TEST

Questo esercizio inizia calcolando due numeri a partire dal giorno del tuo compleanno e dal mese del tuo compleanno: calcola i numeri definiti da

$$a = 2\text{x(giorno)} + \text{(mese)}$$
$$b = 2\text{x(mese)} + \text{(giorno)}$$

Considera un sistema lineare che ha queste proprietà:
1) numero di equazioni = il numero più grande tra a e b
2) numero di incognite = b
3) rango della matrice di coefficienti = il numero più piccolo tra a e b
4) il sistema è compatibile

Seleziona l'affermazione che ritieni corretta (per il sistema lineare relativo al tuo compleanno):

☐ questa situazione non può accadere
☐ il sistema non ammette soluzioni
☐ esiste una ed una sola soluzione
☐ esistono infinite soluzioni
☐ il numero di soluzioni non è determinato

RISPOSTA

Poiché per la 4) il sistema è compatibile, dal teorema di Rouché-Capelli sappiamo che il sistema ammette ∞^{m-k} soluzioni, dove m = numero delle incognite e k = rango della matrice di coefficienti (con la convenzione $\infty^0 = 1$). Dalla 2) sappiamo che $m = b$ e dalla 3) sappiamo che $k = \min\{a, b\}$.

Conclusione: il sistema ammette una ed una sola soluzione se $m = k$, cioè se $b = \min\{a, b\}$ (ovvero se $a \geq b$). Altrimenti, se $a < b$, il sistema ammette infinite soluzioni (se $a < b$ risulta $k < m$: infatti $a = \min\{a, b\} = k$ e $b = m$).

Commento: La proprietà 1) *influenza* la risposta: la situazione può accadere perchè il numero di equazioni, essendo il numero più grande tra a e b, è maggiore o uguale al rango della matrice di coefficienti (che è il numero più piccolo tra a e b). Il caso

numero di equazioni < rango della matrice di coefficienti

non può accadere.

QUALE CASELLA DEVE ESSERE SELEZIONATA?

Se, nel caso del tuo compleanno, risulta (giorno)$\geq$(mese), allora risulta anche $a \geq b$ e quindi deve essere selezionata l'affermazione

☐ esiste una ed una sola soluzione

Se invece risulta (giorno)<(mese), allora risulta anche $a < b$ e quindi deve essere selezionata l'affermazione

☐ esistono infinite soluzioni