

2. Atmosfera standard

Le condizioni atmosferiche influenzano notevolmente le prestazioni di un velivolo. Esse variano continuamente per cui ogni test di volo produce risultati differenti dagli altri. Le qualità di volo e le performance di diversi velivoli possono essere quindi coerentemente confrontate solo se ci si riferisce a condizioni standard.

Esistono diverse definizioni di quota usate nella letteratura, in questa sede indicheremo con:

- Quota Geometrica la distanza verticale del punto in questione dal livello medio del mare;
- Quota Pressione la quota geometrica alla quale si ha una data pressione in atmosfera standard;
- Quota Densità la quota geometrica alla quale si ha una data densità in atmosfera standard;
- Quota Assoluta la distanza di un punto dal centro della Terra;
- Quota Geopotenziale tiene conto delle variazioni dell'accelerazione gravitazionale g ; per il campo operativo dei velivoli l'assunzione che g sia costante introduce errori trascurabili, per cui la quota geopotenziale coincide con quella geometrica.

I modelli di atmosfera storicamente sono numerosi ma tutti molto simili tra di loro, quello largamente accettato oggi è basato sulle seguenti assunzioni (riferite alle condizioni atmosferiche a 40° di latitudine nord):

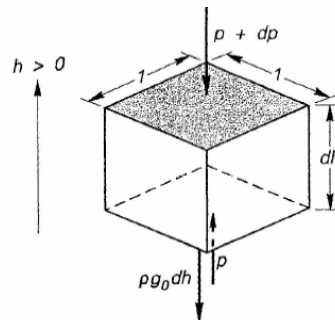
- L'aria è un gas perfetto per il quale vale l'equazione di stato $p = \rho RT$ (1); questa ipotesi è valida fino ad una quota di circa 90 km, dove cominciano ad essere influenti gli effetti della dissociazione delle molecole.
- La temperatura varia linearmente con la quota: $T = T_i + k_i(h - h_i)$ (2); k_i è il rateo di diminuzione e varia a seconda della parte di atmosfera considerata, T_i, k_i, h_i sono dati dalla seguente tabella per quote fino a 90 Km:

Index i	Lapse Rate k_i ($^{\circ}\text{R}/\text{ft}$)	Base Temperature T_i ($^{\circ}\text{R}$)	Base Geopotential Altitude h_i (ft)
0	-0.00356616	518.67	0.000
1	0.00000000	389.97	36,089.239
2	0.00054864	389.97	65,616.798
3	0.00153619	411.57	104,986.878
4	0.00000000	487.17	154,199.475
5	-0.00109728	487.17	170,603.675
6	-0.00219456	454.17	200,131.234
7	0.00000000	325.17	259,186.352

Le condizioni standard al livello del mare sono:

- $p_0 = 1,013250 \times 10^5 \text{ N/m}^2$
- $T_0 = 288,15^{\circ}\text{K}$
- L'accelerazione gravitazionale è costante e vale $g_0 = 9,80665 \text{ m/s}^2$
- L'umidità relativa è assunta pari a zero

L'equilibrio delle forze di pressione e gravitazionali agenti su un cubetto di aria restituisce la relazione: $p - (p + dp) - \rho g_0 dh = 0$



assumendo g_0 costante, essa si semplifica in:

$$dp = -\rho g_0 dh \quad (3)$$

Combinano l'equazione 1 con la 3: $\frac{dp}{p} = -g_0 \frac{dh}{RT}$.

1. Per $k_i \neq 0$:

$\frac{dT}{dh} = k_i$ moltiplicando e dividendo per dT e sostituendo ho:

$$\frac{dp}{p} = -g_0 \frac{dT}{k_i R T}$$

che integrata da:

$$\ln \frac{p}{p_i} = -\frac{g_0}{k_i R} \ln \frac{T}{T_i}$$

sostituendo l'equazione 2 in questa ottengo:

$$\frac{p}{p_i} = \left(1 + \frac{k_i}{T_i} (h - h_i) \right)^{-\frac{g_0}{k_i R}} \quad (4)$$

2. per $k_i = 0$

integrando ho:

$$\ln \frac{p}{p_i} = -\frac{g_0}{T_i R} (h - h_i)$$

che diventa:

$$\frac{p}{p_i} = e^{-\frac{g_0}{T_i R} (h - h_i)} \quad (5)$$

Utilizzando l'equazione di stato (1) è possibile esprimere anche la densità, così come già fatto per la pressione, in funzione della quota:

$$\frac{\rho}{\rho_i} = \left(1 + \frac{k_i}{T_i}(h - h_i)\right)^{-\frac{g_0}{k_i R} - 1} \quad \text{per } k_i \neq 0 \quad (6)$$

$$\frac{\rho}{\rho_i} = e^{-\frac{g_0}{T_i R}(h - h_i) - 1} \quad \text{per } k_i = 0 \quad (7)$$

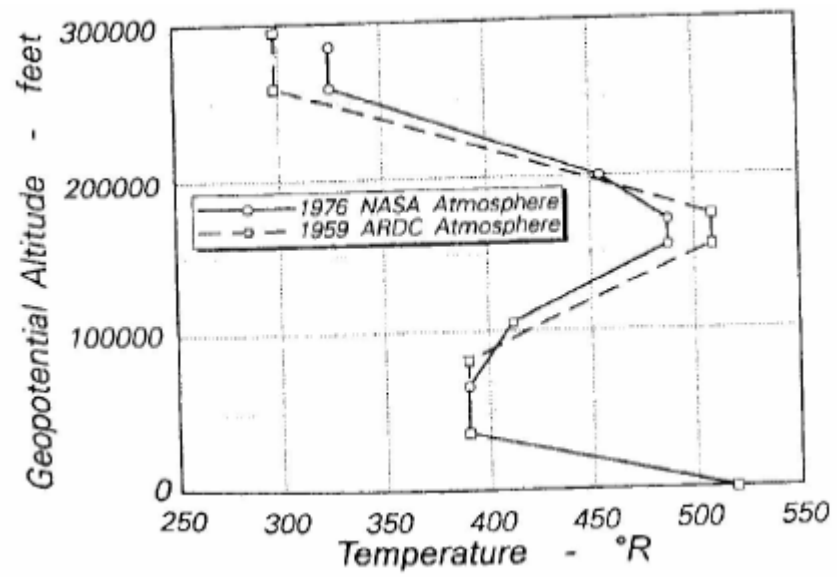
Ovviamente il campo di interesse per i velivoli si limita alla troposfera, dove l'indice i assume il valore zero, il coefficiente k_0 vale $k_0 = -6,5 \times 10^{-3} \text{ K/m}$ e le equazioni diventano:

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 + \frac{k_0}{T_0}(h)\right)^{-\frac{g_0}{k_0 R}}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 + \frac{k_0}{T_0}(h)\right)^{-\frac{g_0}{k_0 R} - 1}$$

Molto spesso sono usate variabili adimensionali al posto di pressione, densità e temperatura; esse sono ottenute semplicemente dividendo ogni grandezza per il suo valore standard al livello del mare:

$$\delta = \frac{p}{p_0} \qquad \sigma = \frac{\rho}{\rho_0} \qquad \theta = \frac{T}{T_0}$$



variazione della temperatura per due atmosfere standard