2}}{C_{D_A}} \cdot (W_0^{1/2} - W_1^{1/2})$$

ipotesi quota ed assetto costanti
(V varia con il peso)

AUTONOMIE JET

Formulaz. Quantitativa – BREGUET AUTON DISTANZA JET

$$R = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{V}{c_J} \frac{C_L}{C_D} \frac{dW}{W}$$

Se ipotizziamo anche V costante oltre ai coefficienti aerodinamici (vuol dire che la **quota deve cambiare** in relazione al minor peso che sia ha per il combustibile consumato)

$$R = - \frac{V}{c_J} \frac{C_L}{C_D} \int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{W} = \frac{V}{c_J} \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{W_0}{W_1}$$

$$R_{\max} = \frac{V_A}{c_J} E_A \ln \frac{W_0}{W_1}$$

$$R_{\max} = FA_{J_{\max}} \ln \frac{W_0}{W_1}$$

BREGUET JET
semplificata

AUTONOMIE JET

Formulaz. Quantitativa – BREGUET – Formule con unità tecniche

$$En = \frac{1}{SFCJ} \cdot \frac{C_L}{C_D} \cdot \ln \frac{W_0}{W_1}$$

$$En_{\max} = \frac{1}{SFCJ} \cdot E_{\max} \cdot \ln \frac{W_0}{W_1}$$

con SFCJ in (lb/(lb h)) (circa 0.50-0.65) e En in [ore]

$$R = -\frac{V}{SFCJ} \frac{C_L}{C_D} \int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{W} = \frac{V}{SFCJ} \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{W_0}{W_1}$$

con R in [Km]
e V in [Km/h]

$$R_{\max} = \frac{V_A}{SFCJ} E_A \ln \frac{W_0}{W_1}$$

con R in [Km]
e V in [Km/h]

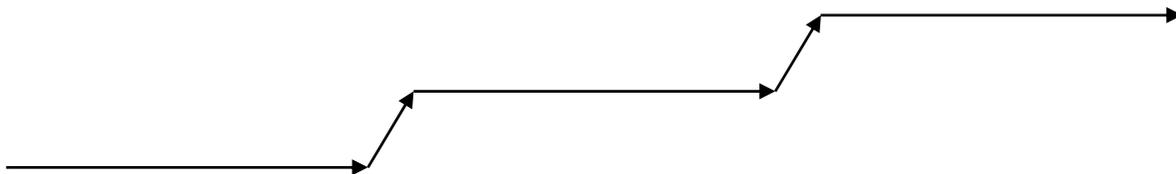
AUTONOMIE JET

RANGE - Considerazioni

Nel caso del velivolo a jet potremmo avere :

- 1) Volo a CL e quota costante
- 2) Volo a V e CL cost (la quota deve cambiare, climbing flight)
- 3) Volo a quota e Vel costante (cambia CL)

Tipicamente il volo per tratte lunghe si svolge a tratte a quota costante che vengono incrementate di tanto in tanto su degli opportuni
LEVEL FLIGHT



In realtà sarebbe desiderabile avere quota e Mach (quindi V) costante

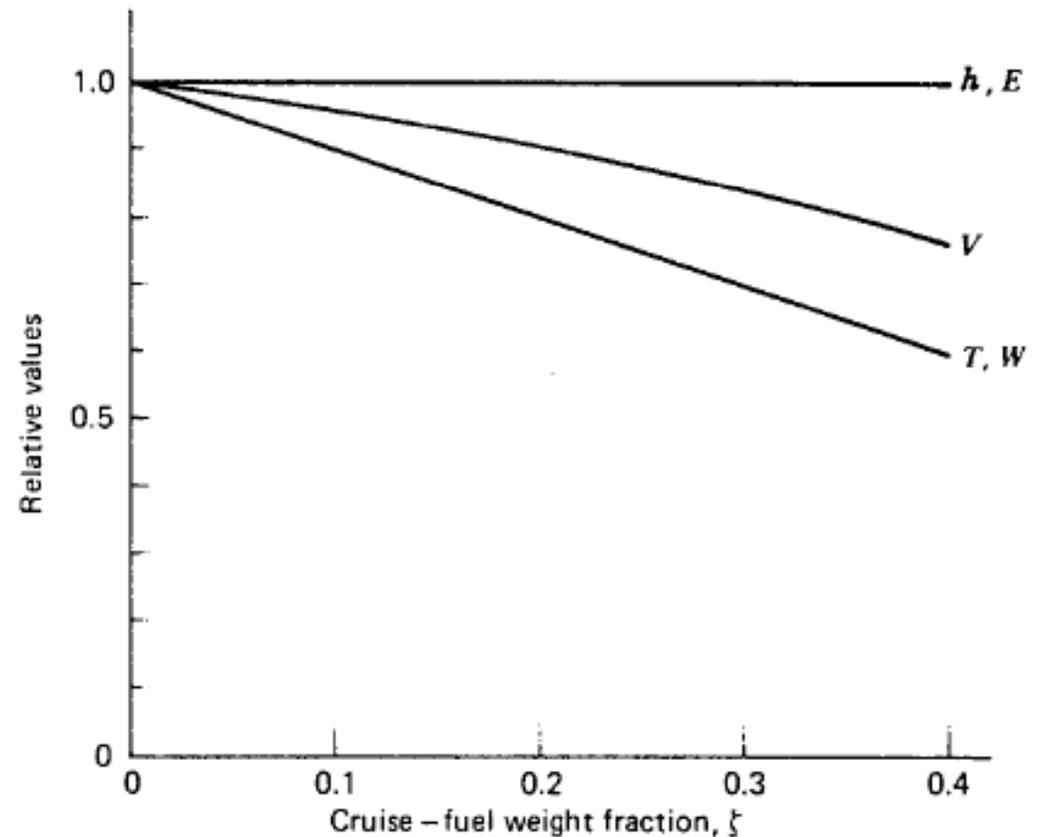
AUTONOMIE JET

RANGE - Considerazioni

1) Volo a CL e quota costante

$$R = 2 \cdot E \cdot V_1 \frac{1}{C_t} \left[1 - (1 - \zeta)^{1/2} \right]$$

$$\text{con } \zeta = \left(\frac{W_f}{W_o} \right) = \left(\frac{W_o - W_1}{W_o} \right)$$



AUTONOMIE JET

RANGE - Considerazioni

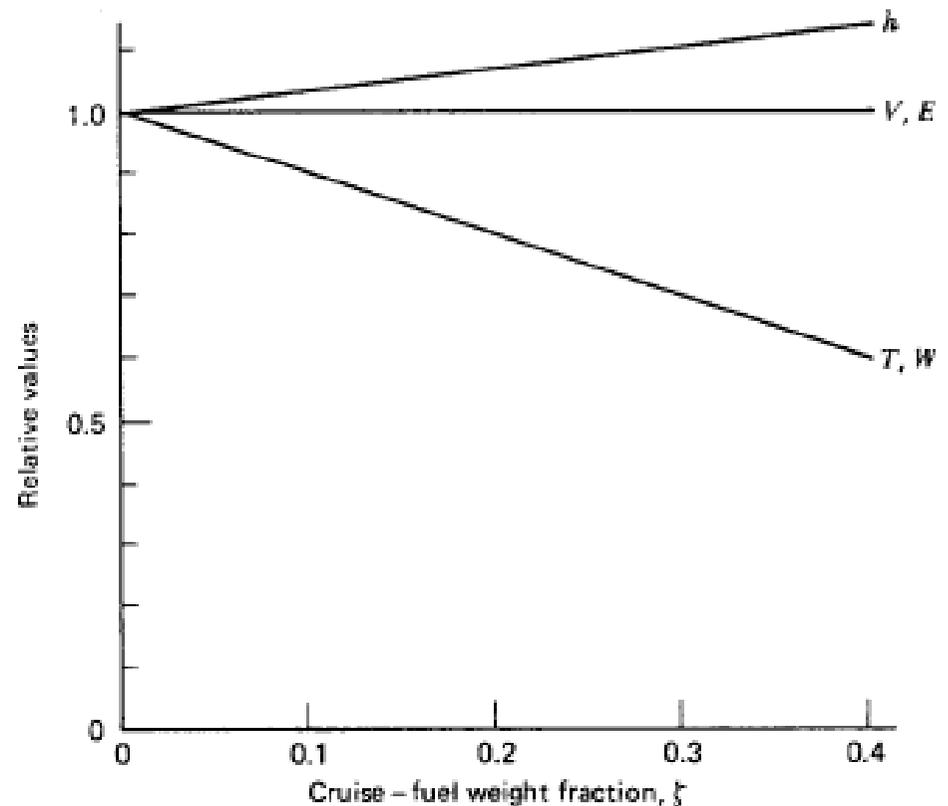
2) Volo a V e C_L costante

$$R = \frac{V}{c_J} \frac{C_L}{C_D} \int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{W} = \frac{V}{c_J} \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{W_o}{W_1}$$

$$\text{con } \zeta = \left(\frac{W_f}{W_o} \right) = \left(\frac{W_o - W_1}{W_o} \right)$$

$$R = \frac{V}{c_J} \frac{C_L}{C_D} \ln \left(\frac{1}{1 - \zeta} \right)$$

Breguet semplificata



AUTONOMIE

JET

RANGE - Considerazioni

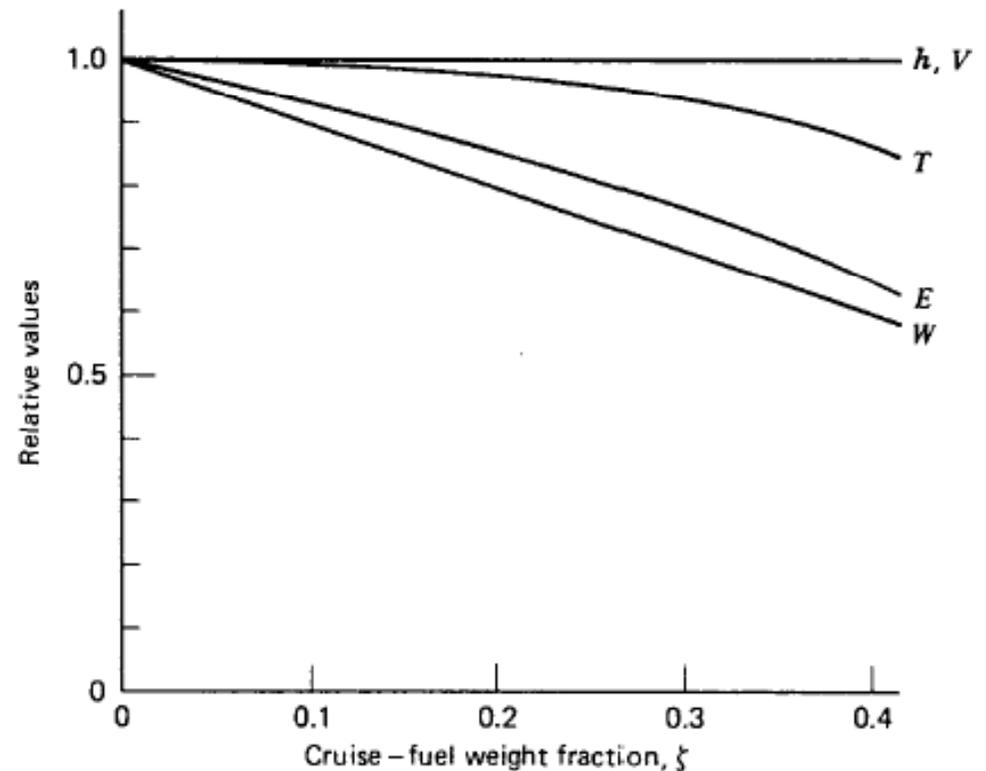
3) Volo a quota e V costante

$$R = -\frac{V}{c_t} \int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{D}$$

$$D = q \cdot S \cdot (C_{D_0} + K \cdot C_L^2)$$

$$R = \frac{2 \cdot E_{MAX} \cdot V}{c_t} \arctan \left[\frac{\zeta \cdot E_o}{2 \cdot E_{MAX} \cdot (1 - K \cdot C_{L_o} \cdot E_o \cdot \zeta)} \right]$$

E' quello in teoria + usato , ma
La formula è complessa.



AUTONOMIE JET

RANGE - Considerazioni

BEST RANGE – confronto fra i vari programmi di volo

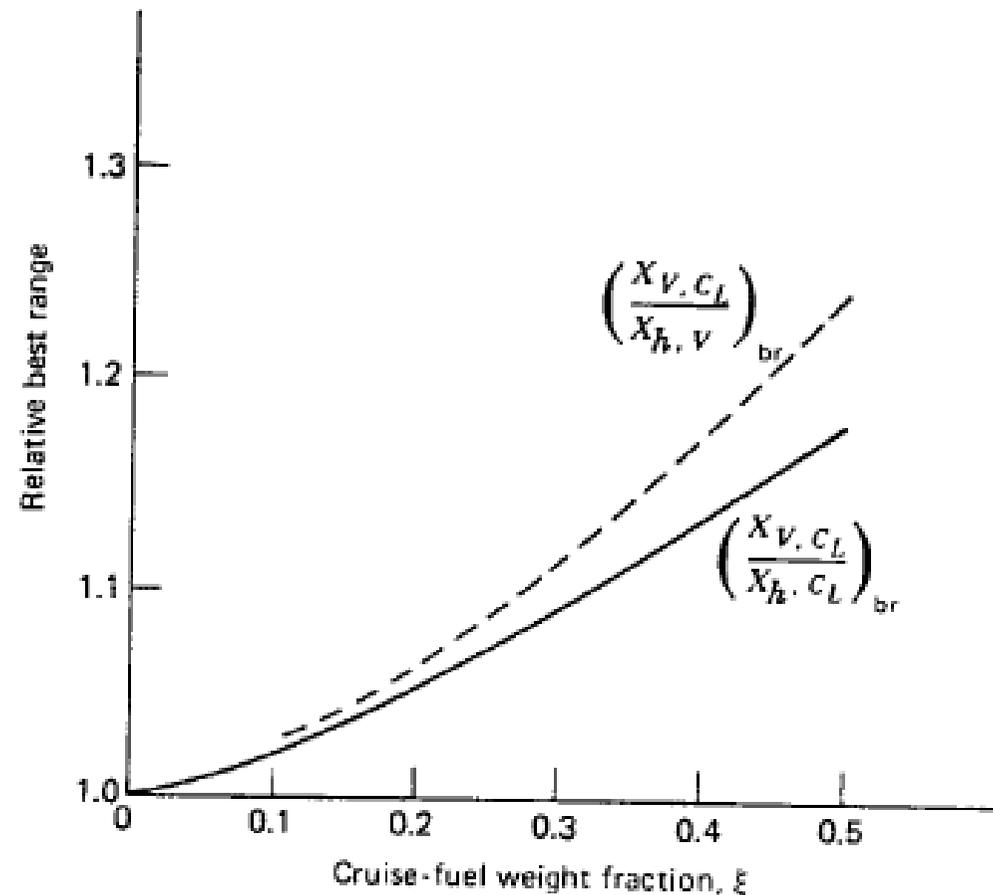


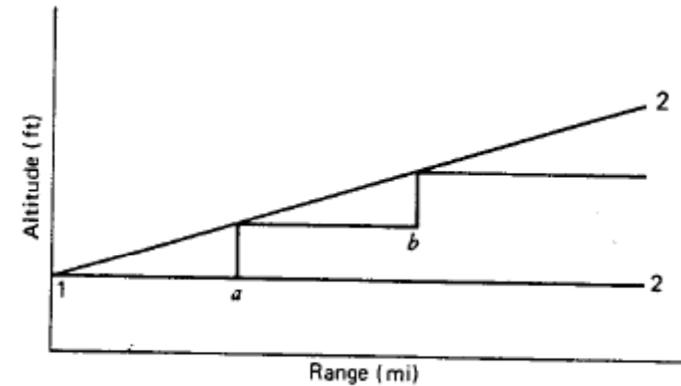
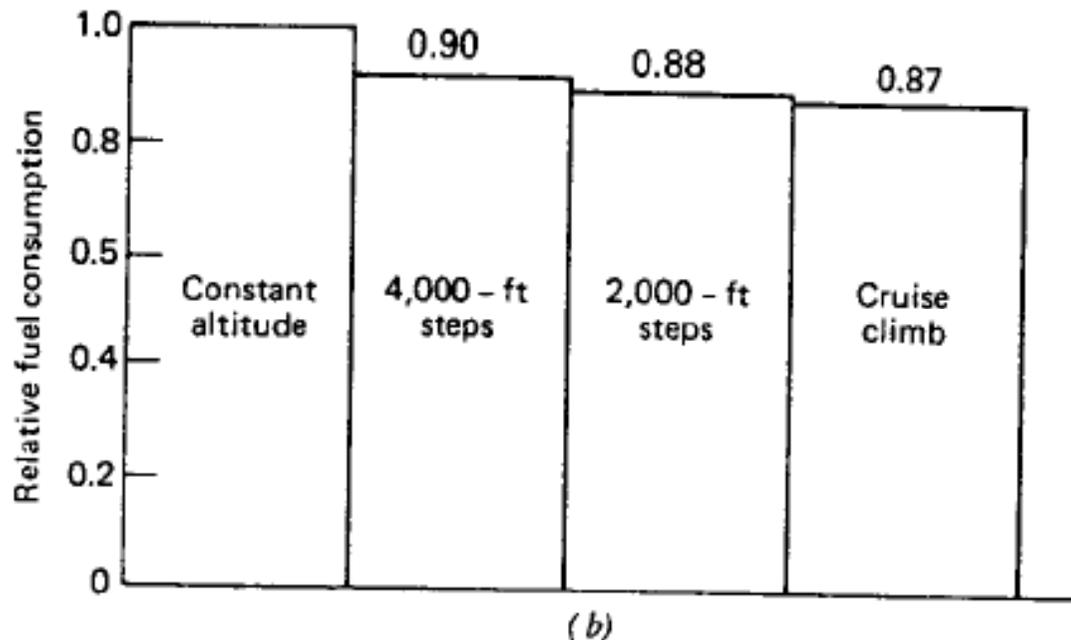
FIGURE 3-7

Relative best range as a function of the range, i.e., the cruise-fuel weight fraction.

AUTONOMIE JET

RANGE - Considerazioni

Cruise climbing vs Stepped altitude flight



Tipicamente gli step ammessi
Dagli enti controllo traff aereo
Sono di 4 FL
(1 FL = 1000 ft)
e dispari e pari sensi opposti

C'e' poca differenza tra il cruise climb e lo stepped altitude
- Il constant altitude non conviene !

AUTONOMIE

FORMULE di BREGUET - Riepilogo

$$\text{con } \zeta = \left(\frac{W_f}{W_o} \right) = \left(\frac{W_o - W_1}{W_o} \right)$$

$$R = \frac{\eta_P}{c} \cdot E \cdot \ln \frac{W_0}{W_1}$$

$$R = \frac{\eta_P}{c} \cdot E \cdot \ln \left(\frac{1}{1-\zeta} \right)$$

$$R_{\max} = \frac{\eta_P}{c} \cdot E_{\max} \cdot \ln \left(\frac{1}{1-\zeta} \right)$$

Breguet
dist. ELICA
(punto E)

$$\frac{ds}{dW} = \frac{FA_P}{W}$$

$$FA_P = \frac{\eta_P}{c} \cdot E$$

$$En = \frac{\eta}{c} \cdot \frac{E}{V} \ln \left(\frac{W_0}{W_1} \right)$$

Assetto e vel. costanti

$$En_{\max} = \frac{\eta}{c} \cdot \frac{E_P}{V_P} \ln \left(\frac{1}{1-\zeta} \right)$$

Breguet
hr ELICA
(punto P)

$$R = \frac{V}{c_J} \cdot E \cdot \ln \frac{W_0}{W_1}$$

$$R = \frac{V}{c_J} \cdot E \cdot \ln \left(\frac{1}{1-\zeta} \right)$$

$$R_{\max} = \frac{V_A}{c_J} \cdot E_A \cdot \ln \left(\frac{1}{1-\zeta} \right)$$

Breguet
dist. JET
(punto A)

$$\frac{ds}{dW} = \frac{FA_J}{W}$$

$$FA_J = \frac{V \cdot E}{c_J} = a \cdot \frac{E \cdot M}{c_J}$$

**Assetto e vel. Costanti
(CRUISE CLIMB)**

$$En = \frac{1}{c_J} \cdot \frac{C_L}{C_D} \cdot \ln \frac{W_0}{W_1}$$

$$En_{\max} = \frac{1}{c_J} \cdot E_{\max} \cdot \ln \left(\frac{1}{1-\zeta} \right)$$

Breguet
hr JET
(punto E)

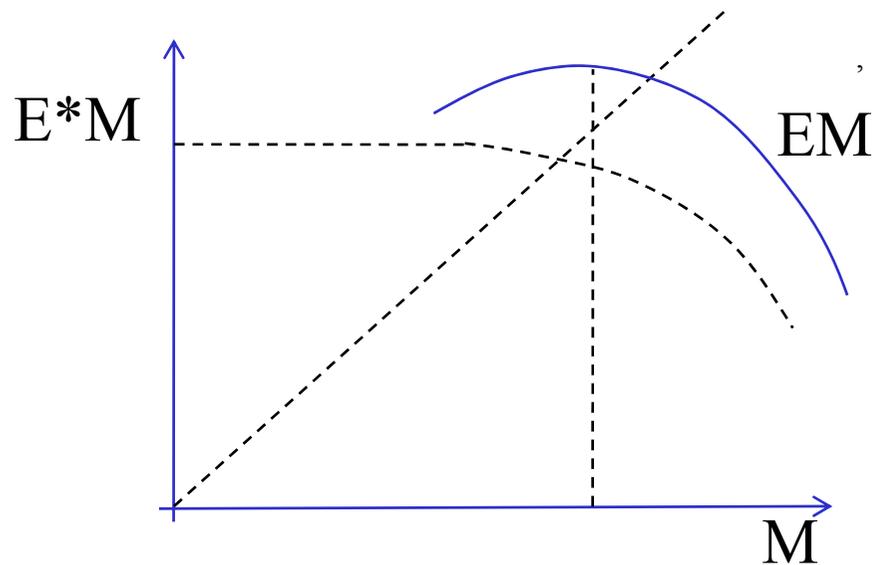
Assetto costante

AUTONOMIE JET

RANGE - Considerazioni

Per il JET va considerato anche se $M > M_{dd}$
In tal caso la V non può essere qualsiasi.

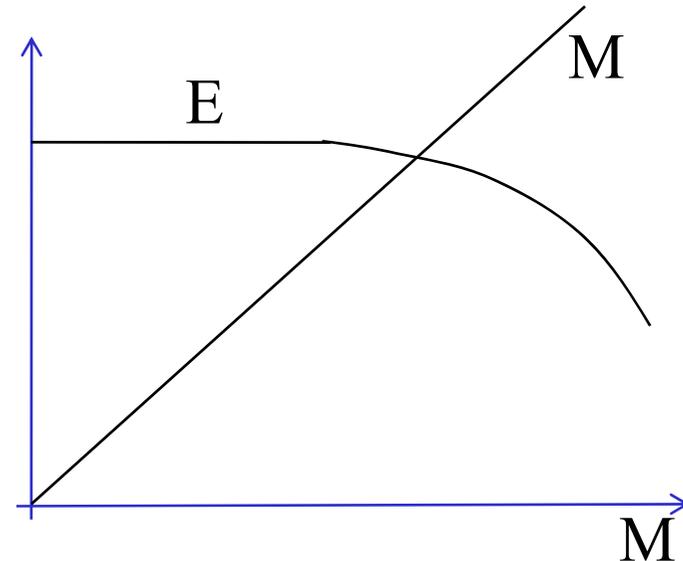
Dovremo tener conto non di $E \cdot V$, ma di :



Massimo di $E \cdot M$ spostato a dx

$$E \cdot M$$

dove $E = E(M)$



$$FA_J = a(h) \cdot \frac{E \cdot M}{c_J}$$

In una prima fase si fissa la quota e si ottimizza il consumo per quella quota.

La condizione ottima sarà il massimo della curva $E \cdot M$

AUTONOMIE

RANGE - Considerazioni

Si consideri che però, nella pratica può essere più utile volare a velocità leggermente più elevate di quella di massimo Range (minimo consumo, o massimo percorso specifico).

Questo perché si deve ottimizzare il DOC (costo diretto operativo) ed ottimizzare i tempi di percorrenza.

In effetti si va proprio a mediare il problema del consumo con quello del tempo di percorrenza (della velocità).

Tipicamente un velivolo ad elica in 'crociera non volo in E (assetto lento), ma tra E ed A , o forse addirittura in A, se su quella tratta il tempo pesa in modo determinante.

Lo stesso vale per il jet, considerando che l'assetto del punto A (minimo consumo) potrebbe non essere quello ottimale per i tempi.