

# Strit

**PROGETTO STRIT – Strumenti e Tecnologie per la gestione del Rischio delle Infrastrutture di Trasporto.**

## **Obiettivo Realizzativo OR4**

**Gestione in tempo reale del rischio sismico delle grandi infrastrutture e gestione dell'emergenza**

**Attività 4.3.2**

## **Risultato RT D.4.3**

*Valutazione e gestione della transitabilità di opere danneggiate di un'infrastruttura viaria*

<i>Revisione</i>	<i>Data</i>	<i>Redazione</i>	<i>Convalida</i>	<i>Approvazione</i>
		H. Ebrahimian, F. Jalayer		



--	--	--	--	--

## Contributi al Risultato D.4.3

<i>Partner</i>	<i>Contributo</i>	<i>Data</i>	<i>Redazione</i>
UNINA 	Attività 4.3.2	10.07.2015	Hossein Ebrahimian, Fateme Jalayer
(LOGO)			
(LOGO)			
(LOGO)			



## PREFAZIONE

L'occorrenza di un forte sisma (mainscock) influisce significativamente sulla sismicità della zona nel breve termine. Ciò si manifesta normalmente sotto forma di sequenza di aftershock che si verificano nell'area colpita dalla mainshock caratterizzata da un tasso di sismicità con decadimento nel tempo. La presente relazione si concentra sulla valutazione e sulla gestione della transitabilità di un'infrastruttura di una rete stradale in situazione di post-mainschock. La transitabilità di un'infrastruttura può essere espressa e quantificata in termini basati sul rischio. In termini generali la novità del lavoro qui presentato cerca di approfittare delle informazioni che si trovano in una sequenza sismica continua allo scopo di migliorare le previsioni del rischio in modo adattivo. Questa attività è facilitata dall'impiego di avanzati strumenti statistici e dalla presenza di una Rete Sismica esistente in Campania (la ISNet). Indubbiamente il rischio near real time e la previsione di transitabilità per le infrastrutture di rete stradali forniscono preziosissime informazioni, utili per le decisioni e la pianificazione dei soccorsi in caso di emergenza.

## SOMMARIO

PREFAZIONE.....	3
1 SOMMARIO.....	5
2 INTRODUZIONE .....	6
3 Modello spazio-temporale di occorrenza degli aftershock .....	10
3.1 Introduzione alle previsioni operative degli aftershock.....	10
3.2 La famiglia dei modelli epidemici per il clustering spazio-temporale degli aftershock (ETAS).....	12
3.3 Aggiornamento del modello ETAS .....	13
3.3.1 Generazione delle sequenze .....	13
3.3.2 Campionatura dei tempi di arrivo con il metodo thinning .....	14
3.3.3 Campionatura delle magnitudo .....	14
3.3.4 Simulazione Monte Carlo Catene di Markov (MCMC) .....	15
3.3.5 La verosimiglianza della sequenza osservata.....	15
3.4 Esempio numerico .....	16
3.4.1 Modello ETAS originale.....	18
3.4.2 Parametri del modello calibrati .....	19
3.4.3 Stima robusta del numero di aftershock.....	21
3.4.4 Confronto tra i tassi di sismicità dei due modelli.....	21
4 Probabilistic Aftershock Hazard Analysis (PASHA) con il modello ETAS .....	24
4.1 Introduzione alla PASHA .....	24
4.2 Metodologia .....	24
4.3 Un approccio Bayesiano per l'aggiornamento dei parametri di attenuazione basati sulla sequenza di aftershock .....	26
4.3.1 La formulazione Bayesiana per l'aggiornamento dei parametri di attenuazione.....	27
4.4 Esempio numerico .....	28
4.4.1 La relazione dell'attenuazione calibrata della sequenza di aftershock .....	28
4.4.2 Curve di pericolosità degli aftershock basate sul modello ETAS.....	30
5 Analisi del rischio basata sulla prestazione tempo-dipendente per una Sequenza di Eventi Sismici (Aftershock) .....	34
5.1 Introduzione all'analisi del rischio tempo-dipendente.....	34
5.2 Variabile prestazionale strutturale tempo-dipendente.....	35
5.3 Derivazione delle probabilità tempo-dipendenti relative allo stato limite (caso adattivo) .....	36
5.3.1 L'intervallo di tempo della previsione .....	36
5.3.2 Analisi del rischio tempo-dipendente .....	36
5.3.3 Stima della distribuzione di probabilità per il numero di eventi.....	38
5.3.4 Analisi Cloud Sequenziale .....	40
5.3.5 Selezione di sequenze di aftershock.....	41
5.3.6 Esempio Numerico.....	42
6 CONCLUSIONE .....	55
7 BIBLIOGRAFIA.....	58

## 1 SOMMARIO

La valutazione del rischio sismico con riferimento agli aftershock è uno dei primi passi verso la creazione di un processo di supporto decisionale integrato basato sul rischio al fine della gestione delle emergenze in presenza di una sequenza di aftershock in corso. Pertanto, è logico adattare l'intervallo di previsione alla natura a breve termine del problema. L'attuazione di previsioni a breve termine per la gestione del rischio nel periodo immediatamente successivo ad un evento sismico richiede due componenti fondamentali: avvisi di carattere scientifico, espressi in termini di valutazione del rischio, e protocolli che stabiliscono come i risultati scientifici possono essere tradotti in decisioni e/o azioni al fine della mitigazione del rischio. D'altra parte, calcolare il rischio tempo-dipendente per una struttura, considerando sia l'evento principale che la sequenza degli aftershock, è complicato sia a causa del tasso di occorrenza tempo-dipendente degli aftershock che anche a causa del danno cumulativo causato dalla sequenza di eventi.

Questa sotto-attività tenta di fornire una procedura prestazionale per calcolare la probabilità di superamento per diversi stati limite con riferimento ad un ponte. Per raggiungere questo obiettivo, il lavoro è suddiviso nelle fasi di seguito presentate.

Nel capitolo 2, le previsioni quotidiane di sismicità (numero di eventi con magnitudo maggiore di una soglia prescritta), in presenza di una sequenza di aftershock in corso, sono ottenute attraverso un modello Epidemic Type Aftershock Sequenza (ETAS).

L'analisi di pericolosità sismica legata agli aftershock è il primo passo verso la creazione di un processo di supporto decisionale integrato basato sul rischio ed il Capitolo 3 si concentra sullo sviluppo di previsioni adattive del tasso medio giornaliero di superamento dei vari livelli di intensità sismica (in termini di valori di accelerazione spettrali).

Il capitolo 4 definisce una procedura prestazionale per la valutazione del rischio sismico legato agli aftershock nell'immediatezza del post mainschock. In tale contesto, le probabilità di superamento di uno stato limite (rischio) possono rappresentare un potenziale progressivo stato di danno in una struttura.

Il capitolo 5 si occupa di un'analisi del rischio basata sulla prestazione tempo-dipendente per una Sequenza di Eventi Sismici (Aftershocks).

## 2 INTRODUZIONE

I primi giorni dopo l'occorrenza di un forte evento sismico sono fondamentali nella scelta tra diverse azioni quali la ricerca e il soccorso, l'evacuazione, l'ispezione, la stabilizzazione e la riparazione degli edifici, il recupero degli oggetti o la rioccupazione in una zona soggetta a aftershock (van Stiphout et al. 2010, Jordan et al. 2011). La situazione può essere ulteriormente complicata dal deterioramento progressivo delle strutture, causato da una serie ininterrotta di aftershock. Un quadro operativo di previsioni di danni da aftershock può fornire un aiuto per decisioni rapide. Tale quadro può essere costruito sulla base di previsioni analitiche di performance strutturale come funzione del tempo trascorso dopo la mainshock. La probabilità giornaliera di superamento di uno stato limite prescritto può essere considerata come una misura per la prestazione strutturale tempo-dipendente. Il presente lavoro propone un contesto probabilistico per un'analisi del rischio adattiva tempo-dipendente basata sulla performance in presenza di una sequenza ininterrotta di aftershock.

Recentemente sono stati condotti numerosi studi sulle questioni tempo-dipendenti relative all'analisi del rischio degli aftershock. Luco *et al.* (2004) e Bazzurro *et al.* (2004a, b) hanno associato la capacità residua di una struttura danneggiata dalla mainshock con il rischio di moto del suolo di aftershock sul luogo dell'edificio per poter trattare le decisioni di "tagging" in situazione post-mainshock (il risultato di tali ispezioni è tipicamente indicato da un'etichetta verde, gialla e rossa). Hanno fornito verifiche e linee guida per l'uso di analisi statiche di pushover invece di procedure di analisi dinamiche non lineari. Li e Ellingwood (2007) hanno proposto una descrizione probabilistica del superamento degli stati di danneggiamento strutturali per edifici con telaio in acciaio soggetti a mainshock e aftershock insieme. Gli aftershock sono stati modellati da gruppi di moti del suolo della mainshock adeguatamente ridimensionati tramite relazioni stabilite tra le intensità della mainshock e degli aftershock. Sono giunti alla conclusione che le caratteristiche degli aftershock influiscono in modo significativo sul modello di danno strutturale. Yeo e Cornell (2009a) hanno proposto un quadro decisionale probabilistico basato sulla programmazione dinamica stocastica per affrontare la decisione ottimale in merito all'evacuazione, alla rioccupazione o alla riparazione come una funzione di tempo. Questo obiettivo si raggiunge minimizzando il costo del ciclo di vita soggetto a limiti di sicurezza. Come misura di sicurezza

hanno impiegato un tasso di collasso costante equivalente per la struttura danneggiata dalla mainshock Yeo and Cornell (2009b). Altri studi (Franchin e Pinto 2009, Alessandri et al. 2013) hanno proposto metodologie e criteri decisionali per la transitabilità di ponti in presenza di una sequenza sismica continua. Polese *et al.* (2013) hanno proposto una metodologia per calcolare la capacità residua di edifici danneggiati dalla mainshock e per analizzare la perdita di prestazione e la variazione di vulnerabilità associate tramite analisi di pushover.

Sebbene tutti questi studi abbiano fornito metodologie per la valutazione probabilistica di strutture danneggiate dalla mainshock, le sequenze sono state create combinando moti del suolo registrati. Goda e Taylor (2012), tuttavia, hanno studiato la richiesta di duttilità massima per sistemi anelastici SDOF usando sia sequenze reali che sequenze mainshock-aftershock generate artificialmente basate su un modello di ricorrenza degli aftershock. I loro risultati suggeriscono che ripetere il record della mainshock numerose volte insieme ai fattori di scala può non essere adeguato. Hanno dimostrato che usando le sequenze reali gli effetti incrementali degli aftershock sulla richiesta massima di duttilità erano relativamente ridotti. Nel frattempo, usando sequenze generate artificialmente, si è trovato che gli effetti aggiuntivi degli aftershock sulla richiesta massima di duttilità erano significativi. Successivamente Goda e Salami (2014) hanno esaminato analiticamente le richieste sismiche anelastiche per diversi tipi di abitazioni con telaio in legno e hanno indicato gli effetti moderati degli aftershock sulla risposta massima strutturale e sull'entità del danno.

Jalayer *et al.* (2011b) hanno proposto una metodologia basata sulle successive applicazioni del Teorema della Probabilità Totale (Benjamin e Cornell, 1970) per calcolare la probabilità tempo-dipendente di superamento degli stati limite corrispondenti a vari obiettivi prestazionali discreti. Questo approccio probabilistico considera il danno progressivo causato dall'occorrenza di una sequenza di aftershock. In questo studio la sequenza mainshock-aftershock è stata accostata da una sequenza di eventi di ground motion. Un ampliamento della metodologia discussa in Jalayer *et al.* (2011b) è proposto in Jalayer *et al.* (2011c) con lo scopo di calcolare il rischio tempo-dipendente nel corso della vita di una struttura.

Il presente studio modifica e migliora la metodologia presentata in Jalayer *et al.* (2011b, c) mediante due diversi approcci: (1) una metodologia è proposta per l'analisi del rischio tempo-dipendente nell'ambiente post-mainshock. Essa mira a considerare il danno progressivo causato dall'occorrenza di una sequenza di aftershock in un quadro adattivo basato sulla prestazione allo scopo di fornire una previsione operativa del rischio di aftershock in ambiente post-mainshock.

Questo approccio viene qui chiamato metodo adattivo. (2) Questa opera cerca di quantificare e comparare la probabilità di superamento dello stato limite causato da una MS e della sequenza di aftershock (sequenza MS+AS) da essa scatenata in merito al rischio calcolato considerando solo il strong motion (MS). La procedura qui descritta per calcolare le probabilità dello stato limite considera esplicitamente sia il tasso di occorrenza tempo-dipendente degli aftershock sia il danno cumulativo causato dalla sequenza sismica (sequenza MS+ AS). Questo approccio è qui chiamato metodo non adattivo.

Una variabile prestazionale scalare tempo-dipendente, definita come l'aumento della richiesta massima causato dall'ultimo evento nella sequenza normalizzata alla capacità viene qui adottata per rappresentare l'evoluzione nella performance strutturale. Le probabilità di primo superamento dello stato limite (cioè la prima volta che la variabile prestazionale supera l'unità per gli stati limite prescritti) in un intervallo di 24 ore vengono usate per rappresentare il rischio tempo-dipendente per la struttura. Queste probabilità vengono calcolate come una somma ponderata di probabilità condizionate di primo superamento dello stato limite dato un certo numero di eventi. Questa viene calcolata mediante l'integrazione di una serie di fragilità evento-dipendenti (corrispondenti allo stato limite desiderato) e la distribuzione di probabilità dell'accelerazione spettrale dell'aftershock. I pesi associati sono le probabilità che si verifichi un certo numero di aftershock.

Le fragilità evento-dipendenti vengono calcolate mediante una regressione lineare logaritmica della variabile prestazionale strutturale versus l'intensità sismica (rappresentata dall'accelerazione spettrale di primo modo) soggetta a una serie di sequenze sismiche plausibili. A questo metodo si fa qui riferimento come *analisi cloud sequenziale* in quanto è basato su una procedura di analisi strutturale dinamica non lineare nota come *metodo cloud* (Shome et al. 1998, Cornell et al. 2002, Elefante et al. 2010). L'accelerazione spettrale di primo modo è calcolata in due periodi differenti, il periodo della struttura intatta e il periodo post-mainshock. Questo per studiare la misura di intensità in termini della sua correlazione con il parametro prestazionale strutturale proposto. La serie delle sequenze sismiche usate per l'analisi cloud sequenziale è selezionata dal pool di aftershock già registrate nella sequenza continua (inclusa la scossa principale). Qui si seguono due approcci alternativi per la lineup sequenziale di aftershock: (a) modifica degli aftershock; (b) clonazione degli eventi (con la ripetizione della stessa forma di onda).

Le distribuzioni di probabilità tempo-dipendenti per l'accelerazione spettrale vengono calcolate sulla base della valutazione probabilistica del rischio di aftershock sismici, indicata come PASHA.



Inoltre, la probabilità che un certo numero di aftershock di interesse si verifichi in un determinato intervallo di tempo dopo la scossa principale è calcolata sulla base di un modello di processo spazio-tempo noto come Epidemic-Type Aftershock Sequence (ETAS) (Ogata 1988).

### 3 Modello spazio-temporale di occorrenza degli aftershock

#### 3.1 Introduzione alle previsioni operative degli aftershock

In seguito all'occorrenza di terremoti di magnitudo elevate e in presenza di aftershock, le previsioni di sismicità a breve termine (da giorni a mesi) sono di fondamentale importanza dal punto di vista decisionale. Le previsioni a breve termine possono essere fatte sulla base di modelli stocastici che descrivono il clustering spazio-temporale dei sismi nello spazio e nel tempo (per uno studio approfondito vedi Jordan *et al.* 2011). Il modello Epidemic Type Aftershock Sequenza (ETAS, Ogata, 1988; 1998) è un processo di punto epidemico stocastico in cui ogni sisma è un potenziale evento che scatena sismi successivi. Il modello ETAS ha funzionato abbastanza bene nelle previsioni sismiche operative durante la recente sequenza sismica dell'Aquila (Marzocchi e Lombardi, 2009).

I parametri del modello ETAS sono spesso calibrati a priori e basati su una serie di eventi che non appartengono alla sequenza sismica continua (Marzocchi e Lombardi 2009). Tuttavia, la stima dei parametri del modello adattivo, basata sugli eventi nella sequenza continua, può avere numerosi vantaggi, come portare il modello alle caratteristiche della sequenza specifica e fissare possibili variazioni nel tempo dei parametri del modello. Ad esempio, Jalayer *et al.* (2011) e Ebrahimian *et al.* (2014) hanno valutato i parametri del Modello di Omori Modificato (Utsu, 1961) sulla base del catalogo delle sequenze continue utilizzando la stima Bayesiana dei parametri.

Concentrandosi sulla dimensione temporale (qui la dimensione spaziale non viene considerata), i metodi basati sulla simulazione vengono utilizzati per fornire una stima *robusta* del numero previsto di eventi in un intervallo di tempo stabilito (ad es. un giorno) dopo l'evento principale. La stima robusta prende in considerazione l'incertezza dei parametri del modello espressi come la distribuzione di probabilità congiunta a posteriori per i parametri del modello condizionati negli eventi già verificati (cioè prima dell'inizio dell'intervallo delle previsioni) nella sequenza sismica continua. Lo schema della simulazione Catena di Markov Monte Carlo viene utilizzato per la campionatura diretta dalla distribuzione di probabilità a posteriori per i parametri del modello ETAS. Inoltre, anche la sequenza di eventi che si verificherà durante l'intervallo della previsione (e

quindi influirà sulla sismicità in un modello epidemico come l'ETAS) è generato attraverso un processo stocastico. Il processo porta a una distribuzione di probabilità per il numero previsto di eventi e all'incertezza nella stima di probabilità di superamento di un certo numero di eventi. Le previsioni robuste ETAS possono essere implementate direttamente nelle procedure adattive di analisi del rischio di aftershock giornaliero e del rischio (Ebrahimian *et al.* 2013, 2014).

Supponiamo che l'occorrenza degli aftershock sia descritta con un processo di punto di Poisson non omogeneo nel tempo. Il processo può essere identificato da  $\lambda(t, m | \text{seq})$  che rappresenta il tasso di occorrenza di eventi con magnitudo superiore o uguale a  $m$  nel tempo  $t$  (trascorso dopo l'evento principale) nell'intervallo della previsione  $[T_{start}, T_{end}]$  e data la sequenza di aftershock,  $\text{seq}$ . Questa sequenza di eventi  $\text{seq}$  include gli aftershock prima dell'intervallo della previsione. Il numero medio di eventi con magnitudo superiore o uguale a  $m$  nell'intervallo della previsione può essere calcolato come (vedi anche Ebrahimian *et al.* 2014):

$$N(m | \text{seq}, M_l) = \int_{T_{start}}^{T_{end}} \lambda(t, m | \text{seq}, M_l) dt \quad (2.1)$$

dove  $M_l$  è la magnitudo con cut-off inferiore. Supponiamo che  $\Theta$  indichi il vettore dei parametri del modello per  $\lambda(t, m | \text{seq}, M_l)$ . Con la condizione di un particolare modello spazio-tempo e di una specifica realizzazione del vettore dei parametri del modello  $\Theta$ , è possibile calcolare un valore plausibile per il tasso di occorrenza indicato come  $\lambda(t, m | \Theta, \text{seq}, M_l)$  (per brevità non abbiamo incluso il condizionamento sui presupposti del modello). Una stima robusta (Papadimitriou *et al.* 2001; Beck e Au 2002; Jalayer e Beck 2008; Jalayer *et al.* 2010) del numero medio (atteso) di eventi con magnitudo superiore o uguale a  $m$  nell'intervallo della previsione  $[T_{start}, T_{end}]$  e sul dominio dei parametri di modello  $\Omega_\Theta$  può essere calcolata come:

$$\mathbb{E} \left[ N(m | \text{seq}, M_l) \right] = \int_{\Omega_\Theta} \int_{T_{start}}^{T_{end}} \lambda(t, m | \Theta, \text{seq}, M_l) p(\Theta | \text{seq}, M_l) d\Theta dt \quad (2.2)$$

dove  $p(\Theta | \text{seq}, M_l)$  è la distribuzione congiunta di probabilità condizionata per  $\Theta$  data la  $\text{seq}$  e la magnitudo con cut-off inferiore  $M_l$ .

### 3.2 La famiglia dei modelli epidemici per il clustering spazio-temporale degli aftershock (ETAS)

Il modello ETAS (Ogata 1988; Ogata 1998; Zhuang *et al.* 2002; Marzocchi e Lombardi 2009) è un processo di punto epidemico stocastico in cui ciascun sisma è un evento che potenzialmente scatena scosse successive. La sismicità è quindi espressa come la sovrapposizione degli effetti scatenanti causati dagli eventi precedenti sulla sismicità di background/base. Qui viene considerata una versione semplificata del modello ETAS, soltanto con clustering temporale. In questa versione semplificata il tasso di sismicità per gli eventi con magnitudo superiore a  $m$  nel tempo  $t$  e indicato da  $\lambda_{\text{ETAS}}(t, m | \Theta, \text{seq}, M_i)$  è calcolato come:

$$\lambda_{\text{ETAS}}(t, m | \Theta, \text{seq}, M_i) = \lambda_{\text{ETAS}}(t, M_i | \Theta, \text{seq}) e^{-\beta(m-M_i)} \quad (2.3)$$

$$\lambda_{\text{ETAS}}(t, M_i | \Theta, \text{seq}) = \sum_{t_i < t} \frac{K e^{\beta(M_i - M_i)}}{(t - t_i + c)^p} \quad (2.4)$$

dove  $\text{seq} = \{(t_i, M_i), t_i < T_{\text{start}}\}$  si riferisce al catalogo di eventi fino al tempo  $T_{\text{start}}$ ; i parametri  $K$ ,  $c$ , e  $p$  sono quelli della Legge modificata di Omori (Utsu 1961) che definisce la diminuzione nel tempo dell'effetto scatenante a breve termine,  $\beta$  definisce la dipendenza della capacità di innesco della magnitudo di un sisma;  $\beta = b \ln(10)$  per cui  $b$  rappresenta il tasso di sismicità del sito considerato (si noti che, in generale, il parametro che definisce la magnitudo-dipendenza della capacità di innesco è diversa da  $\beta$ ). Il vettore dei parametri del modello ETAS è quindi  $\Theta = [\beta, K, c, p]$ .

Il tasso di eventi con magnitudo esattamente uguale a  $m$  può essere calcolato prendendo la derivata dell'eq. 3 in rapporto alla magnitudo  $m$ :

$$\mu_{\text{ETAS}}(t, m | \Theta, \text{seq}, M_i) = \left| \frac{\partial \lambda_{\text{ETAS}}(t, m | \Theta, \text{seq}, M_i)}{\partial m} \right| = \beta \lambda_{\text{ETAS}}(t, M_i | \Theta, \text{seq}, M_i) e^{-\beta(m-M_i)} \quad (2.5)$$

### 3.3 Aggiornamento del modello ETAS

Come detto in precedenza, la sequenza di eventi  $\mathbf{seq} = \{(t_i, M_i), t_i < T_{start}\}$  si riferisce agli aftershock registrati che si verificano prima dell'inizio dell'intervallo della previsione  $[T_{start}, T_{end}]$ . Dato il fatto che l'ETAS è un modello di tipo epidemico, la sequenza di aftershock, che si verificano durante l'intervallo della previsione è qui simulata / generata. Questa sequenza generata è indicata come  $\mathbf{seqg}$ .

Supponiamo che una possibile  $\mathbf{seqg}$  sia definita come una serie di coppie di tempi di arrivo e magnitudo definiti come  $\mathbf{seqg} = \{(t_i, M_i), T_{start} \leq t_i \leq T_{end}\}$ . Una stima robusta del numero di aftershock sulla base del modello ETAS dovrebbe prendere in considerazione anche l'incertezza nella sequenza di eventi  $\mathbf{seqg}$  che si verificherà durante l'intervallo di tempo della previsione:

$$\mathbb{E} \left[ N(m | \mathbf{seq}, M_l) \right] = \int_{\Omega_{\mathbf{seqg}}} \int_{\Omega_{\Theta}} \int_{T_{start}}^{T_{end}} \lambda_{ETAS}(t, m | \Theta, \mathbf{seq}, \mathbf{seqg}, M_l) p(\mathbf{seqg} | \Theta, \mathbf{seq}, M_l) p(\Theta | \mathbf{seq}, M_l) dt d\Theta d\mathbf{seqg} \quad (2.6)$$

dove  $p(\mathbf{seqg} | \Theta, \mathbf{seq}, M_l)$  è la distribuzione di probabilità condizionata della sequenza generata  $\mathbf{seqg}$  entro l'intervallo di tempo della previsione e, di conseguenza,  $\lambda_{ETAS}(t, m | \Theta, \mathbf{seq}, \mathbf{seqg}, M_l)$  è il tasso tempo-dipendente del modello ETAS condizionato dalla sequenza registrata e generata di eventi.

#### 3.3.1 Generazione delle sequenze

La distribuzione di probabilità  $p(\mathbf{seqg} | \Theta, \mathbf{seq}, M_l)$  può essere scritta come segue (sulla base della regola del prodotto, Jaynes 2003):

$$p(\mathbf{seqg} | \Theta, \mathbf{seq}, M_l) = \left[ \prod_{i=1}^{n_{gen}} p(t_i, M_i | \Theta, \mathbf{seq}, \mathbf{seqg}_{i-1}, M_l) \right] \cdot P(t_{n_{gen}+1} > T_{end}, M > M_l | \Theta, \mathbf{seq}, \mathbf{seqg}, M_l) \quad (2.7)$$

dove  $n_{gen}$  nel primo termine (tra parentesi) è il numero di eventi generati nell'intervallo di tempo della previsione  $[T_{start}, T_{end}]$ , che non è noto al momento della generazione. Il secondo termine definisce la Funzione di Densità Cumulativa (CDF) del tempo di interarrivo per l'evento  $n_{gen}+1$  con magnitudo  $M > M_l$  per l'intervallo di tempo tra l'ultimo arrivo  $t_{n_{gen}}$  e la fine dell'intervallo della

previsione  $T_{end}$ . È interessante notare che per il primo evento generato ( $i=1$ ) dovrebbe essere soddisfatta la condizione  $t_1 > T_{start}$ . La distribuzione di probabilità  $p(t_i, M_i | \Theta, \text{seq}, M_i)$  può essere ulteriormente spiegata (ancora una volta usando la regola del prodotto):

$$p(t_i, M_i | \Theta, \text{seq}, M_i) = p(t_i | \Theta, \text{seq}, M_i) p(M_i | t_i, \Theta, \text{seq}, M_i) \quad (2.8)$$

dove  $p(t_i | \Theta, \text{seq}, M_i)$  è la distribuzione di probabilità marginale per il tempo di arrivo data l'informazione (ad es. il vettore dei parametri  $\Theta$ , la sequenza  $\text{seq}$ , e la magnitudo con cut-off minore  $M_i$ ). Inoltre,  $p(M_i | t_i, \Theta, \text{seq}, M_i)$  è la distribuzione di probabilità marginale per  $M_i$  dato che il valore del tempo di arrivo è uguale a  $t_i$ , e l'informazione citata in precedenza.

Nel contesto del metodo della stima robusta descritto nell'eq. 6, la sequenza di eventi  $\text{seqg}$  può essere generata in modo adattivo in riferimento alle eq. 7 e 8. Durante il processo di generazione della sequenza è quindi necessaria la scomposizione nel prodotto di diverse distribuzioni di probabilità marginali (come indicato nell'eq. 8). Ciò significa che l' $i$ -esimo evento nella  $\text{seqg}$ , che si distingue per la coppia  $(t_i, M_i)$ , è simulato dalla condizione su tutti gli eventi precedenti nella  $\text{seq}$ . Questo evento è generato prima dalla simulazione del tempo di arrivo  $t_i$  da  $p(t_i | \Theta, \text{seq}, M_i)$ . Successivamente  $M_i$  è simulato da  $p(M_i | t_i, \Theta, \text{seq}, M_i)$ . La procedura di simulazione viene avviata con  $t_1 > T_{start}$  e continua mentre  $t_i < T_{end}$ . Quest'ultima condizione sarà equivalente alla campionatura dalle probabilità di non avere eventi con magnitudo superiore a  $M_i$  dopo gli eventi  $n_{gen}$  simulati nell'intervallo della previsione (vedi eq. 7).

### 3.3.2 Campionatura dei tempi di arrivo con il metodo thinning

Considerando la distribuzione di probabilità  $p(t_i | \Theta, \text{seq}, M_i)$  come un processo di Poisson non omogeneo con tasso  $\lambda_{ETAS}(t_i, M_i | \Theta, \text{seq})$  in base all'eq. 4, i tempi di arrivo possono essere simulati usando l'efficacissimo algoritmo di thinning (Lewis e Shedler 1978; Ogata 1981).

### 3.3.3 Campionatura delle magnitudo

La distribuzione di probabilità condizionata marginale per la magnitudo  $p(M_i | t_i, \Theta, \text{seq}, M_i)$  viene qui calcolata supponendo che l'occorrenza degli eventi con  $M=M_i$  sia indipendente dal suo tempo di

arrivo  $t_i$ . Facendo riferimento al modello di ricorrenza della magnitudo di Gutenberg-Richter si può dimostrare che:

$$p(M_i | \Theta, \text{seq}, M_l) = \beta e^{-\beta(M_i - M_l)} \quad (2.9)$$

$M_i$  viene così campionata (indipendentemente dal tempo di arrivo) da una distribuzione esponenziale troncata con il tasso  $\beta$ .

### 3.3.4 Simulazione Monte Carlo Catene di Markov (MCMC)

Nella procedura robusta basata sulla simulazione descritta nell'eq. 6 per la previsione di un numero di eventi con magnitudo superiore a  $m$ , la procedura di simulazione MCMC può essere usata per prendere in considerazione l'incertezza nei parametri del modello ETAS  $\Theta$ . Come detto in precedenza, l'incertezza in  $\Theta$  è rappresentata dalla campionatura diretta dalla distribuzione di probabilità a posteriori  $p(\Theta | \text{seq}, M_l)$ . Questa distribuzione di probabilità può essere calcolata come (tramite stima Bayesiana dei parametri, vedi Jalayer e Ebrahimian 2014):

$$p(\Theta | \text{seq}, M_l) = c^{-1} p(\text{seq} | \Theta, M_l) p(\Theta | M_l) \quad (2.10)$$

dove  $p(\text{seq} | \Theta, M_l)$  indica la verosimiglianza della sequenza osservata dato il vettore dei parametri del modello  $\Theta$  e la magnitudo con cut-off  $M_l$ ;  $p(\Theta | M_l)$  è la distribuzione a priori per i parametri del modello  $\Theta$  e  $c^{-1}$  è una costante di normalizzazione. La routine della simulazione MCMC è particolarmente utile nei casi in cui la campionatura deve essere fatta partendo da una distribuzione di probabilità nota fino a un valore costante (Beck e Au 2002). Questo metodo impiega l'algoritmo di Metropolis-Hastings (MH) (Metropolis *et al.* 1953, Hastings 1970) allo scopo di generare campioni come sequenza di Catena di Markov, usata in seguito per la stima dell'affidabilità robusta (eq. 6).

### 3.3.5 La verosimiglianza della sequenza osservata

La verosimiglianza degli eventi osservati all'interno della  $\text{seq}$  può essere calcolata come:

$$p(\mathbf{seq} | \Theta, M_l) = \left[ \prod_{i=1}^{nseq} p(t_i, M_i | \Theta, \mathbf{seq}_{i-1}, M_l) \right] P(t_{nseq+1} > T_{start}, M > M_l | \Theta, \mathbf{seq}, \mathbf{seqg}, M_l) = \quad (2.11)$$

$$\prod_{i=1}^{nseq} \left[ \mu_{ETAS}(t_i, M_i | \Theta, \mathbf{seq}_{i-1}, M_l) \cdot e^{-\int_{t_{i-1}}^{t_i} \mu_{ETAS}(t, M_i | \Theta, \mathbf{seq}_{i-1}, M_l) dt} \right] \cdot e^{-\int_{t_{nseq}}^{T_{start}} \lambda_{ETAS}(t, M_l | \Theta, \mathbf{seq}) dt}$$

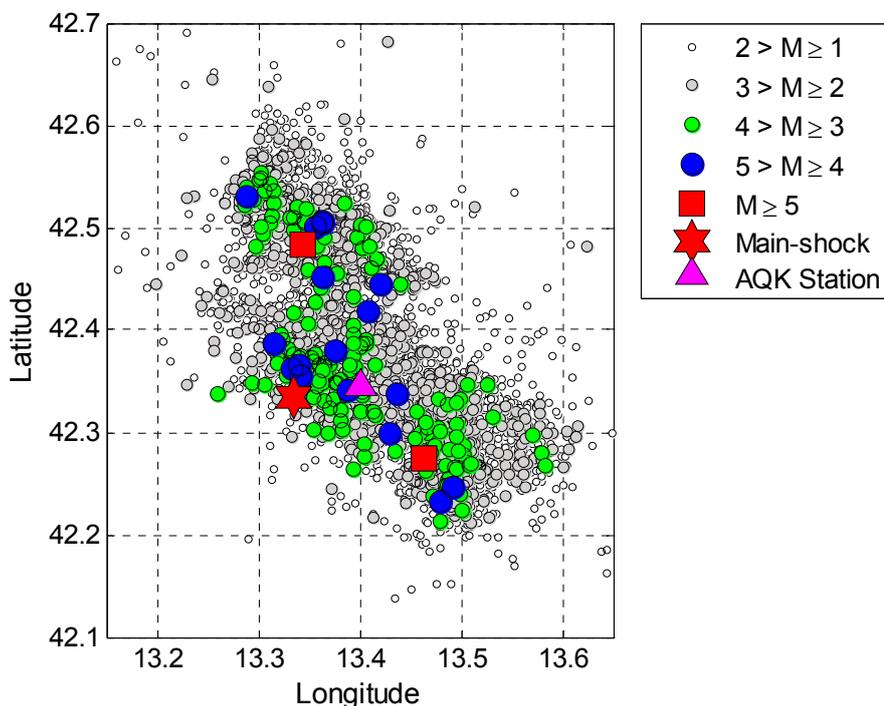
dove  $nseq$  indica il numero degli eventi registrati all'interno della  $\mathbf{seq}$ . Si noti che la seguente relazione contiene:  $\mathbf{seq}_i = \{ \mathbf{seq}_{i-1}, (t_i, M_i) \}$ . L'indice  $i=0$  indica l'evento principale; nonostante il fatto che il calcolo inizia da  $i=1$  (il primo aftershock registrato).

### 3.4 Esempio numerico

Come esempio numerico viene usata qui la sequenza di aftershock dell'Aquila del 2009 (Italia centrale). Il 6 aprile 2009, alle 1:32 AM UTC (cioè Universal Time Coordinated), un sisma di magnitudo locale (MI) di 5,9 colpì l'Italia centrale in Abruzzo sotto la città dell'Aquila situata a circa 6 km dall'epicentro. Sebbene il sisma avesse una dimensione contenuta, devastò la città, provocò 305 vittime e almeno 1.500 feriti (Camata *et al.*, 2009; Liel e Lynch, 2012) e danneggiò gravemente edifici e siti culturali. La grande scossa fu anticipata da una sequenza di eventi di magnitudo bassa iniziati nel gennaio 2009 e scatenò una sequenza di forti aftershock. Entro le prime ventiquattro ore gli aftershock iniziarono a diffondersi su una struttura sismogenetica secondaria a nord dell'Aquila. Durante la sequenza ininterrotta di aftershock i ricercatori furono in grado di tracciare l'evoluzione spazio-temporale della sequenza di aftershock in tempo quasi-reale (Marzocchi e Lombardi, 2009).

Nella Figura 1 la zona colpita da aftershock del sisma dell'Aquila è definita in celle latitudinali/longitudinali prescritte di una griglia di area  $0.1^\circ \times 0.1^\circ$  [13.15-13.65E, 42.10-42.70N]. Questa area è localizzata nella zona sismica 923 secondo la Zonazione Sismogenetica Italiana ZS9, dove la magnitudo upper bound  $M_{max}$ , è circa uguale a 6,70 in termini di magnitudo locale. Questo diagramma di dispersione viene creato sulla base degli aftershock generati dal 6 aprile al 25 maggio 2009, seguendo un catalogo provvisorio incompleto in tempo reale usato da Marzocchi e Lombardi (2009), con lo scopo di generare previsioni di occorrenza di eventi sismici giornaliere sulla base del modello ETAS (cui si fa qui riferimento come al Modello ETAS originale). Questo catalogo

provvisorio, che nel riferimento citato viene indicato come “Catalogo aggiornato”, si basa sulle registrazioni elaborate circa 3 settimane dopo il sisma dell’Aquila. L’uso di un catalogo provvisorio riflette il fatto che immediatamente dopo una mainshock spesso si ha a che fare con un catalogo in cui non sono adeguatamente inclusi gli effetti di innesco di tutti gli eventi. Questo può provocare una sottostima delle previsioni di rischio di aftershock. Alcuni modelli utilizzano correzioni empiriche per trattare la magnitudo di completezza tempo-dipendente (Marzocchi e Lombardi, 2009; Marzocchi *et al.*, 2012b) ma una procedura fisicamente coerente non è ancora disponibile. Nella Figura 1 gli aftershock sono di dimensione proporzionale alla loro magnitudo secondo le scale indicate e i cerchi rappresentano l’epicentro degli aftershock. La stella a sei punte indica la mainshock. Il sito scelto è la stazione “L’Aquila - V. Aterno - Aquil Park Ing” (AQK), rete ITDPC (ITACA, Italian ACcelerometric Archive, sito web (<http://itaca.mi.ingv.it/ItacaNet/>)), come illustrato nella Figura 1.



**Figura 1:** La sequenza di aftershock dell’Aquila fino al 25 maggio 2009

In questo studio la finestra di tempo della previsione  $[T_{start}, T_{end}]$  indica un intervallo di 24 ore relativo al giorno desiderato trascorso dopo l’evento principale. Le previsioni giornaliere vengono

fornite ogni giorno alle 6:00AM UTC dal 6 aprile 2009. Ciascuna previsione usa le informazioni disponibili al momento in cui viene emessa la previsione. Questo corrisponde alla sequenza di eventi, **seq** che comprende gli eventi registrati nel catalogo citato subito dopo la mainshock fino a  $T_{start}$  del giorno successivo. È stato dimostrato che per il primo intervallo di tempo (ad es. dopo la mainshock fino alle 6:00AM UTC del 6 aprile 2009) la magnitudo di completezza del catalogo è pari a 3,0. La magnitudo con cut-off per gli intervalli di tempo seguenti è praticamente pari a 2,5 (Ebrahimian *et al.* 2014).

### 3.4.1 Modello ETAS originale

Marzocchi e Lombardi (2009) hanno usato il modello ETAS per generare previsioni giornaliere di occorrenza sismica per la sequenza di aftershock dell'Aquila. I parametri del modello ETAS (a parte il valore  $b$ ) sono stati calibrati a priori ed erano basati su una serie di eventi che non appartengono alla sequenza dell'Aquila. Questo è il primo uso operativo dei metodi di previsione a breve termine in Italia e il primo modello spazio-temporale applicato per scopi operativi a livello mondiale. Le previsioni di sismi generate giorno per giorno venivano emesse alle 6:00 AM UTC ogni giorno, specificate per il giorno successivo nella zona di aftershock stabilita indicata nella Figura 1. Il numero stimato di eventi per la finestra di tempo della previsione può essere ulteriormente calcolata con le seguenti espressioni:

$$N_M^{ETAS}(M \geq m | \mathbf{seq}) = e^{-\beta(m-M_l)} \int_{\mathfrak{R}} dx dy \int_{T_{start}}^{T_{end}} \lambda_{ETAS}(t, x, y, M_l | \mathbf{seq}) dt \quad (2.12)$$

dove  $\mathfrak{R}(x, y)$  è la zona degli aftershock e

$$\lambda_{ETAS}(t, x, y, m | \mathbf{seq}) = \lambda_{ETAS}(t, x, y, M_l | \mathbf{seq}) \cdot e^{-\beta(m-M_l)} \quad (2.13)$$

È interessante notare che il tasso ETAS nell'eq. 13 include anche la parte della distribuzione spaziale, mentre la metodologia di updating presentata in questo capitolo non prende in considerazione il termine spaziale. La distribuzione spaziale del modello aggiornato presentata nella sezione seguente è la stessa del modello originale. I parametri del modello sono riportati nella Tabella 1 insieme agli errori standard e ai valori associati di log-verosimiglianza (vedi Marzocchi e Lombardi, 2009).

**Tabella 1:** I parametri del modello originale ETAS per la sequenza di aftershock dell'Aquila (Marzocchi e Lombardi, 2009)

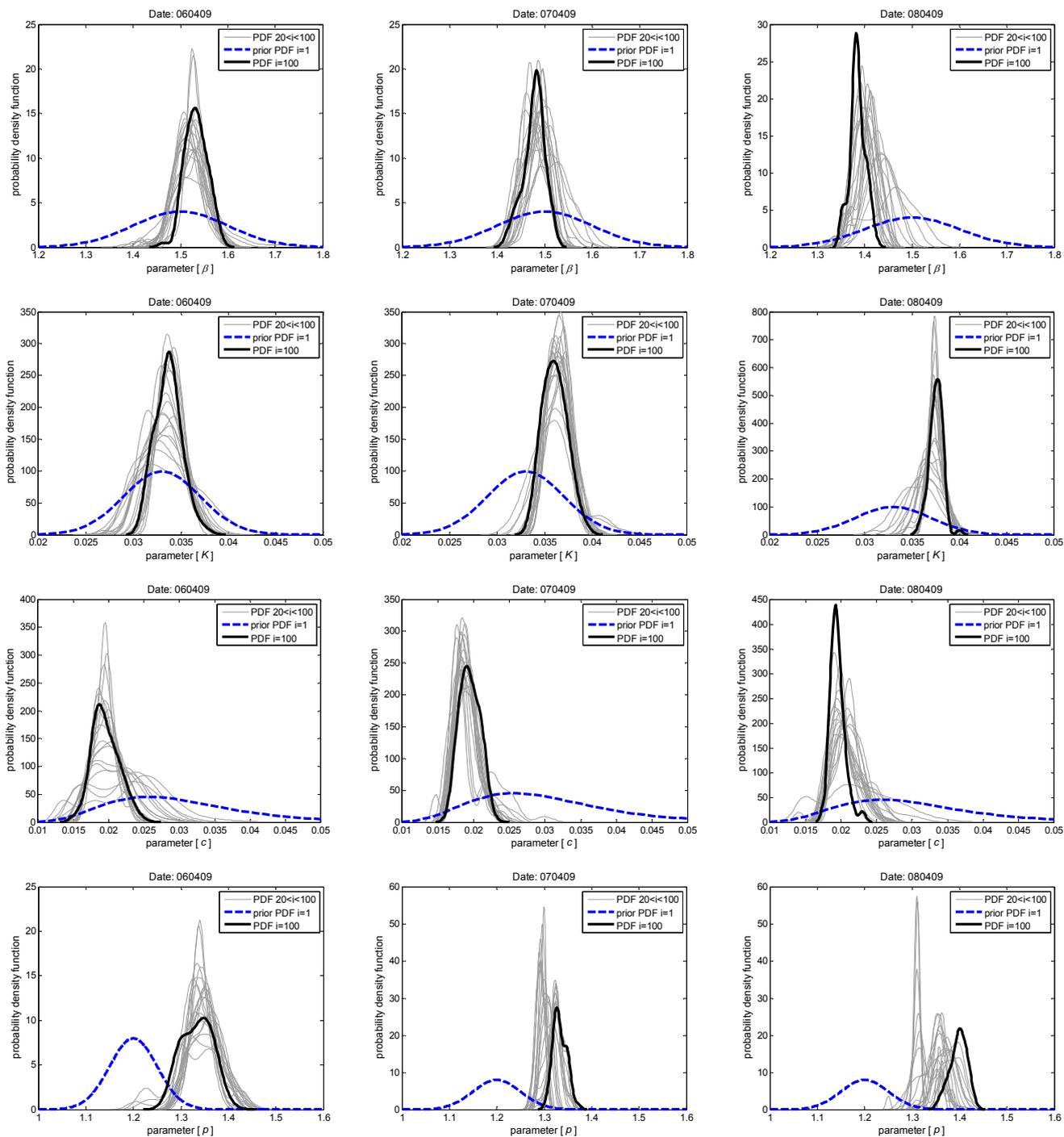
Parametro	Valore
$\nu$	$0.18 \pm 0.01$ (giorno <sup>-1</sup> )
$K$	$0.033 \pm 0.004$ (giorno <sup><math>\nu-1</math></sup> )
$P$	$1.2 \pm 0.05$
$C$	$0.03 \pm 0.01$ (giorno)
$\alpha$	$1.5 \pm 0.1$
$D$	$0.8 \pm 0.1$ (km)
$B$	$1.0 \pm 0.05$
$\gamma$	$0.0 \pm 0.1$
$Q$	1.5

### 3.4.2 Parametri del modello calibrati

Il vettore dei parametri del modello  $\Theta$  è aggiornato su base giornaliera mediante l'applicazione della routine Bayesiana di aggiornamento illustrata nell'eq. 11. Come informazione a priori vengono utilizzati i parametri del modello ETAS non evolutivi calibrati per la sequenza di aftershock dell'Aquila (Tabella 1). Tuttavia, in luogo di tale informazione a priori è possibile usare anche le distribuzioni di probabilità uniformi per le quali è necessaria la conoscenza degli intervalli upper bound e lower bound per i parametri del modello.

Tramite l'algoritmo di MH i campioni di  $\Theta$  vengono generati come una sequenza delle Catene di Markov direttamente dalla distribuzione di probabilità (target) a posteriori  $p(\text{seq}|\Theta, M_i)$ . La procedura MCMC viene eseguita mediante la generazione di  $n_{chain}=20$  catene di Markov indipendenti. I 20 seed corrispondenti allo stato iniziale delle Catene di Markov ( $i=1$ ) vengono generati dalla proposta PDF uguale al precedente PDF  $p(\Theta|M_i)$ . In tutti gli altri stati  $i>1$  il campione di candidati  $\theta_{candidate}$  è campionato da una proposal distribution costruita come distribuzione normale centrata su  $\theta_{i-1}$  (per la discussione completa sulle tecniche di campionatura adattive vedi Au e Beck 2001). In ogni catena vengono generati  $n_s=100$  campioni (i primi 20 campioni in ciascuna catena vengono poi scartati; il numero effettivo di stati per ciascuna catena è quindi pari a 80). È possibile dimostrare che (Beck e Au 2002) i campioni  $\theta_i$  sono asintoticamente distribuiti come la distribuzione a posteriori  $p(\text{seq}|\Theta, M_i)$ .

La Figura 2 mostra l'evoluzione del PDF marginale corrispondente ai quattro parametri del modello per i primi 3 giorni dopo la mainshock. Ciascun plot contiene la PDF precedente, una serie di PDF corrispondenti agli stati  $20 < i < 100$  e i PDF marginali per  $i=100$ .



**Figura 2:** Le PDF marginali per i quattro parametri del modello per i giorni selezionati

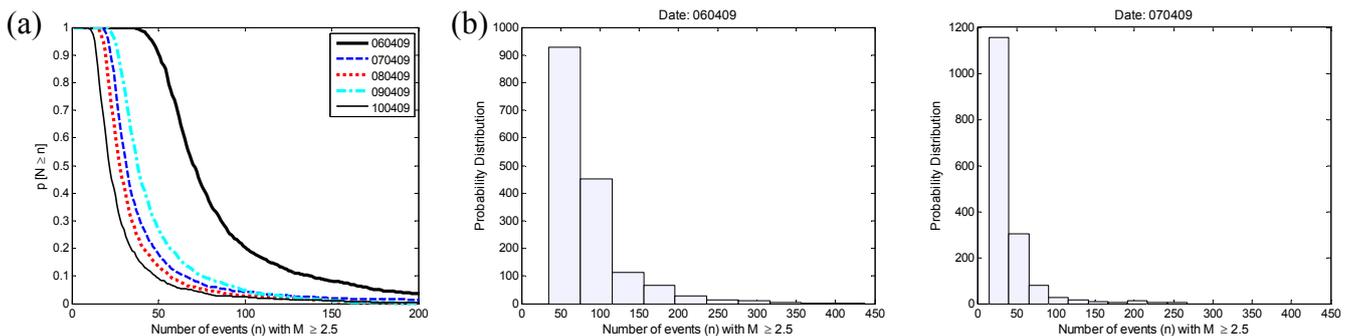
### 3.4.3 Stima robusta del numero di aftershock

La probabilità di avere eventi superiori a un valore specificato, cioè  $p(N > n)$ , può essere ottenuta come risultato diretto della procedura di stima robusta nell'eq. 6. Questa probabilità può essere calcolata come segue:

$$p[N(m) > n | \text{seq}, M_I] = \frac{1}{nchain \cdot ns} \sum_{i=1}^{nchain} \sum_{j=1}^{ns} I_{N(m|\text{seq}, M_I) > n}(i, j) = \frac{N_f}{nchain \cdot ns} \quad (2.14)$$

dove  $I_{N > n}$  è una funzione caratteristica uguale a uno se  $N > n$ , altrimenti è uguale a zero;  $N_f$  è il numero di casi con  $I_{N > n} = 1$  ( $N > n$ ). Il coefficiente di variazione dello stimatore della probabilità  $p(N > n)$  può essere calcolato mediante una procedura dettagliatamente descritta in Au e Beck (2001) e in Beck e Au (2002). La Figura 3(a) illustra la CDF complementare per il numero di eventi  $N$ , per i primi cinque giorni trascorsi dopo la mainshock e per magnitudo superiori alla magnitudo corrispondente cut-off  $M_I$ . La Figura 3(b) mostra, inoltre, l'istogramma del numero di eventi per i primi due giorni trascorsi dopo la mainshock.

La distribuzione del numero di eventi all'interno dell'intervallo di tempo della previsione (Figura 3b) può essere usata direttamente per l'analisi adattiva della vulnerabilità sismica e del rischio (vedi Ebrahimian *et al.* 2013).



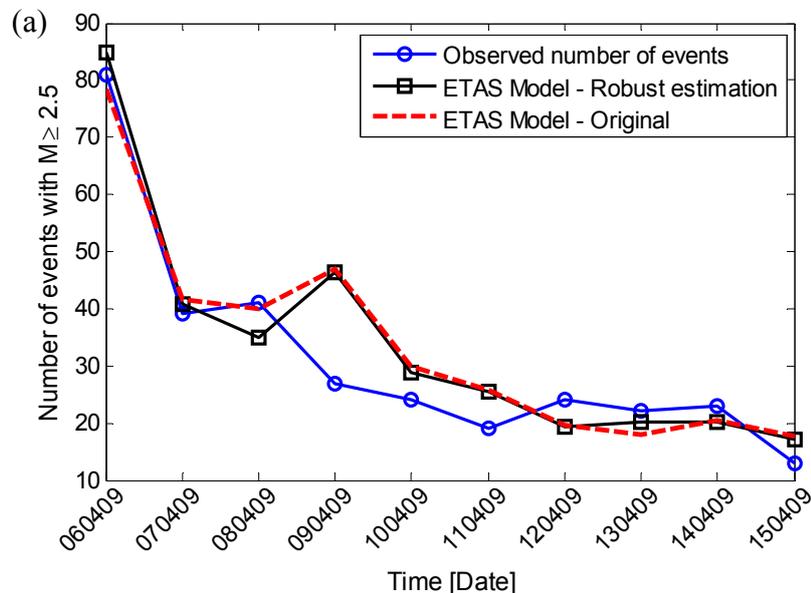
**Figura 3:** (a) Probabilità di superamento dei vari livelli dei numeri di eventi entro 5 giorni dalla mainshock; (b) Istogramma del numero di eventi per i primi 2 giorni

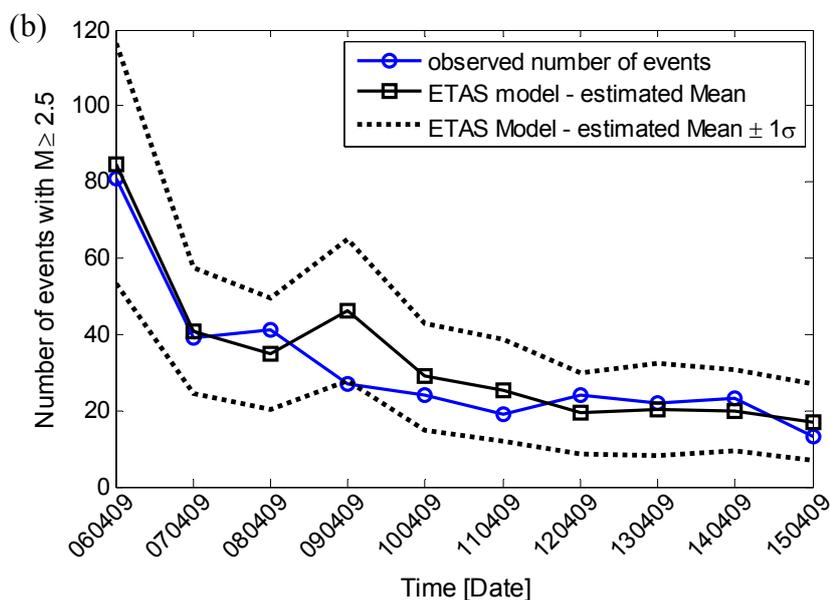
### 3.4.4 Confronto tra i tassi di sismicità dei due modelli

Le previsioni sismiche giornaliere vengono fornite per un evento superiore alla magnitudo cut-off  $M_I$  (cioè  $M_I=3$  per il primo giorno dopo la scossa principale e  $M_I=2.5$  per tutti gli altri giorni) sulla

base delle stime robuste del modello ETAS (eq. 6) e del modello originale (Marzocchi e Lombardi 2009). La Figura 4(a) mostra l'evoluzione delle previsioni fatte secondo entrambi i modelli e il confronto con il numero di dati osservati nel catalogo. È possibile osservare che entrambi i modelli si dimostrano abbastanza efficaci nel fissare la tendenza nel numero di aftershock. Vale la pena notare che le previsioni robuste ETAS si ottengono tramite una procedura di simulazione completamente automatizzata e senza prendere in considerazione la sismicità di background confrontata con il modello originale. In particolare, le previsioni robuste ETAS vengono fornite sulla base di solo 4 parametri, mentre il modello originale comprende 6 parametri (incluso un parametro relativo alla sismicità di base) riguardanti l'evoluzione temporale della sismicità.

La deviazione standard media e media  $\pm 1$ , inoltre, del numero di eventi previsti (sulla base della distribuzione riportata nella Figura 3) sono illustrate nella Figura 4(b) per i primi dieci giorni. Il numero osservato di eventi si trova all'interno dell'intervallo della deviazione standard  $\pm 1$  della distribuzione prevista. Il numero robusto di eventi previsto fornito dal modello ETAS può essere applicato direttamente alle previsioni adattive giornaliere del pericolo sismico (vedi Ebrahimian *et al.* 2014).





**Figure 4:** (a) Numero di eventi osservati giornalmente e previsti; (b) Il numero robusto previsto di eventi, deviazione media, media $\pm 1$  e standard

## 4 Probabilistic Aftershock Hazard Analysis (PASHA) con il modello ETAS

### 4.1 Introduzione alla PASHA

La PASHA richiede un modello affidabile che sia in grado di tracciare l'evoluzione nel tempo dei tassi di occorrenza dei sismi insieme a relazioni appropriate di previsioni di moto del suolo. Questa sezione offre una panoramica sulla PASHA, introducendo una previsione adattiva dei tassi giornalieri di superamento dell'accelerazione spettrale (primo modo). I modelli di previsione della probabilità sismica a breve termine sono principalmente basati sul clustering spazio-temporale (vedi ad es. Reasenberg e Jones, 1989, 1994; Gerstenberger *et al.*, 2005; Lombardi e Marzocchi, 2010; per un approfondimento vedi Jordan *et al.*, 2011). La presente opera impiega l'epidemic type aftershock sequence (ETAS, Ogata, 1988; 1998). Uno dei temi principali relativi all'analisi del pericolo sismico è la scelta corretta di equazioni per la previsione dei moti del suolo. Questa diventa ancora più critica nel caso dell'analisi del pericolo di aftershock in quanto spesso il range di magnitudo di interesse per gli aftershock non è coperto dalle equazioni per la previsione dei moti del suolo sviluppate specificatamente per le registrazioni di forti moti e la relazione empirica del moto del suolo solitamente non si dimostra efficace sulle distanze brevi fonte-sito (il problema "near source"). In questa opera gli aftershock in una sequenza continua vengono sfruttati per aggiornare - in modo adattivo - i parametri di un modello esistente di previsione di moto del suolo basato sulla stima Bayesiana.

### 4.2 Metodologia

Il tasso medio giornaliero di superamento di un dato livello di accelerazione spettrale in un periodo prescritto  $T$ , indicato come  $Sa(T)$ , può essere calcolato integrando le previsioni giornaliere del modello di occorrenza con l'equazione per la previsione del moto del suolo giornaliera aggiornata basata sulla seguente equazione schematica:

$$\lambda^{\text{ETAS}}(Sa(T) > z | \text{seq}) = N_M^{\text{ETAS}}(M_l \leq M \leq M_{\max} | \text{seq}) \cdot \int_{m \in \mathfrak{R}} P[Sa(T) > z | m, x, y, \text{seq}] p(x, y | \text{seq}) p(m | \text{seq}) dx dy dm \quad (3.1)$$

dove  $\lambda^{\text{ETAS}}(Sa(T) > z | \text{seq})$  è il tasso giornaliero tempo-dipendente in cui  $Sa(T)$  supera un dato valore di  $z$  nell'intervallo di tempo della previsione data la **seq** basata sul modello di occorrenza ETAS;  $N_M^{\text{ETAS}}(\cdot)$  è calcolato dall'eq. (2.12). Si può anche calcolare il numero di eventi con  $M_l \leq M \leq M_{\max}$  nel seguente modo:

$$N_M^{\text{ETAS}}(M_l \leq M \leq M_{\max} | \text{seq}) = (1 - e^{-\beta(M_{\max} - M_l)}) \int dx dy \int_{T_{\text{start}}}^{T_{\text{end}}} \lambda_{\text{ETAS}}(t, x, y, M_l | \text{seq}) dt \quad (3.2)$$

Il termine  $P[Sa(T) > z | m, x, y, \text{seq}]$  nell'eq. 1 è la CDF complementare log-normale di  $Sa(T)$  calcolata come funzione dei parametri di attenuazione. I parametri di attenuazione possono essere aggiornati anche per riflettere la loro dipendenza dal tempo (vedi prossima sezione). Si noti che il vettore della magnitudo varia tra  $M_l$  e  $M_{\max}$  e i valori della distanza  $r$  vengono calcolati come le distanze epicentrali, cioè  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ , su tutta la zona colpita da aftershock  $\mathfrak{R}(x, y)$ , dove  $x$  e  $y$  sono distanze (nelle coordinate cartesiane) relative alla posizione del sito desiderato all'interno della regione della griglia. Il termine  $p(m | \text{seq})$  nell'eq. 1 è calcolato come:

$$p(m | b, M_l \leq M \leq M_{\max}) = \frac{dF(m | b, M_l \leq m \leq M_{\max})}{dm} = \frac{d}{dm} \left( 1 - \frac{e^{-\beta m} - e^{-\beta M_{\max}}}{e^{-\beta M_l} - e^{-\beta M_{\max}}} \right) = \frac{\beta e^{-\beta m}}{e^{-\beta M_l} - e^{-\beta M_{\max}}} \quad (3.3)$$

Inoltre, il termine  $p(x, y | \text{seq})$  nell'eq. 1 viene calcolato con la normalizzazione del tasso di sismicità spazio-variante  $\int_{T_{\text{start}}}^{T_{\text{end}}} \lambda_{\text{ETAS}}(t, x, y, M_l | \text{seq}) dt$  (vedi eq. 2.12) in modo che la somma sia uno.

### 4.3 Un approccio Bayesiano per l'aggiornamento dei parametri di attenuazione basati sulla sequenza di aftershock

In questa sezione i parametri della relazione della previsione dei moti del suolo sviluppata da Sabetta e Pugliese (1996) (di seguito SP96) vengono aggiornati in modo adattivo sulla base delle informazioni fornite dagli aftershock in una sequenza continua. Tuttavia, è importante ricordare che il metodo presentato può essere applicato a qualsiasi altra equazione per la previsione dei moti del suolo. SP96 è stato scelto per la sua relativa semplicità di formulazione (cioè per il numero di parametri relativamente basso) e per il suo vasto impiego. Vale la pena ricordare anche che i modelli di previsione dei moti del suolo in generale non si dimostrano efficaci nel range near-source che è di particolare interesse nella zona interessata dagli aftershock.

Nel caso particolare di SP96 la relazione è calibrata per eventi con magnitudo superiore a 4,6; questo range chiaramente non copre gli aftershock dal range di magnitudo inferiore. Il modello di probabilità per la previsione dei moti del suolo può essere espresso come distribuzione di probabilità log-normale (con deviazione media  $\mu_{\ln(\cdot)}$  e standard  $\sigma_{\ln(\cdot)}$ ) come funzione dei parametri originali riportati in SP96:

$$\begin{aligned} \mu_{\ln Sa(T)} &= \ln\left(\frac{2\pi}{100g \cdot T}\right) + \ln(10) \cdot \left[ c_1 + c_2 M - \log_{10}\left(R^2 + c_3^2\right)^{1/2} + c_4 S_1 + c_5 S_2 \right] \\ \sigma_{\ln Sa(T)} &= \ln(10) \cdot \sigma \end{aligned} \quad (3.4)$$

dove  $Sa(T)$  indica l'accelerazione pseudo-spettrale (in unità di g) nel periodo prescritto  $T$ ,  $M$  è la magnitudo,  $R$  è la distanza epicentrale in chilometri,  $\sigma$  è la deviazione standard del logaritmo (base 10) della velocità pseudo-spettrale e infine le variabili dummy  $S_1$  e  $S_2$  si riferiscono alla classificazione del sito con il valore 1 per shallow e deep alluvium rispettivamente e zero altrimenti (vedi Sabetta e Pugliese, 1996). Il vettore dei coefficienti nell'equazione (23) da aggiornare giornalmente, quindi, può essere riassunto come:

$$\boldsymbol{\pi} = \{c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, \sigma\} \quad (3.5)$$

#### 4.3.1 La formulazione Bayesiana per l'aggiornamento dei parametri di attenuazione

Indicando con  $\mathbf{R} = \{r_i | i = 1, \dots, N\}$  il vettore delle distanze epicentrali (in riferimento al sito desiderato) e con  $\mathbf{M} = \{m_i | i = 1, \dots, N\}$  il vettore delle magnitudo della sequenza di  $N$  aftershock, la stima dei parametri Bayesiana può essere usata per aggiornare i parametri di attenuazione  $\boldsymbol{\pi}$  data la forma dell'onda degli eventi all'interno della sequenza. La distribuzione di probabilità a posteriori per  $\boldsymbol{\pi}$  (basata su una sequenza di  $N$  aftershock,  $\mathbf{seq} = \{Sa_i(T) | i = 1, \dots, N\}$ ) può essere calcolata sulla base della formulazione Bayesiana nel modo seguente (vedi anche Ebrahimian et al. 2014a):

$$p(\boldsymbol{\pi} | \mathbf{seq}, \mathbf{M}, \mathbf{R}) = \frac{p(\mathbf{seq} | \boldsymbol{\pi}, \mathbf{M}, \mathbf{R}) p(\boldsymbol{\pi} | \mathbf{M}, \mathbf{R})}{\sum_{\boldsymbol{\pi}} p(\mathbf{seq} | \boldsymbol{\pi}, \mathbf{M}, \mathbf{R}) p(\boldsymbol{\pi} | \mathbf{M}, \mathbf{R})} \quad (3.6)$$

Ora,  $p(\boldsymbol{\pi} | \mathbf{seq}, \mathbf{M}, \mathbf{R})$  e  $p(\boldsymbol{\pi} | \mathbf{M}, \mathbf{R})$  sono le distribuzioni congiunte di probabilità rispettivamente a posteriori e a priori e  $p(\mathbf{seq} | \boldsymbol{\pi}, \mathbf{M}, \mathbf{R})$  è la funzione di verosimiglianza per la sequenza di aftershock. Supponendo l'indipendenza tra eventi consecutivi e indipendenza tra  $\boldsymbol{\pi}$  e  $(\mathbf{M}, \mathbf{R})$ , la distribuzione a posteriori  $p(\boldsymbol{\pi} | \mathbf{seq}, \mathbf{M}, \mathbf{R})$  può essere perciò espressa come:

$$p(\boldsymbol{\pi} | \mathbf{seq}, \mathbf{M}, \mathbf{R}) = \frac{\left( \prod_{i=1}^N p(Sa_i(T) | m_i, r_i, \boldsymbol{\pi}) \right) p(\boldsymbol{\pi} | \mathbf{M}, \mathbf{R})}{\sum_{\boldsymbol{\pi}} \left( \prod_{i=1}^N p(Sa_i(T) | m_i, r_i, \boldsymbol{\pi}) \right) p(\boldsymbol{\pi} | \mathbf{M}, \mathbf{R})} = \frac{\left( \prod_{i=1}^N p(Sa_i(T) | m_i, r_i, \boldsymbol{\pi}) \right) p(\boldsymbol{\pi})}{\sum_{\boldsymbol{\pi}} \left( \prod_{i=1}^N p(Sa_i(T) | m_i, r_i, \boldsymbol{\pi}) \right) p(\boldsymbol{\pi})} \quad (3.7)$$

dove  $p(Sa_i(T) | m_i, r_i, \boldsymbol{\pi})$  è la PDF log-normale dell'accelerazione spettrale delle forme dell'onda degli aftershock  $i$ -esime nel periodo di interesse,  $Sa_i(T) : i = 1, \dots, N$ , i cui parametri sono riportati nell'eq. 5 considerando i dati della  $\mathbf{seq}$  relativi all'intervallo della previsione. Usando l'eq. 7 è possibile calcolare direttamente lo stimatore MLE dei parametri  $\hat{\boldsymbol{\pi}} = \{\hat{c}_1, \hat{c}_2, \hat{c}_3, \hat{c}_4, \hat{c}_5, \hat{\sigma}\}$  sulla base della PDF congiunta a posteriori  $p(\boldsymbol{\pi} | \mathbf{seq}, \mathbf{M}, \mathbf{R})$ , che è possibile interpretare come parametri di attenuazione giornalieri aggiornati per la sequenza continua di aftershock.

Come la distribuzione di probabilità a priori,  $p(\boldsymbol{\pi})$ , è auspicabile usare le informazioni disponibili sui parametri dell'equazione originale per la previsione dei moti del suolo. Tuttavia, in luogo di questa informazione è sempre possibile usare una distribuzione uniforme di probabilità “non informativa”.

## 4.4 Esempio numerico

### 4.4.1 La relazione dell'attenuazione calibrata della sequenza di aftershock

La stima dell'equazione di previsione del moto del suolo di SP96 e i calcoli associati relativa alla PASHA vengono eseguiti sulla base di  $T = 0.58\text{sec}$  come periodo di riferimento. Le analisi preliminari della distribuzione dell'accelerazione spettrale degli aftershock nel periodo prescritto in merito alla loro magnitudo e alle distanze hanno rivelato che i dati non mostrano trend statisticamente significativi rispetto alla distanza. Il parametro  $c_3$  of SP96 (Eq. 5) non è quindi preso in considerazione nella procedura di aggiornamento dei parametri indicata nella Sezione La formulazione Bayesiana per l'aggiornamento dei parametri di attenuazione e si suppone che rimanga costante. Poiché il sito di interesse è situato sulla roccia (tipo A), i parametri  $c_4$  e  $c_5$  sono impostati sullo zero. Questo riduce a tre il numero totale di parametri da aggiornare. Nonostante ciò bisognerebbe notare che se la dimensione del problema dell'aggiornamento Bayesiano è troppo elevata (cioè ci sono troppi coefficienti da aggiornare), l'uso dei metodi avanzati di simulazione potrebbe essere più adatto (vedi Cheung e Beck, 2009).

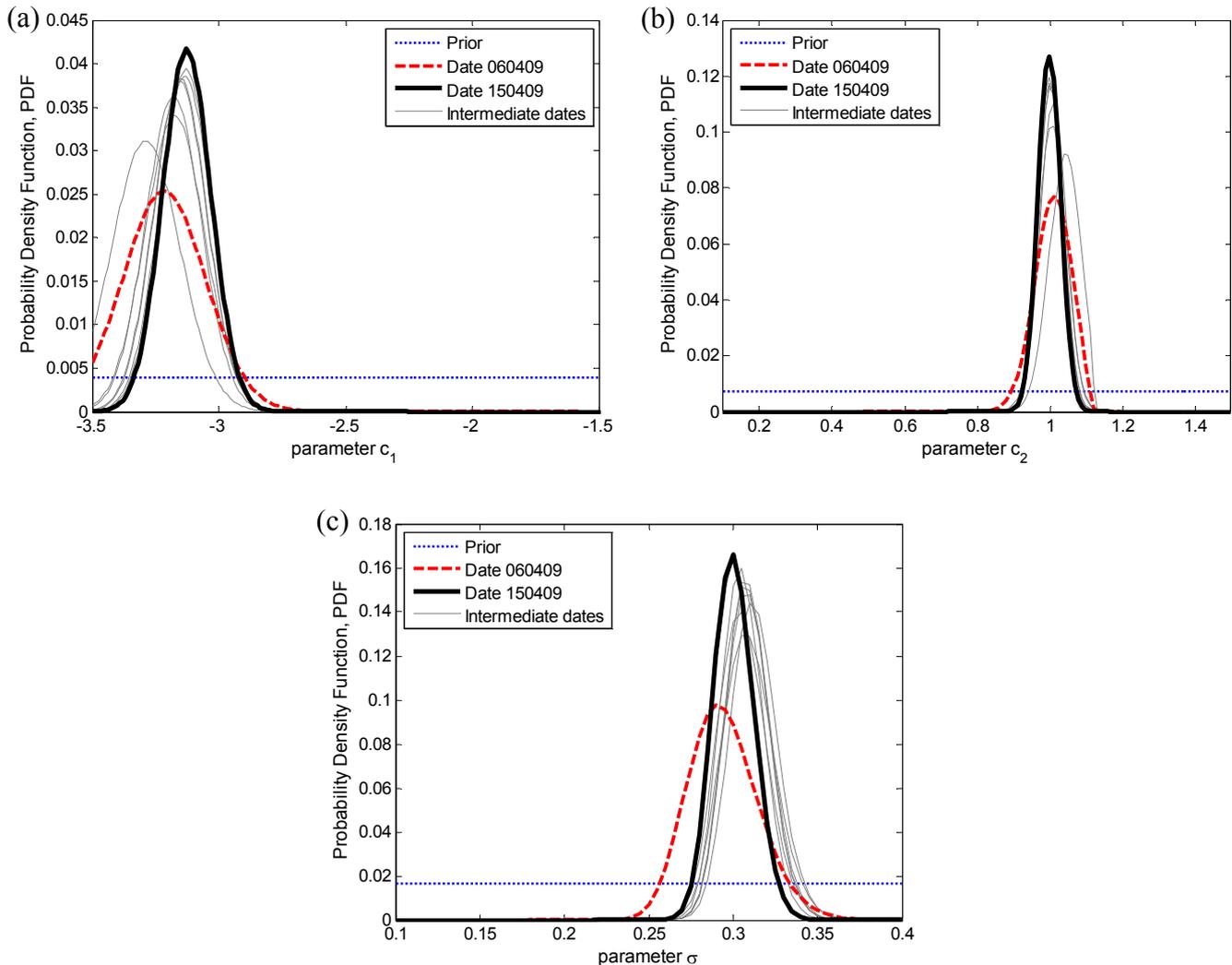
Per poter calcolare la distribuzione congiunta di probabilità a posteriori,  $p(\boldsymbol{\pi} | \text{seq}, \mathbf{M}, \mathbf{R})$ , sulla base dell'equazione (25), si dovrebbero calcolare i valori dell'accelerazione spettrale  $Sa_i(T)$ ,  $i = 1, \dots, N$ , associati alla **seq**. Le forme dell'onda della sequenza dell'Aquila in termini di accelerazione sono state registrate tra il 30 marzo 2009 e il 30 aprile 2009 dalla DPC-RAN (Rete Accelerometrica Nazionale) (35 stazioni) e dalle reti sismiche temporanee e permanenti dell'iINGV (Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia) (29 stazioni). Di conseguenza le forme d'onda relative a ciascuna replica all'interno del catalogo sono estratte in modo adattivo dalle finestre di

tempo long-format sulla base di una metodologia completa che utilizza la misurazione dell'intensità di Arias (Arias, 1970). È importante notare che questo catalogo ha differenze minime negli eventi registrati (come alcuni eventi aggiuntivi) rispetto al catalogo aggiornato menzionato nella sezione 2.4. Tuttavia, poiché le forme d'onda sono estratte da questo catalogo, esso viene usato come riferimento diretto per l'aggiornamento dei parametri della relazione di attenuazione di SP96. Va detto che si è fatto in modo che due cataloghi abbiano magnitudo di completezza identica per ciascun giorno considerato.

Data la magnitudo  $m_i$ , la distanza epicentrale  $r_i$ , e l'accelerazione spettrale  $Sa_i(T)$ ,  $i = 1, \dots, N$ , relativa a **seq**, le funzioni di densità di probabilità marginale a posteriori per i parametri  $\boldsymbol{\pi} = \{c_1, c_2, \sigma\}$  sono calcolate per i primi 10 giorni dopo la mainshock e illustrate nella Figura 5. I coefficienti predittivi aggiornati del moto del suolo relativi allo stimatore MLE di  $p(\boldsymbol{\pi} | \text{seq}, \mathbf{M}, \mathbf{R})$  sembrano convergere in alcuni valori entro i primi giorni dopo la scossa principale. La Tabella 2 confronta i parametri originali  $\boldsymbol{\pi}$  dell'equazione predittiva di SP96 (vedi Sabetta e Pugliese, 1996, Tabella 2) nel periodo prescritto  $T$  con le stime di massima verosimiglianza specifiche della sequenza ottenute sulla base degli eventi che si verificano entro i primi 10 giorni dopo la scossa principale.

**Tabella 2:** *La distribuzione a priori usata per l'aggiornamento dei parametri del modello basati su MO (sequenza generica italiana, Lolli e Gasperini 2003) e delle distribuzioni marginali a posteriori giornaliere aggiornate del 15 aprile 2009*

Parametro	Generica italiana (a priori)			Distribuzioni Marginali a Posteriori (15 aprile 2009)	
	Media	Deviazione standard	Tipo	Medio	Deviazione standard
$A$	-1.66	0.72	Normale	-1.10	0.05
$B$	0.96	0.18	Log-normale	0.96	0.05
$\text{Log}_{10}(c)$	-	-	Uniforme	-1.48	0.42
$P$	0.93	0.21	Log-normale	0.77	0.07

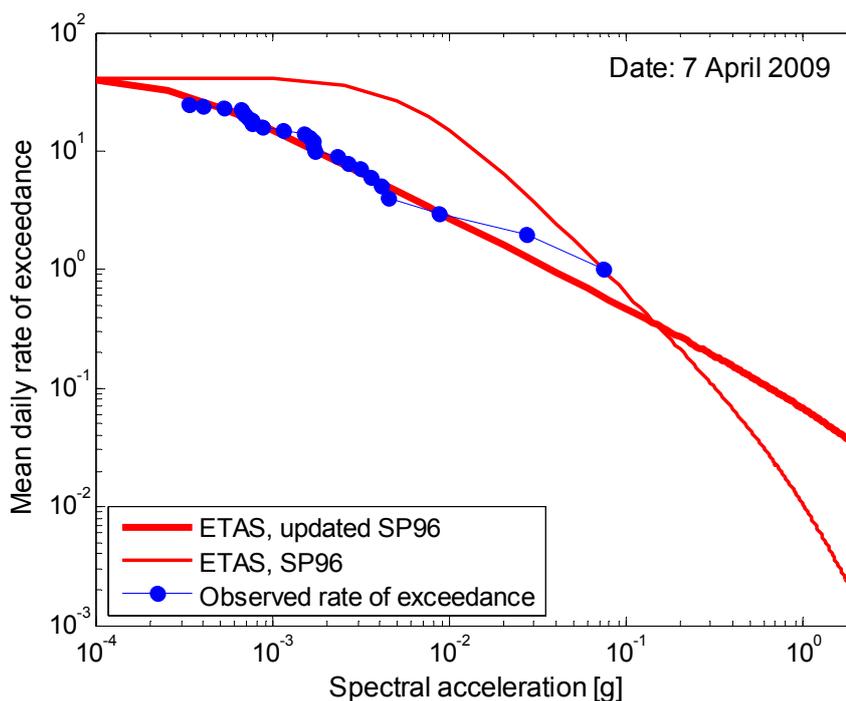


**Figure 5:** Funzioni di densità di probabilità marginali a posteriori (dal 6 al 15 aprile 2009) per i parametri aggiornati di modello del moto del suolo di SP96, (a) coefficiente  $c_1$ , (b) coefficiente  $c_2$ , e (c) deviazione standard  $\sigma$

#### 4.4.2 Curve di pericolosità degli aftershock basate sul modello ETAS

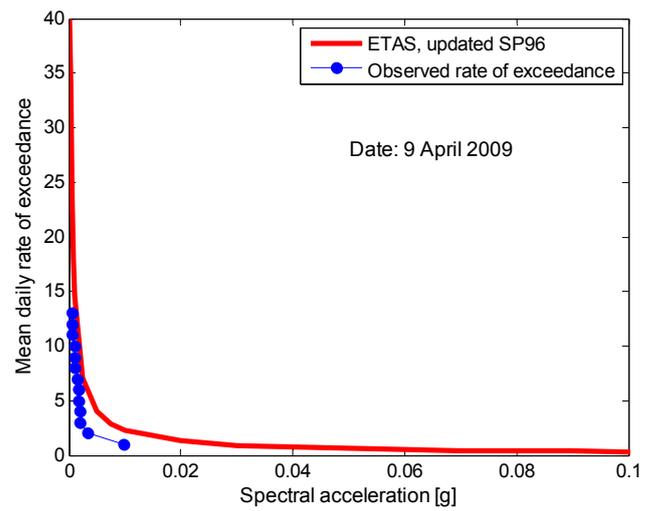
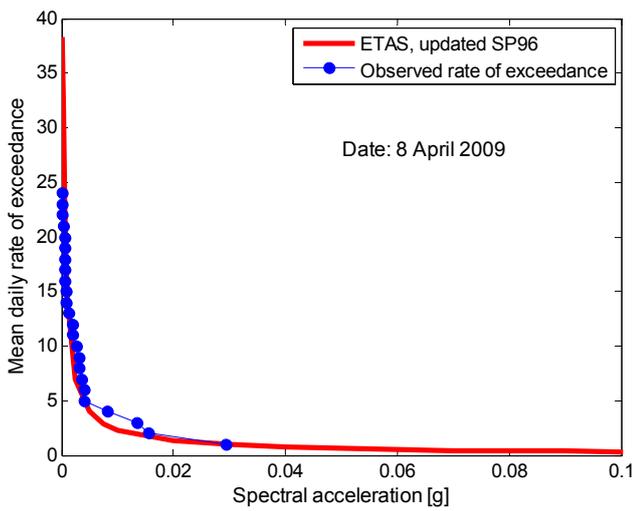
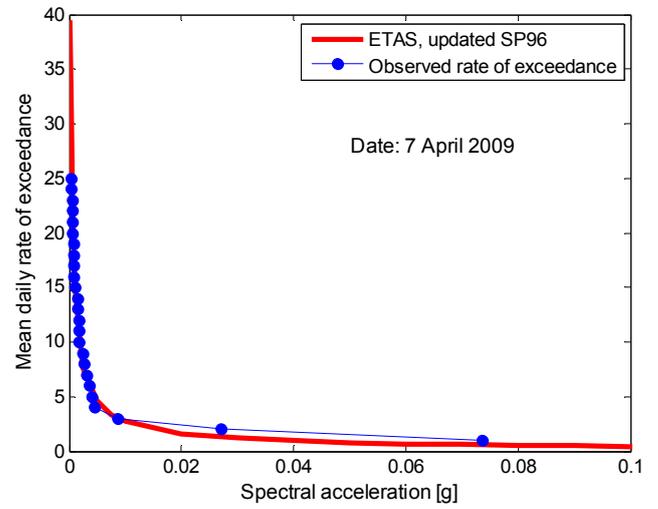
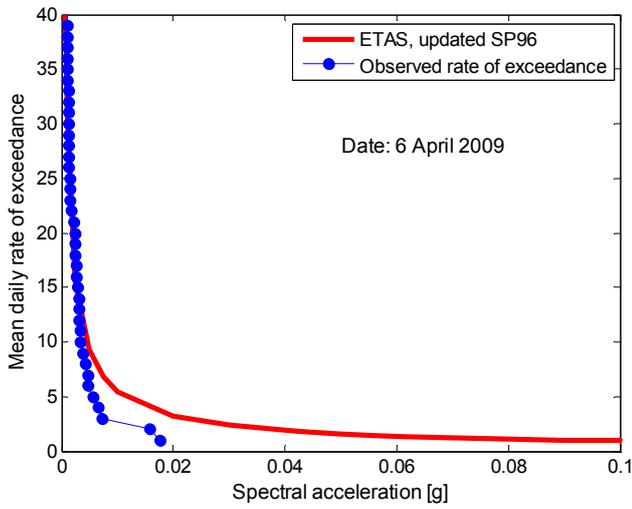
Le previsioni giornaliere della pericolosità degli aftershock sono espresse in termini di tasso giornaliero medio di superamento dei diversi livelli di  $Sa(T=0.58s)$ . Per poter misurare l'accuratezza delle curve di pericolosità previste, esse vengono confrontate con i tassi giornalieri di superamento dei livelli di accelerazione spettrale  $Sa(T)$  osservati. La Figura 6 illustra la curva della pericolosità prevista per il giorno 7 aprile 2009 considerando i modelli di occorrenza degli

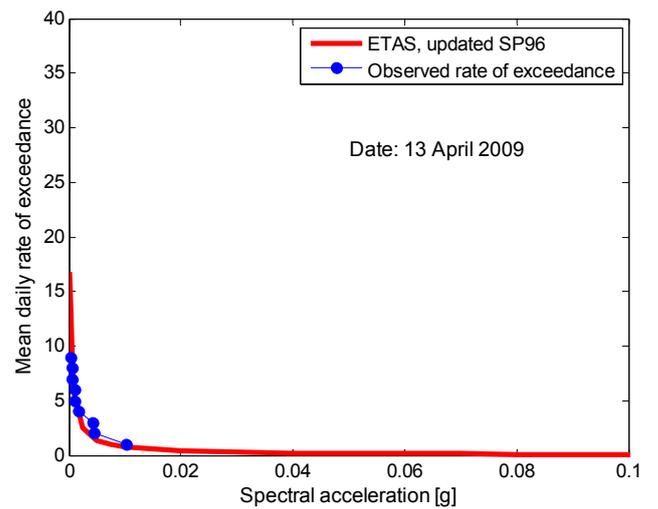
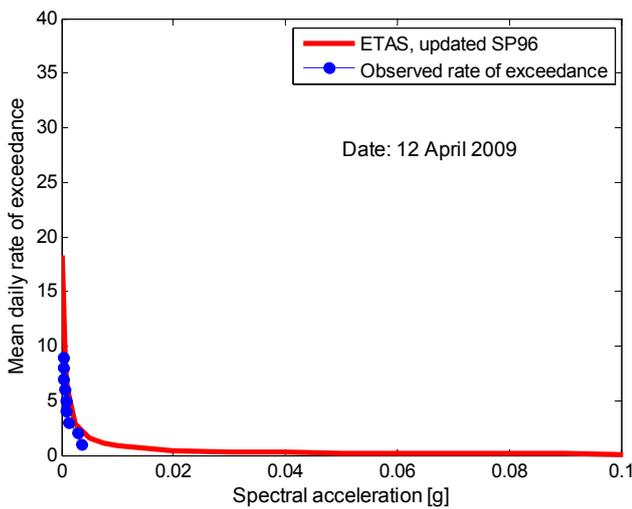
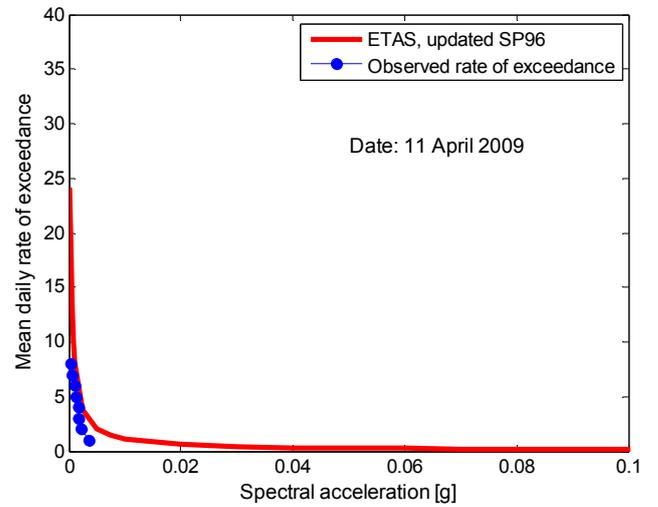
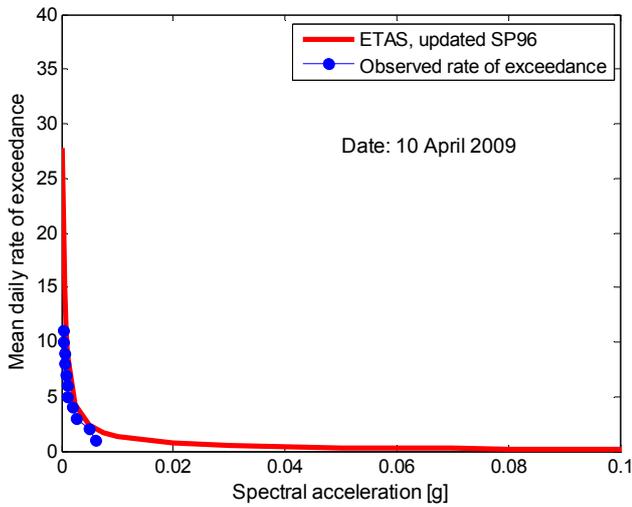
aftershock ETAS. Per poter apprezzare l'effetto dell'aggiornamento del modello predittivo del moto del suolo sulla curva di pericolosità stimata, nella figura sono tracciate sia il modello originale SP96 sia quello aggiornato sulla base della sequenza continua. È possibile osservare che il modello di moto del suolo aggiornato, calibrato sugli aftershock nella sequenza, migliora notevolmente le previsioni di pericolosità di entrambi i modelli.



**Figura 6:** Il tasso medio giornaliero (previsto) di superamento di vari livelli di  $Sa(T = 0.58s)$  del 7 aprile 2009 sulla base del modello ETAS considerando i parametri del modello di attenuazione originali e aggiornati di SP96

La Figura 7 illustra le previsioni della pericolosità giornaliera dal 6 aprile 2009 al 13 aprile 2009 (i primi 8 giorni dopo la scossa principale) considerando il modello di occorrenza ETAS con il modello di attenuazione di SP96 giornaliero aggiornato. È possibile osservare che il modello ETAS porta a previsioni molto buone rispetto alla pericolosità osservata. Va anche detto che quattro aftershock significativi con magnitudo locale 5,3, 5,1, 4,9 e 4,9 si sono verificate rispettivamente nei giorni 7, 8, 9 e 13 aprile 2009. Le curve di pericolosità prevista mostrano una buona concordanza con i tassi di occorrenza osservati.





**Figura 7:** Il tasso medio giornaliero di superamento di vari livelli di  $Sa(T = 0.58s)$  sulla base dei modelli ETAS e il tasso di superamento osservato dal 6 aprile 2009 al 13 aprile 2009

## 5 Analisi del rischio basata sulla prestazione tempo-dipendente per una Sequenza di Eventi Sismici (Aftershock)

### 5.1 Introduzione all'analisi del rischio tempo-dipendente

Lo stato dell'arte nella progettazione sismica e nell'analisi delle strutture si affida implicitamente alla ridondanza strutturale per trattare la questione dell'effetto della sequenza di aftershock scatenata su un edificio. Calcolare la probabilità di superamento dello stato limite tempo-dipendente di una struttura considerando sia la scossa principale che la sequenza di aftershock da esso scatenata è reso più difficile dal tasso di occorrenza degli aftershock tempo-dipendente e anche dal danno cumulativo causato della sequenza. Sono stati fatti notevoli sforzi negli ultimi anni per prendere in considerazione il potenziale di danno ulteriore causato dagli aftershock nell'analisi della vulnerabilità sismica. Questo argomento viene affrontato sottoponendo la struttura a varie sequenze di mainshock-aftershock (MS-AS). Tali sequenze vengono costruite tramite la combinazione di un record di MS con un altro oppure attraverso la sua ripetizione per considerare il record di aftershock (vedi ad es., Luco et al. 2004, Yeo e Cornell 2009, Goda e Taylor 2012, Raghunandan et al. 2014), oppure usando le coppie reali MS-AS (ad es., Goda e Taylor 2012, Goda e Salami 2014). Queste procedure forniscono una stima affidabile della funzionalità post-sismica.

Questa attività viene qui svolta con due diversi approcci: (1) viene proposta una metodologia per l'analisi del rischio tempo-dipendente in ambiente post-mainshock calcolando la probabilità di superamento degli stati limite prescritti. Nel caso dell'occorrenza di un dato evento MS, questo metodo mira a considerare il danno progressivo causato dall'occorrenza di una sequenza di aftershock in un contesto basato sulla prestazione e adattivo con lo scopo di effettuare una previsione operativa del rischio di aftershock in ambiente post-mainshock. Questo approccio viene qui chiamato metodo adattivo. (2) La presente opera cerca di quantificare e confrontare la probabilità di superamento dello stato limite causato da una MS e dalla sequenza di aftershock da essa scatenata (sequenza MS+AS) riguardo al rischio calcolato dalla sola considerazione del strong motion (MS). La procedura qui descritta per il calcolo delle probabilità dello stato limite considera esplicitamente il tasso di occorrenza tempo-dipendente degli aftershock e il danno cumulativo

causato dalla sequenza sismica (sequenza MS+AS). Questo approccio viene qui chiamato metodo non adattivo.

## 5.2 Variabile prestazionale strutturale tempo-dipendente

Le richieste di drift residui sono riconosciute come parametri di risposta chiave nell'analisi prestazionale di edifici esistenti a breve e a lungo termine (Luco et al. 2004, Ruiz-García e Miranda 2010, Ruiz-García e Negrete-Manriquez 2011). Supponiamo che  $N_{as}$  sia il limite upper bound stimato per il numero di aftershock che si verificano nell'intervallo di tempo della previsione relativo al  $j$ -esimo giorno dopo la scossa principale. Probabilmente per l' $n$ -esimo evento  $n=1:N_{as}$ , l'intensità del moto del suolo può essere correlata all'*incremento della richiesta massima* a causa dell' $n$ -esimo evento che viene definito come la differenza tra la richiesta massima durante la  $n$ -esima sollecitazione e la richiesta residua causata da tutti gli eventi precedenti ( $n-1$ ). In questa opera viene introdotta una nuova variabile prestazionale scalare tempo-dipendente, idonea per la stima adattiva della richiesta di rapporto di capacità nella struttura, come rapporto dell'incremento della richiesta massima causato dall' $n$ -esimo evento e dalla ridotta capacità della struttura:

$$Y_{LS}^{(n)} = \frac{D_{\max}^{(n)} - D_r^{(n-1)}}{C_{LS} - D_r^{(n-1)}} \quad (4.1)$$

dove  $D_{\max}^{(n)}$  è la richiesta massima dovuta all' $n$ -esimo evento,  $D_r^{(n-1)}$  è la richiesta residua corrispondente alla sequenza di ( $n-1$ ) eventi e  $C_{LS}$  è la capacità dello stato limite della struttura (intatta). Il termine nel denominatore dell'equazione (1) può essere rappresentativo della capacità ridotta subito dopo la sequenza di ( $n-1$ ) eventi. Si noti che all'inizio dello stato limite la variabile prestazionale  $Y_{LS}$  è pari all'unità. La variabile prestazionale  $Y_{LS}^{(n)}$  è un parametro storia-dipendente che tende a riflettere e a "isolare condizionatamente" l'effetto dell' $n$ -esimo evento sulla struttura. Questa variabile prestazionale può non essere necessariamente monotonicamente crescente come una funzione di  $n$ . La variabile prestazionale basata sul displacement nell'equazione (1) potrebbe essere generalizzata per poter prendere in considerazione un range di meccanismi di guasto potenziale (Jalayer et al. 2007, Jalayer et al. 2011). È interessante notare che l'applicabilità della metodologia proposta non è limitata al parametro  $Y_{LS}$  e che il contesto adattivo dell'analisi del rischio di aftershock può essere potenzialmente applicabile ad altri predittori di danno cumulativo.

## 5.3 Derivazione delle probabilità tempo-dipendenti relative allo stato limite (caso adattivo)

### 5.3.1 L'intervallo di tempo della previsione

In un contesto di previsioni operative, la previsione giornaliera si riferisce a un intervallo di tempo indicato da  $[T_{start}, T_{end}]$ , che indica un intervallo di 24 ore corrispondente al  $j$ -esimo giorno trascorso dopo la scossa principale. La sequenza di forme d'onda di aftershock (registrata in un catalogo provvisorio) nel tempo trascorso tra la mainshock fino a  $T_{start}$  è indicata come **seq**, mentre le varie sequenze plausibili di aftershock che si verificheranno nell'intervallo della previsione sono indicate da **seq**<sub>gen</sub>.

### 5.3.2 Analisi del rischio tempo-dipendente

Supponiamo che  $\mathbf{I}_j$  indichi la seguente informazione (Questo viene fatto per semplificare la formulazione e verrà usata per ricordare che i calcoli del rischio sono condizionati dall'informazione di base  $\mathbf{I}_j$ . È superfluo dire che anche  $\mathbf{I}_j$  rappresenta una serie di informazioni tempo-dipendenti.): Una sequenza di aftershock, **seq**, con  $M_l \leq M \leq M_{max}$  (dove  $M_l$  è la magnitudo con cut-off minore e  $M_{max}$  è la magnitudo maggiore) che si sono verificate prima dell'intervallo della previsione di 24 ore corrispondente al  $j$ -esimo giorno. La probabilità giornaliera di superamento dello stato limite  $LS$  per la prima volta, indicata da  $P(LS|\mathbf{I}_j)$  o più generalmente  $P_{LS}$ , può essere spiegata nel modo seguente (usando il Teorema della Probabilità Totale):

$$P_{LS} = P(LS | \mathbf{I}_j) = \sum_{n=1}^{N_{as}} P(LS | n, \mathbf{I}_j) P(n | \mathbf{I}_j) \quad (4.2)$$

dove  $N_{as}$  indica il numero massimo (stimato) di aftershock nell'intervallo della previsione;  $P(LS|n, \mathbf{I}_j)$  è la probabilità di superamento dello stato limite per la prima volta dato che si verificano esattamente  $n$  aftershock; e  $P(n|\mathbf{I}_j)$  è la probabilità che si verifichino esattamente  $n$  eventi nell'intervallo di tempo prescritto. Il termine della probabilità  $P(LS|n, \mathbf{I}_j)$  nell'equazione (2) può

essere calcolato prendendo in considerazione la serie di eventi mutuamente esclusivi e collettivamente esaustivi (MECE) in cui  $LS$  viene superato in una e una sola degli aftershock precedenti (primo superamento, vedi anche Ebrahimian et al. 2013a, 2013b, 2014b):

$$P(LS | n, \mathbf{I}_j) = P(C_1 + \bar{C}_1 C_2 + \bar{C}_1 \bar{C}_2 C_3 + \dots + \bar{C}_1 \bar{C}_2 \dots \bar{C}_{n-1} C_n | n, \mathbf{I}_j) \quad (4.3)$$

dove  $C_k, k=1:n$ , è definito come:

$$\begin{cases} C_k \equiv Y_{LS}^{(k)} > 1 \text{ after } k\text{th event} \\ \bar{C}_k \equiv Y_{LS}^{(k)} \leq 1 \text{ after } k\text{th event (read as not } C_k) \end{cases} \quad (4.4)$$

Utilizzando il concetto di primo superamento dello stato limite nell'equazione (3), si assicura che il caso di  $Y_{LS}^{(k)} > 1$  si verifichi per la prima volta in un dato evento  $k$ . È possibile dimostrare (vedi Ebrahimian et al. 2014b, Appendice A della derivata) che il termine  $P(LS|n, \mathbf{I}_j)$  può essere derivato dalla seguente espressione:

$$P(LS | n, \mathbf{I}_j) = \sum_{k=1}^n \left( \Pi_k \cdot \prod_{i=1}^{k-1} (1 - \Pi_i) \right) \quad (4.5)$$

dove  $\Pi_k = P(C_k | \bar{C}_1 \bar{C}_2 \dots \bar{C}_{k-1}, \mathbf{I}_j)$  indica la probabilità della primo superamento dello stato limite dovuto all'occorrenza del  $k$ -esimo evento dato che non si è verificato negli eventi precedenti ( $k-1$ ). Si noti che nell'equazione (5) per semplicità manca la dipendenza da  $n$ . In ogni caso il fatto che  $n$  eventi si sono verificati è già riflesso nella somma. Il termine della probabilità  $\Pi_k$  può essere spiegato in merito all'accelerazione spettrale di primo modo  $Sa(T)$  usando il Teorema della Probabilità Totale:

$$\Pi_k = P(C_k | \bar{C}_1 \bar{C}_2 \dots \bar{C}_{k-1}, \mathbf{I}_j) = \int_{\forall Sa(T)} \pi_k(x) p(x | \bar{C}_1 \bar{C}_2 \dots \bar{C}_{k-1}, \mathbf{I}_j) dx \approx \int_{\forall Sa(T)} \pi_k(x) p(x | \mathbf{I}_j) dx \quad (4.6)$$

dove  $x$  è un valore specifico di  $Sa(T)$  per il  $k$ -esimo evento e  $\pi_k(x) = P(C_k | \bar{C}_1 \bar{C}_2 \dots \bar{C}_{k-1}, x, \mathbf{I}_j)$  è la fragilità “evento-dipendente” per il  $k$ -esimo evento. La serie di termini della fragilità evento-dipendente  $\{\pi_k(x) | k=1:n\}$  viene stimata mediante una procedura di analisi dinamica non lineare chiamata *analisi cloud sequenziale*. Il secondo termine nell'integrale dell'equazione (6) è la funzione di densità di probabilità (PDF) per  $Sa(T)$  con  $x$  corrispondente al  $k$ -esimo evento, dato che gli eventi precedenti ( $k-1$ ) non hanno portato al superamento dello stato limite  $LS$ . Supponendo che l'occorrenza degli aftershock sia definita da un processo di Poisson omogeneo nell'intervallo di

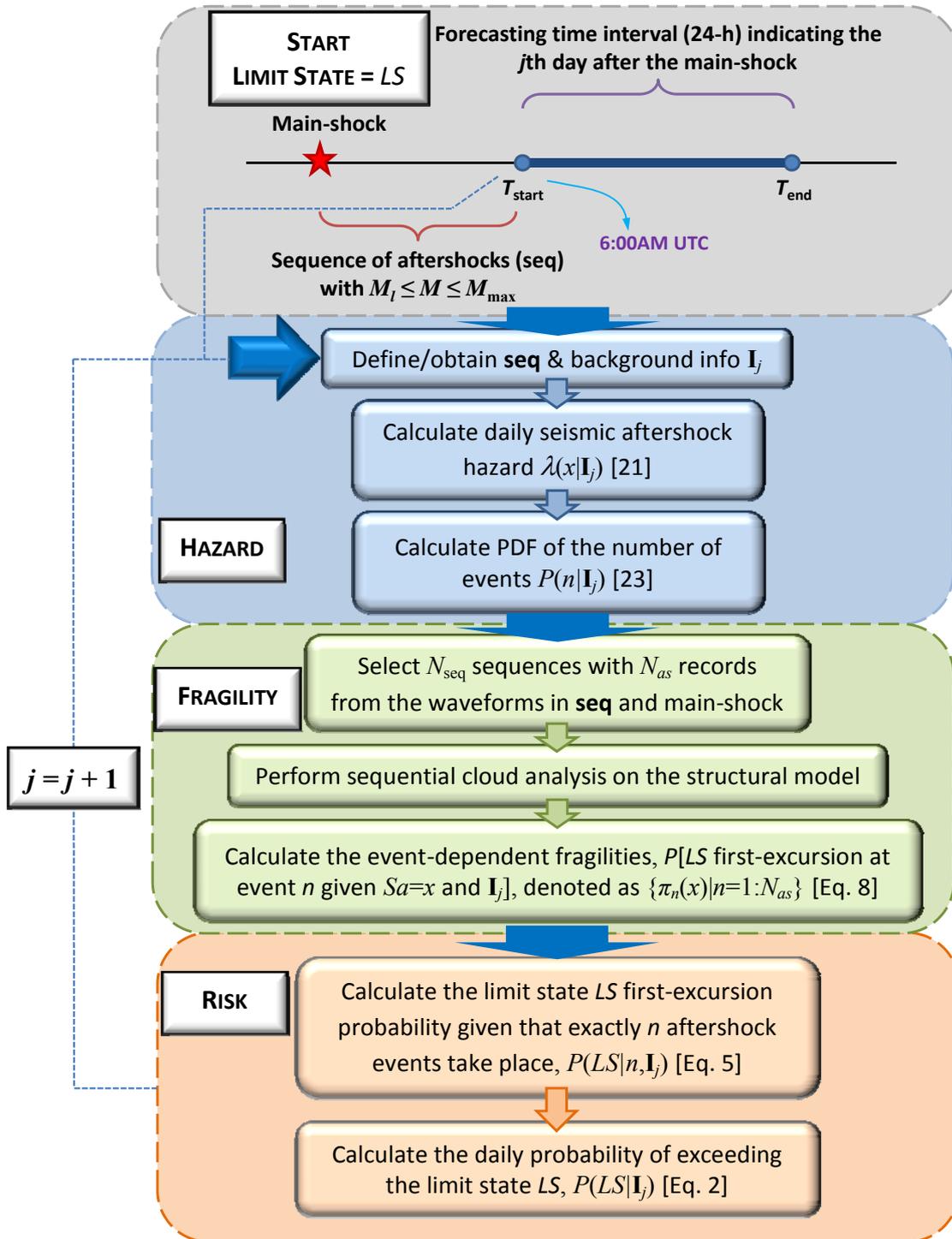
tempo della previsione, ignoreremo la condizione su  $\bar{C}_1\bar{C}_2\dots\bar{C}_{k-1}$ ; cioè,  $p(x|\bar{C}_1\bar{C}_2\dots\bar{C}_{k-1},\mathbf{I}_j)\approx p(x|\mathbf{I}_j)$ . È possibile dimostrare che il termine  $p(x|\mathbf{I}_j)$  può essere calcolato come segue (Der Kiureghian 2005, Ebrahimian et al. 2014b):

$$p(x|\mathbf{I}_j) = \frac{1}{v_j} \left| \frac{d\lambda(x|\mathbf{I}_j)}{dx} \right| \quad (4.7)$$

dove  $v_j = N_M(M_l \leq M \leq M_{\max}|\mathbf{I}_j)$  è il numero medio (previsto) di eventi nel  $j$ -esimo giorno (cioè il tasso medio giornaliero relativo al  $j$ -esimo giorno) con magnitudo tra un livello inferiore  $M_l$  e un livello superiore  $M_{\max}$  (cioè gli eventi di “interesse”, vedi Ebrahimian et al. 2014a per maggiori dettagli), e  $\lambda(x|\mathbf{I}_j)$  è il tasso giornaliero medio di superamento del valore dell’accelerazione spettrale  $x$  o la pericolosità del  $j$ -esimo giorno. Il diagramma di flusso nella Figura 8 mostra un diagramma schematico della procedura proposta per la previsione del rischio adattiva.

### 5.3.3 Stima della distribuzione di probabilità per il numero di eventi

Questa opera impiega un modello affermato di occorrenza sismica, adatto per le previsioni sismiche giornaliere a breve termine relative all’evoluzione di una sequenza di aftershock, conosciuto come modello ETAS (Ebrahimian et al. 2014a, Marzocchi e Lombardi 2009), descritto nelle sezioni precedenti. Il modello ETAS è un processo di punto epidemico stocastico in cui ciascun sisma (compresa la mainshock) è un potenziale evento che scatena successivi sismi; la sismicità è quindi la sovrapposizione degli eventi indotti da eventi precedenti. La pericolosità sismica giornaliera degli aftershock  $\lambda(x|\mathbf{I}_j)$  nell’equazione (7) (vedi Ebrahimian et al. 2014a e anche la sezione precedente) e  $P(n|\mathbf{I}_j)$  nell’equazione (2) può essere calcolata con il modello dell’occorrenza degli aftershock ETAS. Può essere calcolato mediante la generazione di diversi cataloghi sintetici basati su un algoritmo di simulazione molto efficace chiamato “metodo thinning” (Ogata 1998, Marzocchi e Lombardi 2009). Di conseguenza è possibile calcolare la distribuzione empirica di probabilità  $P(n|\mathbf{I}_j)$ . Come best-estimate per il numero massimo di eventi, viene qui adottato  $N_{as}$ , il valore atteso più un fattore di deviazione standard (per esempio uno o due).



**Figura 8:** Diagramma schematico della procedura proposta per l'analisi adattiva del rischio di aftershock

### 5.3.4 Analisi Cloud Sequenziale

Per poter calcolare  $\{\pi_n(x)|n=1:N_{as}\}$ , come richiesto nell'equazione (6), vengono eseguiti i seguenti passaggi:

- Viene programmata una serie di sequenze di moti del suolo  $N_{seq}$ , indicati da  $seq_{gen}$ , (la strategia utilizzata per creare  $seq_{gen}$  verrà spiegata in seguito). Ciascuna sequenza comprende  $N_{as}$  eventi.
- Ciascuna sequenza  $seq_{gen}$  viene applicata alla struttura che può partire da una statua danneggiata dalla sequenza di eventi,  $seq$ , precedente la finestra di tempo della previsione.
- Per ciascuna delle sequenze  $N_{seq}$  si ottengono le coppie di dati cloud  $(Sa^{(n)}, Y_{LS}^{(n)})$  corrispondenti all'evento  $n$ ,  $n=1:N_{as}$ . Ciascuna coppia è formata dall'accelerazione spettrale di primo modo in un periodo prescritto e dalla variabile prestazionale.
- Escludere le coppie associate alle sequenze in cui il superamento dello stato limite è già avvenuto negli eventi precedenti ( $n-1$ ). Questo implica una riduzione della dimensione dei campioni da  $N_{seq}$  a  $N_{cloud}(n)$ .
- Supponendo che la distribuzione condizionata della variabile prestazionale strutturale  $Y_{LS}^{(n)}$  dato il livello di  $Sa(T)=x$  sia descritta da una distribuzione log-normale (un presupposto ampiamente utilizzato, solitamente verificato per i casi in cui i residui della regressione rappresentano il comportamento, vedi ad es. Shome e Cornell 1999, Jalayer e Cornell 2009), il termine della fragilità  $\pi_n(x)$  può essere espresso come:

$$\pi_n(x) = P(C_n | \bar{C}_1 \bar{C}_2 \dots \bar{C}_{n-1}, x, \mathbf{I}_j) = 1 - \Phi\left(-\ln \eta_{Y_{LS}|Sa}^{(n)}(x) / \beta_{Y_{LS}|Sa}^{(n)}\right) \quad (4.8)$$

dove  $\Phi$  è la funzione di distribuzione cumulativa standardizzata gaussiana (CDF),  $\eta_{Y_{LS}|Sa}^{(n)}$  e  $\beta_{Y_{LS}|Sa}^{(n)}$  sono mediana condizionata e deviazione standard (dispersione) del logaritmo naturale di  $Y_{LS}^{(n)}$  data l'accelerazione spettrale e dato che la struttura è già stata soggetta a  $n$  aftershock. Queste si ottengono direttamente mediante una regressione lineare logaritmica sui dati  $N_{cloud}(n)$  cloud (vedi Jalayer e Cornell 2003, Jalayer et al. 2011, ):

$$\ln \eta_{Y_{LS}|Sa}^{(n)}(x) = \ln a + b \ln(x), \quad \beta_{Y_{LS}|Sa}^{(n)} = \sqrt{\frac{\sum_{m=1}^{N_{\text{cloud}}(n)} \left[ \ln \left( Y_{LS,m}^{(n)} / a \cdot [Sa_m^{(n)}]^b \right) \right]^2}{N_{\text{cloud}}(n) - 2}} \quad (4.9)$$

dove  $\ln a$  e  $b$  sono i coefficienti della regressione lineare logaritmica.

### 5.3.5 Selezione di sequenze di aftershock

Nell'analisi cloud sequenziale descritta nella sezione precedente si prevede che la selezione delle sequenze di aftershock  $\text{seq}_{\text{gen}}$ , abbia un ruolo molto importante. Studi precedenti sull'effetto della scelta delle sequenze sismiche sulla risposta strutturale hanno tipicamente utilizzato sequenze artificiali usando la forma d'onda della mainshock come seed per la simulazione degli aftershock (vedi Ruiz-García e Negrete-Manriquez 2011 per un approfondimento di questi approcci). In questo studio le forme d'onda vengono selezionate dal pool di aftershock registrati nella sequenza continua  $\text{seq}$  precedente all'intervallo della previsione nel  $j$ -esimo giorno (compresa anche la mainshock). Si seguono due diverse strategie per generare varie sequenze di aftershock  $\text{seq}_{\text{gen}}$  utilizzate nell'analisi cloud sequenziale:

- (a) *Permutazione*: selezionare  $N_{\text{seq}}$  suite di sequenze di moti del suolo comprensive di  $N_{\text{as}}$  record che sono generati mediante permutazione random (con sostituzione) delle forme d'onda degli aftershock nella  $\text{seq}$ . Inoltre, si garantisce che ciascuna sequenza contenga la registrazione della mainshock e che questa forma d'onda appaia in una posizione diversa in ogni sequenza generata. Poiché generalmente si prevede che la registrazione della mainshock abbia la maggiore verosimiglianza di portare al superamento dello stato limite nel pool di record (e in questo caso può portare all'eliminazione della sequenza associata dal round successivo dell'analisi cloud sequenziale), il processo di permutazione viene eseguito in modo da assicurare che questa particolare registrazione del strong motion sia stata "collocata" in diverse posizioni tra diverse sequenze generate. Questo garantisce che ciascuna analisi cloud avrà almeno un record nel range dei valori superiori di accelerazione spettrale.

(b) *Clonazione*: selezionare  $N_{seq}$  suite di sequenze di moti del suolo ripetendo (clonando)  $N_{as}$  volte una delle forme d'onda registrate nella *seq* (inclusa la mainshock).

Chiaramente il risultato dell'analisi cloud sequenziale dipende sia dalla scelta dei record dei moti del suolo che dai valori dei parametri  $N_{as}$  e  $N_{seq}$ .

### 5.3.6 Esempio Numerico

La metodologia descritta nella sezione 4.2 viene qui applicata per poter eseguire un'analisi adattiva del rischio di aftershock per una struttura tipica (realistica) sulla base della sequenza di aftershock dell'Aquila del 2009, che è stata introdotta nelle sezioni precedenti. Gli obiettivi prestazionali dell'analisi post-sisma della struttura sono definiti in termini di stati limite discreti di Damage Limitation (DL), Significant Damage (SD) e Near Collapse (NC) sulla base dello standard europeo EC8 (CEN 2004). Vale la pena ricordare che in seguito alla mainshock dell'Aquila del 2009 la richiesta massima di displacement supera lo stato limite DL mentre è inferiore allo stato limite SD. Questa struttura sembra, quindi, rappresentare la categoria di quelle strutture che potrebbero essere estremamente vulnerabili alla sequenza di aftershock. In altre parole, sebbene la struttura non abbia ancora subito un livello elevato di danno causato dalla mainshock, ha il potenziale crescente di spostarsi verso livelli di danno più alti sotto gli aftershock applicati sequenzialmente.

#### **Calcolare la pericolosità giornaliera e la distribuzione del numero di aftershock per giorno**

La distribuzione di probabilità per il numero di eventi  $P(n|I_j)$ , come detto nella sezione 2.3, può essere calcolata sulla base del modello di occorrenza ETAS. La Figura 9(a) mostra l'evoluzione delle previsioni sismiche giornaliere fornite dall'ETAS e il loro confronto con i dati osservati (all'interno del catalogo), in termini di numero atteso di eventi con  $M_l=3,3 \leq M < M_{max}=6,7$  dal 6 aprile 2009 al 10 maggio 2009 (Marzocchi e Lombardi 2009, Ebrahimian et al. 2014a). È stato adottato qui il momento massimo  $M_{max}$  attribuito alla zonazione sismica della regione (ZS9 Zonazione Sismogenetica Italiana, zona sismica 923), arrotondato a 6,7 in termini di magnitudo locale (Gruppo di Lavoro 2004). È possibile dire che il modello ETAS tende a fornire una stima del limite massimo del numero medio di eventi (indicato come  $\nu_j$  nell'equazione 7) nei primi giorni dopo la mainshock. La figura mostra anche il valore atteso più due deviazioni standard per la distribuzione  $P(n|I_j)$  fornita dal modello ETAS, che viene qui adottato come best-estimate per il

numero massimo di aftershock di interesse,  $N_{as}$ , previste per qualsiasi giorno dato. Si noti che questa “best-estimate” sarà superiore al numero effettivo di aftershock di interesse che si verificano in un giorno con il 98% circa delle probabilità.

La Figura 9(b) mostra la distribuzione empirica di probabilità  $P(n|I_j)$  nel primo giorno trascorso dopo la scossa principale. Inoltre, il numero osservato di eventi (quadrato) e il valore best-estimate di  $N_{as}$  (cerchio) è riportato sulla distribuzione (per una visione più chiara nella Figura 9a sono indicati i valori  $N_{as}$  per i primi quattro giorni dopo la scossa principale).

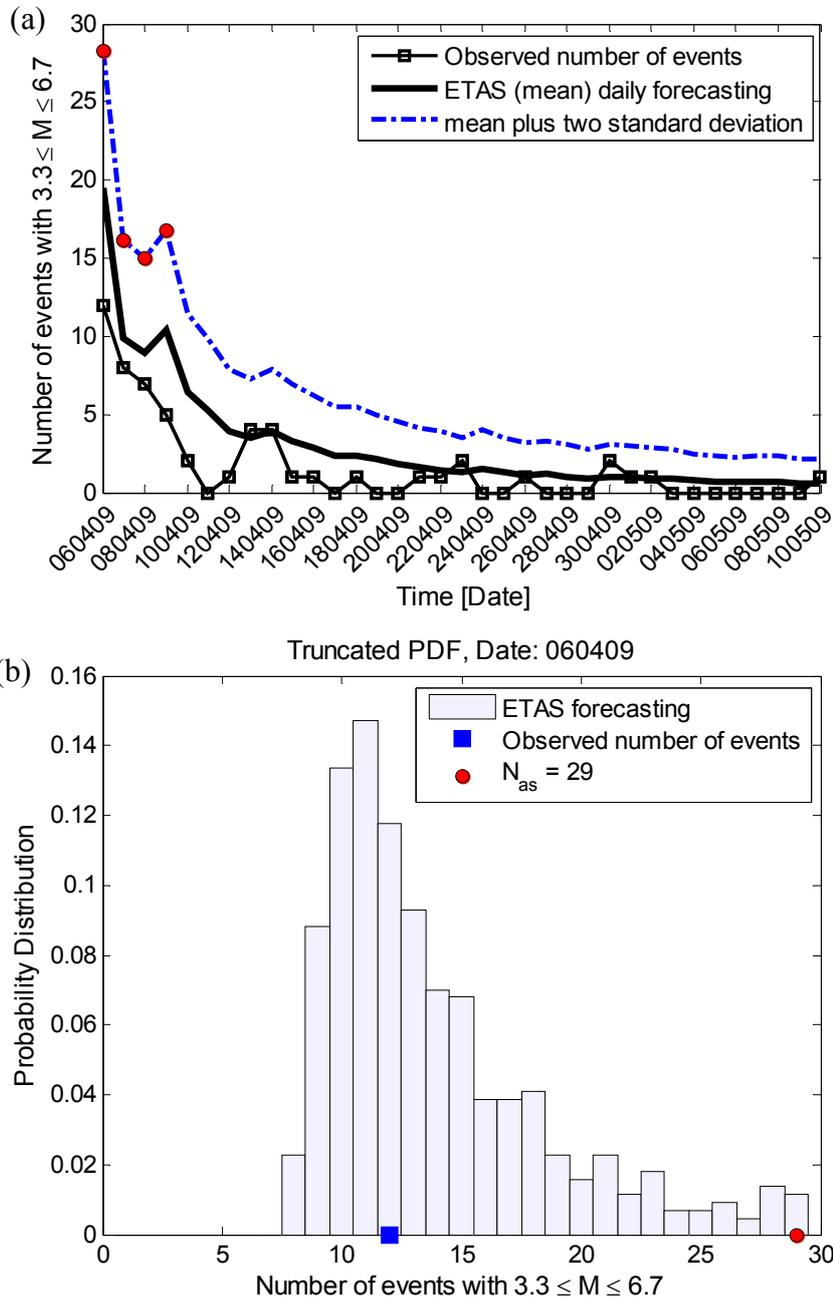
La Figura 10 illustra le curve di pericolosità degli aftershock previsti (cioè  $\lambda(x|I_j)$  nell’equazione 7), espresse in termini di tasso medio giornaliero di superamento di vari livelli di accelerazione spettrale sia per  $T=0,27\text{sec}$  (periodo della struttura intatta) che per  $T=0,82\text{sec}$  (periodo della struttura danneggiata dalla mainshock), per  $3,3 \leq M \leq 6,7$  nei primi quattro giorni dalla mainshock (PASHA, vedi la sezione precedente per la descrizione completa della procedura e vedi anche Ebrahimian et al. 2013b, 2014a). Si noti che le curve di pericolosità raffigurate nella Figura 10 sono calcolate prendendo esplicitamente in considerazione l’evoluzione spazio-temporale del clustering di aftershock in base al modello ETAS (Ebrahimian et al. 2014a).

### **Selezione della suite di sequenze di aftershock**

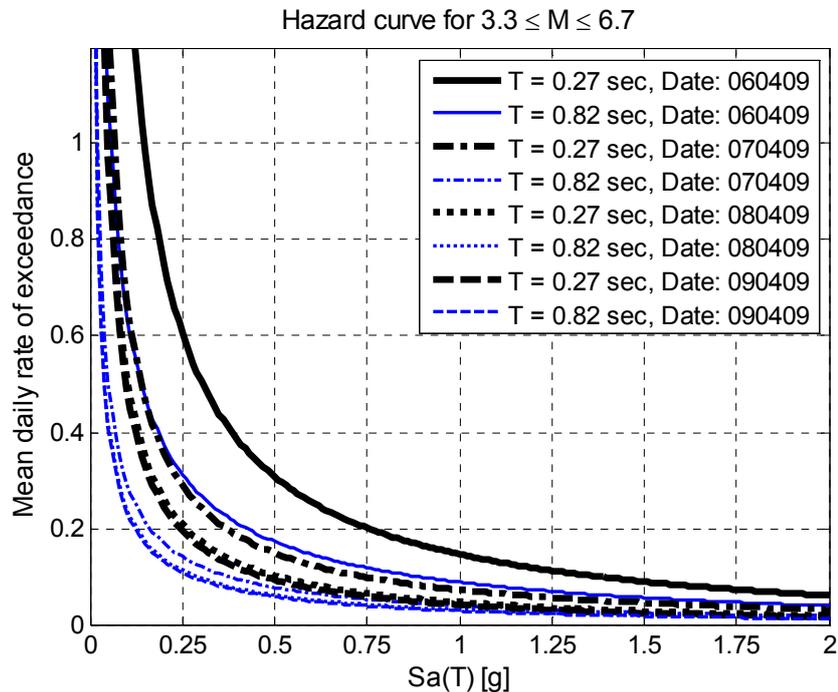
Le forme d’onda elaborate del sisma dell’Aquila del 2009 con magnitudo locale  $3,3 \leq M < 6,7$  (compresa la mainshock) nel primo mese dopo la scossa principale (vedi Ebrahimian et al. 2014a) vengono usate in questo studio per costruire sequenze di aftershock plausibili indicate da  $\text{seq}_{\text{gen}}$  per ogni giorno di interesse. Naturalmente gli aftershock, registrati prima di  $T_{\text{start}}$  e qui indicati come  $\text{seq}$ , formano un pool crescente (con il tempo) di forme d’onda registrate che funge da base per la corretta selezione dei record. La Tabella 3 descrive i valori adottati per  $N_{as}$  e  $N_{\text{seq}}$  nei primi quattro giorni dopo la scossa principale.

**Tabella 3:** I valori di  $N_{as}$  e  $N_{\text{seq}}$  corrispondenti ai primi quattro giorni dopo la scossa principale

Data target	$N_{as}$ (Numero massimo di eventi nella $\text{seq}_{\text{gen}}$ , vedi Figura 9)	$N_{\text{seq}}$ (Numero di $\text{seq}_{\text{gen}}$ , vedi sezione 4.2.5)
06/04/09	29	21
07/04/09	17	34
08/04/09	15	45
09/04/09	17	54



**Figura 9:** (a) Numero di eventi osservato, il valore atteso previsto (la linea nera spessa), e il valore atteso più due deviazioni standard (linea blu tratteggiata), (b) La distribuzione di probabilità  $P(n|I_j)$  per il primo giorno dopo la scossa principale



**Figura 10:** Tasso medio giornaliero di superamento di vari livelli di accelerazione spettrale per i due periodi di 0,27sec, e 0,82sec, sulla base del modello di occorrenza ETAS dal 6 al 9 aprile 2009

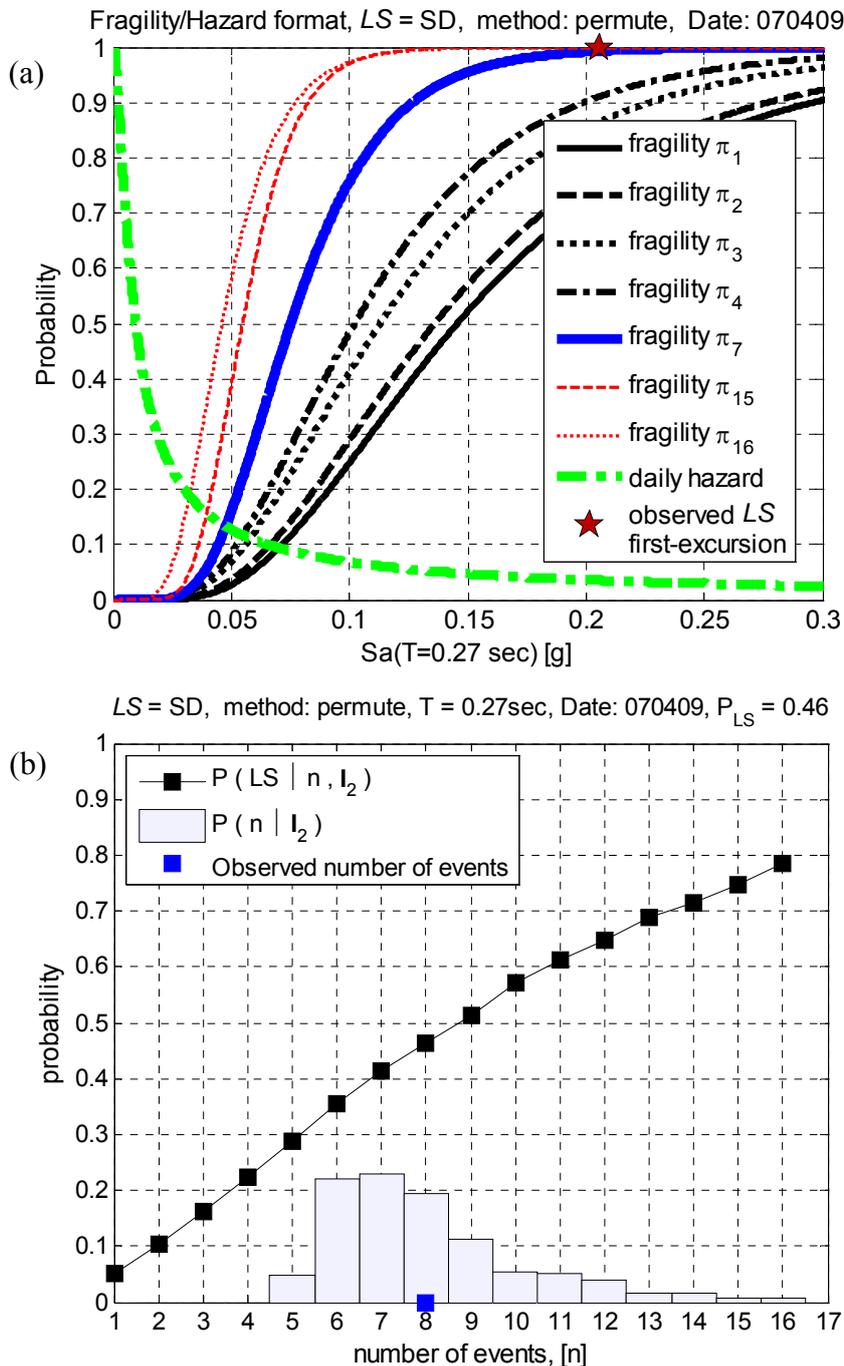
### Calcolo delle curve di fragilità evento-dipendente

Viene qui descritto come i risultati dell'analisi cloud sequenziale possono portare alla derivazione delle fragilità evento-dipendenti,  $\pi_n$ , e della sequenza delle probabilità di primo superamento dello stato limite come funzione del numero di eventi,  $P(LS|n, I_j)$ , per uno stato limite desiderato per un dato giorno. Considerando lo stato limite SD che si verifica nel secondo giorno ( $j=2$ ) dopo la scossa principale (cioè, la finestra temporale di 24 ore tra le 6:00 UTC del 7 aprile 2009 e le 6:00 UTC dell'8 aprile 2009), è possibile osservare dalla Tabella 3 che  $N_{as}=17$  e  $N_{seq}=34$ . L'approccio step-by-step per l'analisi basata sulla fragilità viene descritta come segue:

1. La sequenza di curve di fragilità  $\{\pi_n|n=1:17\}$  per  $S_a(0,27\text{sec})$  viene calcolata dalle equazioni (8) e (9) usando il metodo di analisi cloud sequenziale descritto nella sezione 2.4. La Figura 11(a) illustra una serie selezionata di curve di fragilità tra  $\{\pi_n|n=1:16\}$  calcolate con il metodo della "permutazione". Si noti che la procedura termina a  $n=16$  anziché a 17 in questo caso (questo aspetto verrà discusso in seguito nel passaggio successivo).

2. Le probabilità condizionate  $P(LS|n, \mathbf{I}_2)$ ,  $n=1:16$ , sono calcolate poi dalle equazioni (5) e (6) sulla base della serie di curve di fragilità  $\{\pi_k|k=1:n\}$  calcolate nello Step 1 (vedi Figura 11b)

Come riferimento per i valori di probabilità dello stato limite, il punto di primo superamento dello stato limite SD causato dalla sequenza reale è segnato con probabilità uguale a “uno” nella Figura 11(a). Si noti che il punto di riferimento si ottiene mediante la back analysis basata sui record registrati durante l’intervallo di tempo della previsione corrispondente al  $j$ -esimo giorno (qui,  $j=2$ ). Si osserva che il giorno 7 aprile 2009 una replica di  $Sa(0,27\text{sec}) \approx 0.20\text{g}$  (il settimo evento verificatosi con magnitudo locale 5,4 come indicato nella Figura 1b) ha causato il primo superamento dello stato limite SD. In realtà la curva di fragilità evento-dipendente per  $n=7$  ( $\pi_7$  nella Figura 11a) indica che la soglia dello stato limite verrà superata con unità di probabilità per  $Sa(0,27\text{sec}) = 0,20\text{g}$ . Inoltre, un confronto delle fragilità evento-dipendenti  $\pi_1$ ,  $\pi_7$  e  $\pi_{16}$  fornisce una misura visiva di come la vulnerabilità strutturale possa aumentare durante l’intervallo di tempo della previsione. La Figura 11(a) mostra anche la pericolosità giornaliera in termini di probabilità di superamento dei diversi livelli di  $Sa(0,27\text{sec})$ . Di conseguenza la probabilità di avere un evento con  $Sa(0,27\text{sec}) > 0,20\text{g}$  è piuttosto bassa; questo indica che il primo superamento dello stato limite è stato causato da una replica particolarmente forte. La Figura 11(b) illustra la probabilità (giornaliera) del primo superamento dello stato limite dato che esattamente  $n$  eventi si sono verificati. È possibile osservare che con l’aumentare di  $n$  la probabilità di primo superamento dello stato limite si avvicina all’unità. Sommando il prodotto di questa sequenza di probabilità e  $P(n|\mathbf{I}_j)$  (vedi Figura 11b) oltre tutti i valori plausibili di  $n$ , la probabilità giornaliera di superamento dello stato limite SD è calcolata intorno a 0,5 (vedi equazione 2).



**Figura 11:** (a) Una serie selezionata di curve di fragilità evento-dipendenti, (b) la probabilità di primo superamento dello stato limite dato che  $n$  eventi si sono verificati nel giorno 7 aprile 2009

### Sufficienza ed efficienza della misura dell'intensità adottata nell'analisi cloud

Nella sezione precedente la misura dell'intensità è stata considerata come accelerazione spettrale al momento della struttura intatta, cioè  $Sa(0,27\text{sec})$ . Tuttavia, poiché la struttura subisce un

danneggiamento a causa della mainshock e della sequenza di aftershock, il suo periodo fondamentale aumenterà. Tuttavia, in un contesto di previsione operativa del rischio basata su curve di fragilità la stima della variazione giornaliera nel periodo della struttura è alquanto poco pratica (anche la curva della pericolosità deve essere adattata al cambiamento nel periodo). Usare il periodo della struttura danneggiata dalla mainshock, uguale a 0,82sec, può essere un'alternativa ragionevole. Per analizzare la sufficienza relativa della seconda misura dell'intensità, cioè  $IM_2=Sa(0,82sec)$  rispetto alla prima, cioè  $IM_1=Sa(0,27sec)$ , in questo studio viene utilizzata una misura quantificata proposta da Jalayer *et al.* (2012). Questa misura, chiamata *misura della sufficienza relativa*, è derivata sulla base dei concetti della teoria dell'informazione e quantifica l'idoneità di una misura di intensità rispetto ad un'altra. In particolare, la misura della sufficienza relativa, qui indicata come  $I(Y_{LS}|IM_2|IM_1)$ , è uguale alla differenza media tra le informazioni ottenute in merito alla variabile prestazionale  $Y_{LS}$  data  $IM_1$  e  $IM_2$  e quelle ottenute data soltanto  $IM_1$ . Pertanto per ciascuna analisi cloud eseguita con il metodo dell'analisi cloud sequenziale è possibile calcolare questa misura come segue (vedi Jalayer et al. 2012 per ulteriori dettagli):

$$I\left(Y_{LS}^{(n)} | IM_2 | IM_1\right) \approx \frac{1}{N_{\text{cloud}}(n)} \sum_{m=1}^{N_{\text{cloud}}(n)} \log 2 \frac{p\left[Y_{LS,m}^{(n)} | Sa_m^{(n)}(0.82 \text{ sec})\right]}{p\left[Y_{LS,m}^{(n)} | Sa_m^{(n)}(0.27 \text{ sec})\right]} \quad (4.10)$$

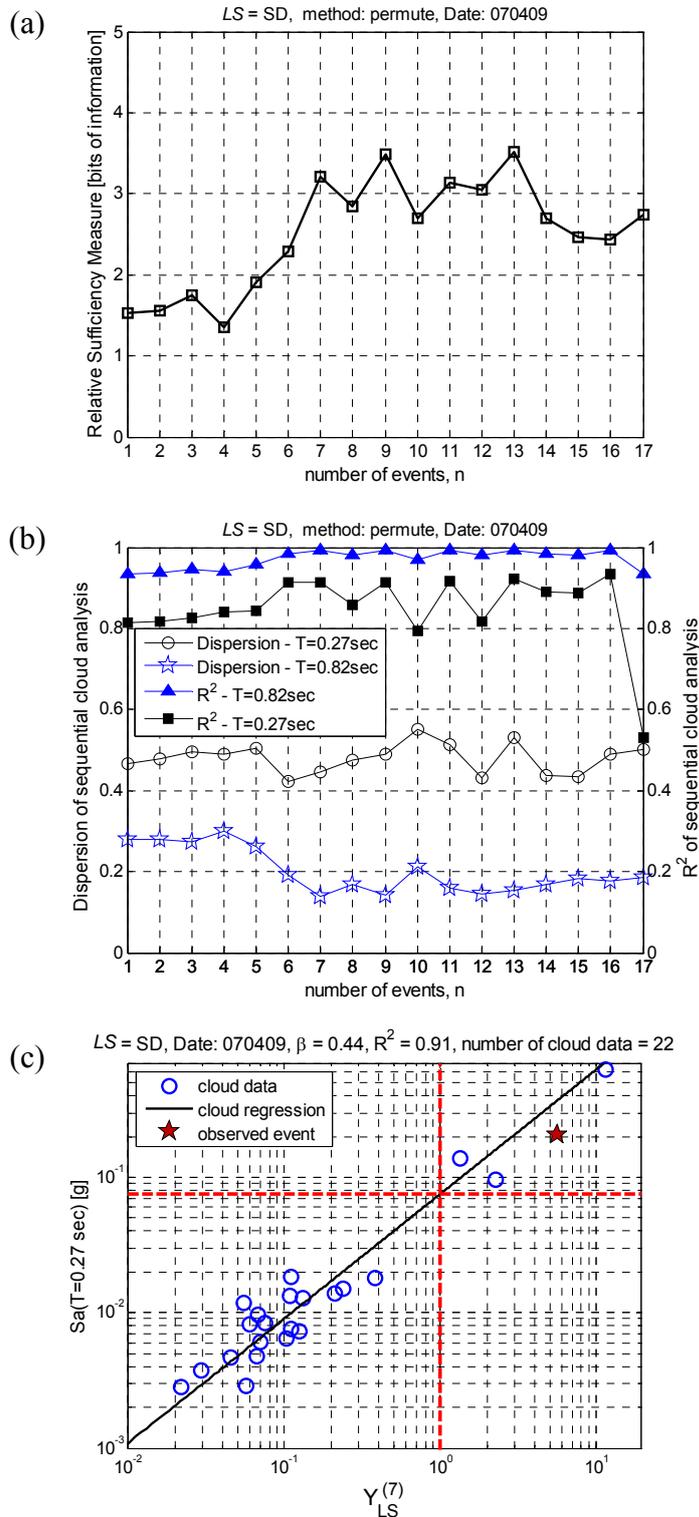
$$p\left[Y_{LS,m}^{(n)} | Sa_m^{(n)}\right] = \phi\left(\frac{\ln Y_{LS,m}^{(n)} - \ln \eta_{Y_{LS}|Sa}^{(n)}\left(Sa_m^{(n)}\right)}{\beta_{Y_{LS}|Sa}^{(n)}}\right) \frac{1}{Y_{LS,m}^{(n)} \cdot \beta_{Y_{LS}|Sa}^{(n)}} \quad (4.11)$$

dove  $\phi(\cdot)$  è la PDF standardizzata gaussiana. La misura della sufficienza relativa è espressa in unità di bit di informazioni. Le variazioni nella misura della sufficienza relativa per  $n=1:N_{as}$  sono riportate nella Figura 12(a) per lo stato limite di SD nel secondo giorno dopo la mainshock. Come si vede in questa figura, adottare  $IM_2=Sa(0,82sec)$  (in relazione alla struttura danneggiata dalla mainshock) come misura dell'intensità dà in media (circa) 2,5 più bit di informazioni sulla variabile prestazionale  $Y_{LS}$  rispetto a  $IM_1=Sa(0,27sec)$  (la struttura intatta).

Per garantire l'efficienza delle analisi cloud eseguite, l'errore standard logaritmico di regressione indicato come  $\beta_{Y_{LS}|Sa}^{(n)}$  e il valore  $R$ -quadrato (entrambe le quantità sono adimensionali) vengono raffigurati versus il numero di eventi  $n$  nella Figura 12(b). Ricordando che una regressione è più efficace se  $R$ -quadrato è più vicino all'unità e  $\beta_{Y_{LS}|Sa}^{(n)}$  è più piccolo, è possibile osservare che

adottare il periodo danneggiato dalla mainshock porterà a regressioni più efficaci. Inoltre, viene rivelato che  $R$ -quadrato è relativamente stabile (per entrambi i periodi) per  $n < 17$ . In realtà, come detto nella precedente sezione, l'analisi cloud sequenziale viene fermata a  $n=16$  in questo giorno particolare e per lo stato limite SD in quanto la regressione non si adatta correttamente ai dati cloud per  $n=17$ .

La Figura 12(c) illustra la regressione cloud associata alla curva di fragilità  $\pi_7$  mostrata nella Figura 11(a). Nella sezione precedente viene spiegato che il primo superamento dello stato limite SD (nella realtà) si è verificato dopo il settimo evento. La coppia di dati cloud ( $S_a(0,27\text{sec})$  e  $Y_{LS}$ ) per questo evento osservato, che ha in realtà causato il primo superamento dello stato limite SD, è raffigurata nel grafico (la stella). È possibile osservare che questo evento viene previsto abbastanza bene dalla linea della regressione. In realtà la curva di fragilità evento-dipendente associata  $\pi_7$  rappresentata nella Figura 11(a) prevede l'occorrenza di questo evento con una probabilità uguale all'unità.



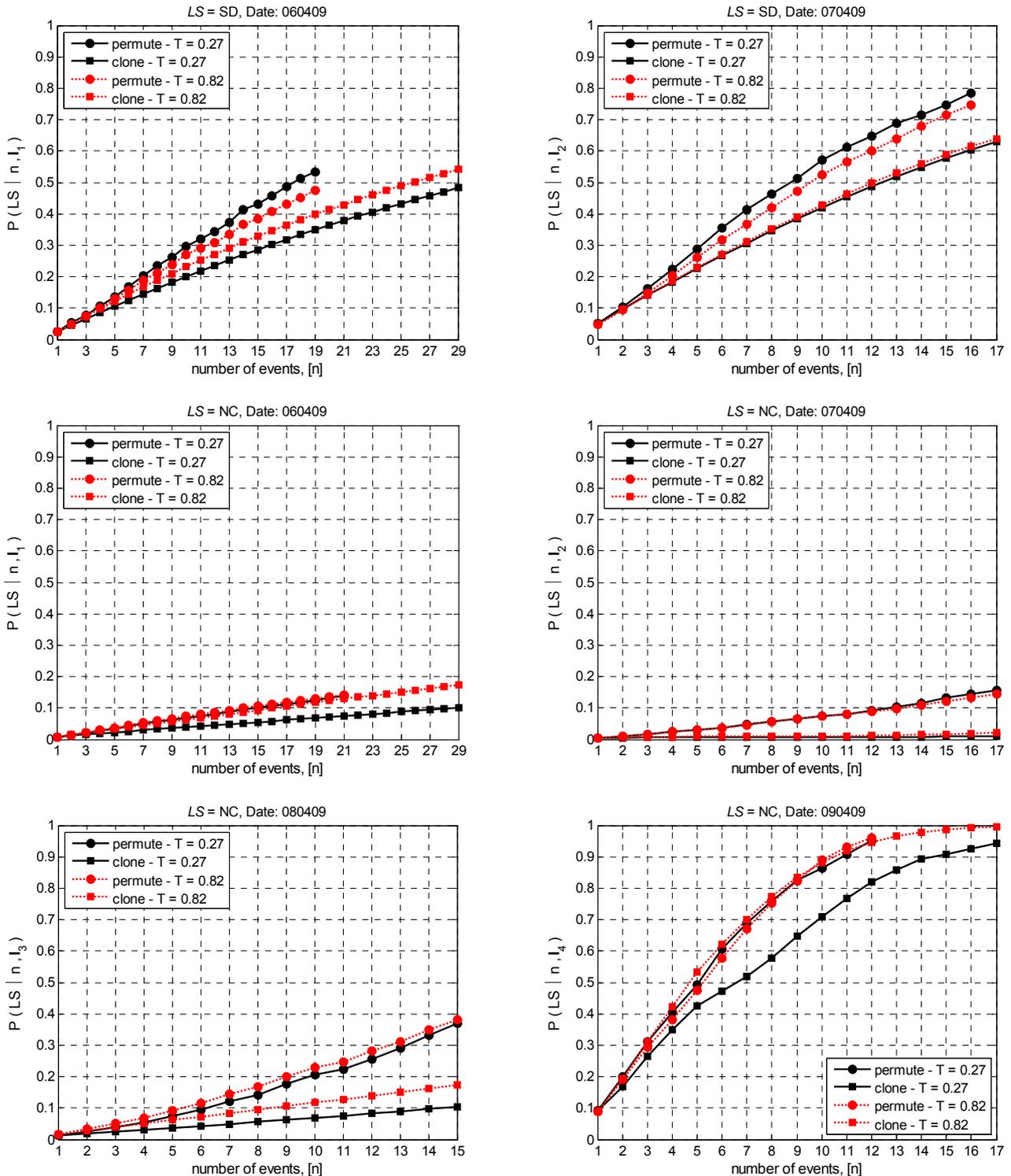
**Figura 12:** La variazione (a) nella misura della sufficienza relativa e (b) nella dispersione e  $R$ -quadrato dell'analisi cloud sequenziale e (c) risultati dell'analisi cloud per  $n=7$ , tutti per lo stato limite SD in data 7 aprile 2009

### **L'effetto della strategia adottata per la selezione della sequenza**

La Figura 13 illustra le probabilità di primo superamento previste giornalmente dato  $n$  per gli stati limite SD e NC durante i primi quattro giorni ( $j=1:4$ ). È importante notare che le previsioni giornaliere per un determinato stato limite vengono fornite fino al giorno in cui ha luogo il primo superamento dello stato limite (conosciuto sulla base della back analysis per la sequenza completa). Per esempio, i risultati di SD sono riportati solo per i primi due giorni trascorsi dopo la scossa principale (il primo superamento di SD ha luogo nel secondo giorno), mentre il primo superamento dello stato limite NC avviene nel quarto giorno. Queste probabilità di stato limite vengono calcolate mediante le due strategie di generazione della sequenza descritte nella sezione 2.5, cioè la *permutazione* (cerchi) e la *clonazione* (quadrati), adottando le misure dell'intensità  $Sa(0,27\text{sec})$  (linea continua) e  $Sa(0,82\text{sec})$  (linea tratteggiata).

È possibile osservare che le probabilità giornaliere relative allo stato limite calcolate con la clonazione degli aftershock sono generalmente inferiori a quelle calcolate con la permutazione. Questo si spiega con il fatto che la maggioranza degli aftershock sono abbastanza deboli. Pertanto la sequenza generata clonando una replica debole può non eguagliare il graduale aumento nei displacement residui rispetto a una sequenza di aftershock reale. In questo senso la strategia della permutazione sembra fornire un'immagine più realistica dell'accumulo di danno causato da una sequenza di eventi di diversa magnitudo.

In particolare si può osservare che la differenza tra i risultati della clonazione e della permutazione è leggermente inferiore per  $T=0,82\text{sec}$ . Confrontare le probabilità relative allo stato limite SD dato  $n$  per i primi due giorni indica chiaramente che il secondo giorno sarà sempre più critico. Questo aumento delle probabilità relative allo stato limite giornaliere dato  $n$  è ancora più evidente per lo stato limite NC. È possibile vedere che le probabilità relative allo stato limite NC dato  $n$  rimangono generalmente inferiori al 20% nei primi due giorni dopo la mainshock; tuttavia, questi valori raggiungono l'unità nel quarto giorno (quando il primo superamento dello stato limite ha effettivamente luogo). Vale la pena notare che l'analisi cloud sequenziale viene conclusa quando la regressione cloud diviene inefficace (come indicato nella sezione precedente).



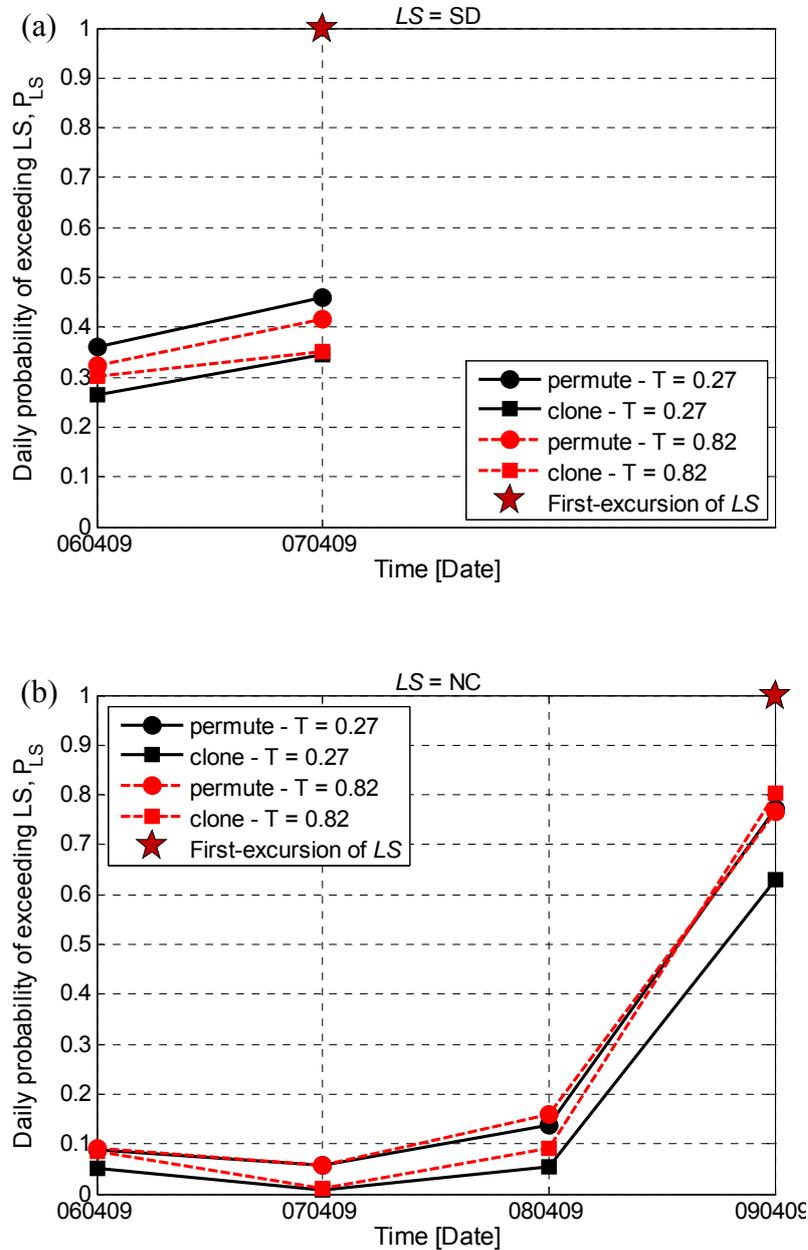
**Figura 13:** Probabilità di primo superamento previste giornalmente dato  $n$  per stati limite SD e NC e per i primi quattro giorni, adottando le strategie per la generazione di sequenze “permutazione” (linea continua) e “clonazione” (linee tratteggiate) e due diversi periodi

### Previsione giornaliera del rischio di aftershock

In questa sezione vengono fornite sulla base dell'equazione 2 le previsioni del rischio di aftershock espresse in termini di probabilità giornaliere di superamento di un determinato stato limite (per la prima volta).

La Figura 14 illustra le previsioni del rischio giornaliero per gli stati limite SD e NC sulla base del modello dell'occorrenza degli aftershock ETAS. Le previsioni del rischio basate sulla *permutazione* sono raffigurate come cerchi e quelle basate sulla *clonazione* sono rappresentate come quadrati. Le previsioni di rischio ottenute adottando  $Sa(0,27\text{sec})$ , invece, come la misura dell'intensità, sono raffigurate con una linea continua e quelle ottenute adottando  $Sa(0,82\text{sec})$  sono raffigurate con una linea tratteggiata. È possibile fare le seguenti osservazioni:

- Si può osservare che per entrambi gli stati limite le probabilità giornaliere rivelano un trend crescente nonostante il trend decrescente della pericolosità (Figura 10). Questo è un chiaro segno del danno cumulativo nella struttura, confermato anche dalla back analysis del modello strutturale soggetto alla sequenza effettiva per questi primi giorni.
- Il primo superamento dello stato limite NC nel quarto giorno è previsto in maniera più accurata rispetto allo stato limite SD. Questo può essere attribuito al fatto che lo stato limite SD è stato effettivamente superato da una replica molto forte. D'altro canto, lo stato limite NC viene superato da un accumulo più graduale di danno. Tuttavia, in entrambi i casi il modello segnala una situazione molto critica e i valori delle probabilità di guasto sono molto sopra i limiti accettabili.
- La strategia della permutazione per la selezione della sequenza porta a più elevate stime di probabilità relative allo stato limite. Anche questo aspetto è stato trattato nella sezione precedente. Tuttavia, strategie diverse adottate per la generazione di sequenze non portano a previsioni del rischio significativamente diverse in questo studio di caso.
- Adottare  $Sa(0,27\text{sec})$  (in riferimento al periodo della struttura intatta) porta a diverse stime del rischio riguardanti il caso in cui viene usata  $Sa(0,82\text{sec})$  (in riferimento al periodo della struttura danneggiata dalla mainshock). La differenza, comunque, non è molto significativa.



**Figura 14:** Le probabilità di superamento dello stato limite per (a) SD e (b) NC per i primi quattro giorni dal 6 aprile 2009 al 9 aprile 2009 sulla base del modello ETAS

## 6 CONCLUSIONE

Questa sotto-attività cerca di fornire un contesto basato sulla prestazione per il calcolo della probabilità di superamento di vari stati limite in un ambiente post-mainshock. Per poter raggiungere tale obiettivo, l'opera è stata suddivisa in tre sezioni principali.

Nel Capitolo 2 si afferma che le previsioni robuste giornaliere di sismicità (numeri di eventi con magnitudo superiore alla soglia prescritta), in presenza di una sequenza continua di aftershock, si ottengono mediante una procedura basata sulla simulazione. Queste previsioni sono basate su una versione semplificata del modello ETAS solo con clustering temporale, dove i parametri del modello sono aggiornati in modo adattivo sulla base degli aftershock già avvenute nella sequenza continua. I parametri del modello sono simulati utilizzando l'algoritmo MCMC direttamente dalla distribuzione congiunta di probabilità a posteriori per i parametri del modello condizionati dagli eventi già registrati nella sequenza continua. Data la natura epidemica del modello ETAS, le previsioni robuste prendono in considerazione l'incertezza nella sequenza di aftershock che si verificherà durante l'intervallo di previsione. Si osserva che le previsioni robuste nei primi dieci giorni dopo una sequenza dello studio di caso sono abbastanza vicine al modello originale ETAS. Si noti che il modello originale ETAS è stato piuttosto efficace nella previsione della sismicità per questa particolare sequenza sismica. Inoltre, il numero osservato di eventi avvenuti durante i primi dieci giorni dopo la scossa principale scendono entro  $\pm 1$  deviazione standard delle previsioni robuste ETAS. Le previsioni robuste giornaliere della sismicità fornite mediante questa procedura sono applicabili direttamente alla pericolosità adattiva giornaliera, alla vulnerabilità e alle analisi del rischio. La procedura dovrebbe essere estesa fino a prendere in considerazione il clustering spazio-temporale di aftershock come nel modello originale ETAS.

Nel Capitolo 3 le previsioni giornaliere della pericolosità degli aftershock si ottengono per una determinata sequenza basata sul modello ETAS. Anche le stime giornaliere basate sulla sequenza dei parametri associati all'equazione predittiva dei moti del suolo di Sabetta and Pugliese (1996) si ottengono sulla base della sequenza continua. Anche i tassi medi giornalieri previsti di superamento dei vari valori di accelerazione spettrale (anche detta pericolosità dell'accelerazione spettrale) vengono confrontati con i tassi giornalieri osservati di superamento dei vari livelli di accelerazione spettrale. Il modello ETAS mostra una ragionevole concordanza con il numero giornaliero

osservato di eventi con magnitudo superiore a  $M_I=2,5$ . Questo modello di sismicità in generale tende a fornire stime lievemente superiori del numero di eventi. Il confronto delle curve di pericolosità giornaliera prevista e i tassi osservati rivelano che l'aggiornamento della relazione del moto del suolo influisce notevolmente sulla valutazione della pericolosità. Nel complesso il modello ETAS con parametri aggiornati mostra una buona concordanza in termini di previsioni della pericolosità giornaliera.

Nel Capitolo 4 viene proposto un contesto basato sulla prestazione per un'analisi adattiva del rischio di aftershock in termini di probabilità di primo superamento dello stato limite giornaliero. Queste probabilità vengono calcolate come una somma ponderata delle probabilità condizionate di primo superamento dato che esattamente  $n$  eventi si sono verificati. I pesi sono uguali alla probabilità che esattamente  $n$  aftershock si verificano durante il giorno richiesto, costruito sulla base del modello Epidemic-Type Aftershock Sequence (ETAS). Le probabilità condizionate di primo superamento dello stato limite sono calcolate sulla base dell'integrazione di una sequenza di fragilità evento-dipendenti e di pericolosità di accelerazione spettrale. Queste fragilità vengono calcolate utilizzando la procedura proposta dell'analisi cloud sequenziale, considerando la misura dell'intensità sismica come accelerazione spettrale di primo modo in due periodi associati con l'edificio intatto e dopo il danno causato dalla mainshock.

In generale è possibile formulare le seguenti osservazioni/conclusioni in merito all'applicazione dello studio di caso dimostrata per la sequenza sismica dell'Aquila del 2009 (Italia centrale):

- La variabile prestazionale proposta, che è il rapporto dell'incremento della massima richiesta con una capacità ridotta dello stato limite, mostra la correlazione appropriata con la misura dell'intensità dell'accelerazione spettrale per una data replica.
- Sebbene l'accelerazione spettrale corrispondente al periodo della struttura danneggiata dalla mainshock riveli una correlazione migliore con la variabile prestazionale tempo-dipendente proposta, non è rilevato nessun vantaggio significativo confrontato a quello corrispondente al periodo della struttura intatta a livello di rischio.
- Considerando la risposta strutturale alla sequenza reale come riferimento per il confronto viene rilevato che gli eventi che causano il primo superamento di entrambi gli stati limite sono previsti abbastanza bene dalle previsioni della regressione nell'analisi cloud sequenziale (e pertanto dalle fragilità evento-dipendenti).

- Le previsioni giornaliere del rischio non sembrano molto sensibili alle strategie alternative di selezione della sequenza adottate. Nel complesso sembra che la generazione della sequenza mediante la *permutazione* degli eventi precedenti porti a stime di rischio più elevate.
- Per l'edificio dello studio di caso le previsioni adattive giornaliere del rischio riescono a fissare piuttosto bene il primo superamento dello stato limite NC. Le previsioni relative allo stato limite SD non sono accurate come quelle per lo stato limite NC. Questo può essere attribuito al fatto che l'evento che ha effettivamente portato al superamento dello stato limite SD è un evento di bassa probabilità per il giorno in cui si verifica. Nonostante ciò l'aumento del rischio causato dal danno cumulativo è evidente per entrambi gli stati limite.

Il contesto adattivo proposto ha i suoi limiti. Bisognerebbe ricordare che l'analisi cloud, qui utilizzata per il calcolo della fragilità evento-dipendente, è piuttosto sensibile alla selezione di suite di record/sequenze. Inoltre, l'applicazione presentata fa affidamento sul pool di eventi che si sono verificati durante la stessa sequenza nei giorni precedenti per la selezione della sequenza. Bisogna ricordare che un numero sufficiente di record di aftershock registrate potrebbe non essere sempre disponibile al momento della previsione del rischio.

## 7 BIBLIOGRAFIA

- Alessandri S, Giannini R, Paolacci F. (2013). Aftershock risk assessment and the decision to open traffic on bridges. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*; **42**: 2255-2275.
- Arias, A. (1970). A measure of earthquake intensity, in *Seismic Design for Nuclear Power Plants* R.J. Hansen (Editor), The M.I.T. Press, 438-483.
- Au, S. K., and Beck, J. L. (2001). Estimation of small failure probabilities in high dimensions by subset simulation. *Probab. Eng. Mech.*, 16(4), 263-277.
- Bazzurro P, Cornell CA, Menun C, Motahari M. (2004a) Guidelines for seismic assessment of damaged buildings. In: *Proceedings 13<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, B.C., Canada, August 1-6, 2004; Paper No. 1708.
- Bazzurro P, Cornell CA, Menun C, Luco N, Motahari M. (2004b). Advanced seismic assessment guidelines. *Pacific Earthquake Engineering Research Center (PEER) 2004/03*.
- Beck, J. L., and Au, S. K. (2002). Bayesian updating of structural models and reliability using Markov Chain Monte Carlo simulation. *J. Eng. Mech.*, 128(4), 380-391.
- Benjamin JR, Cornell CA (1970). *Probability, statistics and decision for civil engineers*. McGraw Hill; 684pp.
- Cheung S.H., and J.L. Beck (2009). Bayesian model updating using hybrid Monte Carlo simulation with application to structural dynamic models with many uncertain parameters, *J. Eng. Mech. Div.* 135(4) 243-255.
- CEN. *Eurocode 8: design of structures for earthquake resistance*. Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings. EN 1998-1 CEN Brussels: April 2004.
- Cornell CA, Jalayer F, Hamburger RO, Foutch DA (2002). Probabilistic Basis for the 2000 SAC Federal Emergency Management Agency Steel Moment Frame Guidelines. *ASCE Journal of Structural Engineering*; **128**: 526-533.
- Der Kiureghian A (2005). Non-ergodicity and PEER's framework formula. *Earthquake engineering and structural dynamics* **34** (13):1643-1652.
- Ebrahimian, H., Jalayer, F., Asprone, D., Lombardi, A. M., Marzocchi, W., Prota, A., Manfredi, G. (2013a). An outlook into tempo-dipendente aftershock vulnerability assessment." In: *M. Papadrakakis, V. Papadopoulos, V. Plevris (eds.), 4th ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering (COMPdyn2013)*, Kos Island, Greece, 12-14 June 2013; Paper No. 1386.
- Ebrahimian H, Jalayer F, Asprone D, Lombardi AM, Marzocchi W, Prota A, Manfredi G. (2013b) Adaptive post-earthquake reliability assessment of structures subjected to aftershock. *11th International Conference on Structural Safety & Reliability (ICOSSAR 2013)*, Columbia University, New York, NY, June 16-20, 2013.

- Ebrahimian, H., Jalayer, F., Asprone, D., Lombardi, A.M., Marzocchi, W., Prota, A., Manfredi, G. (2014a). Adaptive Daily Forecasting of Seismic Aftershock Hazard. *Bulletin of Seismological Society of America*, 104(1), 145-161.
- Ebrahimian, H., Jalayer, F., Asprone, D., Lombardi, A.M., Marzocchi, W., Prota, A., Manfredi, G. (2014b). A performance-based framework for adaptive seismic aftershock risk assessment. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 43(14), 2179-2197.
- Elefante L, Jalayer F, Iervolino I, Manfredi G. (2010). Disaggregation-based response weighting scheme for seismic risk assessment of structures. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*; **30** (2): 1513-1527.
- Franchin P, Pinto PE. (2009). Allowing traffic over mainschock-damaged bridges. *Journal of Earthquake Engineering* 2009; **13** (5): 585-599.
- Gerstenberger, M.C., S. Wiemer, L.M. Jones, and P.A. Reasenberg (2005). Real-time forecasts of tomorrow's earthquakes in California, *Nature* 435: 328-331, doi 10.1038/nature03622.
- Goda, K., and Taylor, C.A. (2012). Effects of aftershock on peak ductility demand due to strong ground motion records from shallow crustal earthquakes. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 41(15), 2311-2330.
- Goda, K., and Salami, R. (2014). Inelastic seismic demand estimation of wood-frame houses subjected to mainschock-aftershock sequenzas. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 12(2), 855-874.
- Goda, K. (2014). Record selection for aftershock incremental dynamic analysis. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, DOI:10.1002/eqe.2513.
- Gruppo di Lavoro. *Redazione della mappa di pericolosità sismica prevista dall'Ordinanza PCM 3274 del 20 marzo 2003*. Rapporto Conclusivo per il Dipartimento della Protezione Civile, INGV, Milano-Roma, April 2004: 65 pp. + 5 appendixes (in Italian).
- Hastings, W. K. (1970). Monte-Carlo sampling methods using Markov chains and their applications. *Biometrika*, 57(1), 97-109.
- Jalayer F, Cornell CA (2003). A Technical Framework for Probability-Based Demand and Capacity Factor Design (DCFD) Seismic Formats. *Pacific Earthquake Engineering Center (PEER)* 2003/08.
- Jalayer F, Franchin P, Pinto PE. (2007). A scalar damage measure for seismic reliability analysis of RC frames. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*; **36** (13): 2059-2079.
- Jalayer, F., and Beck, J. L. (2008) Effects of two alternative representations of ground-motion uncertainty on probabilistic seismic demand assessment of structures. *Earthq Eng Struct Dyn*, 37(1), 61-79.
- Jalayer F, Cornell CA (2009). Alternative non-linear demand estimation methods for probability-based seismic assessments. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*; **38** (8): 951-972.
- Jalayer, F., Iervolino I., Manfredi G. (2010). Structural modeling uncertainties and their influence on seismic assessment of existing RC structures. *Struct. Safety*, 32(3), 220-228.

- Jalayer F, Elefante L, Iervolino I, Manfredi G. (2011a). Knowledge-based performance assessment of existing RC buildings. *Journal of Earthquake Engineering*, **15** (3): 362-389.
- Jalayer, F., Asprone, D., Prota, A., Manfredi, G. (2011b). A decision support system for post-earthquake reliability assessment of structures subjected to aftershock: an application to L'Aquila earthquake, 2009. *Bull. Earthq. Eng.*, 9(4), 997-1014.
- Jalayer F, Asprone D, Prota A, Manfredi G. (2011c). Multi-hazard upgrade decision making for critical infrastructure based on life-cycle cost criteria. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*; **40** (10): 1163-1179.
- Jalayer F, Beck J, Zareian F (2012). Analyzing the sufficiency of alternative scalar and vector intensity measures of ground shaking based on information theory. *Journal of Engineering Mechanics*; **138** (3): 307-316.
- Jalayer F., Ebrahimian H. (2014). MCMC-based Updating of an Epidemiological Temporal Aftershock Forecasting Model. *Proceedings of the Second International Conference on Vulnerability and Risk Analysis and Management (ICVRAM2014)* 13 - 16 July 2014, University of Liverpool, UK.
- Jaynes, E.T. (2003) *Probability theory: The logic of science*, Cambridge University Press, London.
- Jordan, T. H., Chen, Y. T., Gasparini, P., Madariaga, R., Main I., Marzocchi, W., Papadopoulos G., Sobolev, G., Yamaoka K., Zschau, J. (2011). Operational earthquake forecasting: State of knowledge and guidelines for implementation. *Ann. Geophys.*, 54(4), 315-391, DOI: 10.4401/ag-5350.
- Lewis, P. A. W., and Shedler, G. S. (1978). Simulation methods for Poisson processes in nonstationary systems. In: *proceedings of the 10<sup>th</sup> conference on winter simulation*, IEEE Press, 155-163.
- Li Q, Ellingwood BR. (2007). Performance evaluation and damage assessment of steel frame buildings under main shock-aftershock sequenzas. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 2007; **36** (3): 405-427.
- Lolli, B., and P. Gasperini (2003). Aftershock hazard in Italy part I: estimation of time-magnitude distribution model parameters and computation of probabilities of occurrence. *Journal of Seismology* 7(2) 235-257.
- Lombardi, A.M., and W. Marzocchi (2010). The ETAS model for daily forecasting of Italian seismicity in the CSEP experiment, *Ann. Geophys.* 53(3) 155-164.
- Luco, N., Bazzurro, P., Cornell, C.A. (2004). Dynamic versus static computation of the residual capacity of mainschock-damaged building to withstand an aftershock. In: *Proceedings 13<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*, Vancouver, B.C., Canada, August 1-6, Paper No. 2405.
- Marzocchi, W., and Lombardi, A. M. (2009). Real-time forecasting following a damaging earthquake. *Geophys. Res. Lett.* 36, L21302, doi:10.1029 / 2009GL040233.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H., Teller, E. (1953). Equations of state calculations by fast computing machines. *J. Chem. Phys.*, 21, 1087-1092.

- Ogata, Y. (1981). On Lewis' simulation method for point processes. *IEEE Trans Inform Theory*, 27(1), 23-31.
- Ogata, Y. (1988). Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis for point processes. *J. Am. Stat. Assoc.*, 83, 9-27.
- Ogata, Y. (1998). Space-time point-process models for earthquake occurrences. *Ann. Inst. Statist. Math.*, 50(2), 379-402.
- Papadimitriou, C., and Beck, J.L., Katafygiotis, L.S. (2001). Updating robust reliability using structural test data. *Probab. Eng. Mech.*, 16(2), 103-113.
- Polese M, Di Ludovico M, Prota A, Manfredi G. (2013). Damage-dependent vulnerability curves for existing buildings. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*; 42 (6): 853-870.
- Raghunandan, M., Liel, A.B., and Luco, N. (2014). Aftershock collapse vulnerability assessment of reinforced concrete frame structures. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, DOI:10.1002/eqe.2478.
- Reasenberg, P.A., L.M. Jones (1989). Earthquake hazard after a mainshock in California, *Science* 243(4895) 1173-1176.
- Reasenberg, P.A., L.M. Jones (1994). Earthquake aftershock: Update. *Science* 265 1251-1252.
- Sabetta F., A. Pugliese (1996) Estimation of response spectra and simulation of nonstationary earthquake ground motions, *Bull. Seismol. Soc. Am.* 86(2) 337-352.
- Shome N, Cornell CA, Bazzurro P, Carballo JE (1998). Earthquakes, Records, and Nonlinear Responses. *Earthquake Spectra*, 14 (3): 469-500.
- Shome N, Cornell CA (1999). Probabilistic seismic demand analysis of nonlinear structures. *RMS Program, Stanford University*; Report No. **RMS35**, 320 pp.
- Utsu, T. (1961). A statistical study of the occurrence of aftershock. *Geophys. Mag.*, 30, 521-605.
- van Stiphout T, Wiemer S, Marzocchi W. (2010). Are short-term evacuations warranted? Case of the 2009 L'Aquila earthquake. *Geophysical Research Letters*; 37 (L06306). DOI:10.1029/2009GL042352.
- Yeo GL, Cornell CA. (2009a). Post-quake decision analysis using dynamic programming. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 2009; 38 (1): 79-93.
- Yeo, G.L., and Cornell, C.A. (2009b). "Equivalent constant rates for post-quake seismic decision making." *Structural Safety*, 31(5), 443-447.
- Zhuang, J., Ogata, Y., Vere-Jones, D. (2002). Stochastic declustering of space-time earthquake occurrences. *J. Am. Stat. Assoc.*, 97, 369- 380.