

## Equazioni

Sia  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  e sia  $y_0 \in \mathbb{R}$ .

"Risolvere l'equazione  $f(x) = y_0$ " significa risolvere il problema di determinare l'insieme

$$\{x \in A : f(x) = y_0\}$$

cioè, geometricamente, significa determinare l'insieme delle ascisse dei punti del grafico di  $f$  aventi ordinata  $y_0$ , ovvero l'insieme delle ascisse dei punti ottenuti come intersezione tra il grafico di  $f$  e la retta  $y = y_0$ . Conoscendo tale insieme si sa rispondere a tre domande:

- ① esistono  $x \in A$  tali che  $f(x) = y_0$  ?
- ② (in caso affermativo:) quanti valori di  $x$  verificano  $f(x) = y_0$  ?
- ③ (in caso affermativo:) quali valori di  $x$  verificano  $f(x) = y_0$  ?

Se  $f: A \rightarrow B$  è invertibile e se  $y_0 \in B$ , il problema ha una soluzione immediata: l'insieme cercato è  $\{f^{-1}(y_0)\}$  (se  $y_0 \notin B$ , l'insieme cercato è l'insieme vuoto). Le risposte alle tre domande sono

- ① Sì, esistono
- ② esiste una ed una sola  $x \in A$  tale che  $f(x) = y_0$
- ③  $x = f^{-1}(y_0)$  (per definizione di  $f^{-1}$ )