ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, q \in \mathbf{Q}$ risulta $q^2 > 0$
- ☐ vero
- ☒ falso

$\exists\, q \in \mathbf{Q} \,:\, q \in [-\sqrt{2}, 5[$
- ☒ vero
- ☐ falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [2, 4]$, $B = [2, 5]$, il numero 3 appartiene a
- ☒ $A \cup B$
- ☒ $A \cap B$
- ☐ $A \backslash B$
- ☐ $B \setminus A$
- ☐ $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Dati i punti:

$$P = (4, 2) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (-3, 1) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$5\sqrt{2}$

4. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione che appare al primo membro: $\mathrm{arctg} x < \dfrac{\pi}{6}$ Risposta: $\left]-\infty, \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right[$

5. Posto

$$f(x) = \cos(5x) \ \ , \qquad g(x) = \log^2 x,$$

calcolare

$(f \circ g)\,(x) + (g \circ f)\,(x) = \log^2(\cos(5x)) + \cos\left(5 \log^2 x\right)$

6. Posto

$$x_0 = 2 \in \mathbf{R} \ , \qquad \delta = 5 \in]0, +\infty[\ , \qquad A =]0, 2[\subset \mathbf{R} \ ,$$

determinare

$(]x_0 - \delta, x_0 + \delta[\backslash \{x_0\}) \cap A =]0, 2[$

7. Dati x_0 e A come nell'esercizio precedente, é vero che x_0 é di accumulazione per A?

$\boxed{\text{X}}$ SI
$\square$ NO

8. Calcolare il seguente limite, scrivendo la risposta tramite un'unica frazione:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \sqrt{3}\operatorname{sen}x - \frac{\cos x}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}-1}{2\sqrt{3}}$$

9. Calcolare $D\left(\log\left(4x^2-7x-6\right)\right) = \dfrac{8x-7}{4x^2-7x-6}$

10. Calcolare $\displaystyle\int \frac{1}{6x}\,dx = \frac{\log|x|}{6}+c$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}$+3$\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(4,0,4)$ $\quad \mathbf{v}=\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2},-\frac{1}{4}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 4\sqrt{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}},0,\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\dfrac{5}{2},-\dfrac{3}{2},\dfrac{13}{4}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{3\pi}{4}$

12. Risolvere il seguente sistema; se si tratta di un sistema compatibile, controllare la correttezza del risultato ottenuto.

$$\begin{cases} 2x-y=0 \\ -3x+y+z=2 \end{cases}$$

Risposta : $\quad (z-2, 2z-4, z)$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, q \in \{4, 9\}$ risulta $q \in \mathbf{N}^+$

- [X] vero
- [ ] falso

$\exists\, a \in \mathbf{Z} : a \in \left\{ -\frac{8}{3}, \frac{1}{2}, \frac{15}{4} \right\}$

- [ ] vero
- [X] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [2, 6[$, $B = [3, 7]$, il numero 8 appartiene a

- [ ] $A \cup B$
- [ ] $A \cap B$
- [ ] $A \backslash B$
- [ ] $B \setminus A$
- [X] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

A = intorno di $x_1 = 2$ di ampiezza $\delta_1 = 4$

B = intorno destro di $x_2 = 3$ di ampiezza $\delta_2 = 1$,

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

- [ ] $A \cap B$ é vuoto
- [X] $[0, 1] \subseteq A \setminus B$
- [X] $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (2, 4) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (0, -2) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$2\sqrt{10}$

5. Posto

$$f(x) = \frac{x+2}{x-1} \quad , \qquad g(x) = x + 1,$$

calcolare (scrivendo la risposta mediante un'unica frazione):

$$(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x) = \frac{3\left(x^2 + x - 1\right)}{(x-1)x}$$

6. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza che appare al primo membro: $x^{-\frac{2}{5}} < 3$ Risposta: $\left]3^{-\frac{5}{2}}, +\infty\right[$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos(3x)}{\operatorname{sen}^2(6x)} = \frac{1}{8}$

8. Calcolare $D\left(\log\left(2x^2 + 4x - 7\right)\right) = \dfrac{4x + 4}{2x^2 + 4x - 7}$

9. Calcolare $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{1 - 9x^2}}\, dx = \frac{1}{3}\operatorname{arcsen}(3x) + c$

10. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 2$

11. Date le seguenti rette r, r', rispondere alle seguenti domande: r e r' sono parallele? r e r' sono ortogonali?

$$r : x + y + 9 = 0\,, \quad r' : x - y - 3 = 0$$

Risposta: *non sono parallele, sono ortogonali*

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}$ risulta $n \geq -6$
- [X] vero
- [ ] falso

$\exists\, a < -2 \,:\, a \in \mathbf{Q}$
- [X] vero
- [ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [1, 4]$, $B = [0, 8]$, il numero 6 appartiene a
- [X] $A \cup B$
- [ ] $A \cap B$
- [ ] $A \backslash B$
- [X] $B \setminus A$
- [ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$A =$ intorno di $x_1 = 8$ di ampiezza $\delta_1 = 1$

$B =$ intorno destro di $x_2 = 3$ di ampiezza $\delta_2 = 3$,

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

- [X] $A \cap B$ é vuoto
- [ ] $[0, 1] \subseteq A \setminus B$
- [ ] $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (2, 4) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (-3, 1) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$\sqrt{34}$

5. Risolvere la disequazione $\dfrac{5x}{2} + 2 + \dfrac{x}{2} > 4 + 3x$ Risposta: $\emptyset$

6. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza che appare al primo membro: $x^{-7} < 5$ Risposta: $]-\infty, 0[\cup \left] 5^{-\frac{1}{7}}, +\infty \right[$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0} \dfrac{(1+\text{sen}x)^5-1}{\log(1+3x)} = \dfrac{5}{3}$

8. Calcolare $D\left((7x^2+x^5)\log(2+e^x)\right) = (14x+5x^4)\log(2+e^x) + (7x^2+x^5)\dfrac{e^x}{2+e^x}$

9. Calcolare $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{1-9x^2}}\,dx = \frac{1}{3}\text{arcsen}(3x)+c$

10. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(6,6,-3)$ $\quad \mathbf{v}=\left(\frac{1}{3},\frac{4}{3},\frac{1}{3}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=9$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{2}{3},\dfrac{2}{3},-\dfrac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(7,10,-2)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=9$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(1,3,2)$ $\quad \mathbf{v}=(1,-2,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(7,1,-5)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 5\sqrt{3}$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}$ risulta $n \in [-3, +\infty[$

- [X] vero
- [ ] falso

$\exists\, a \in]0,1[\ :\ a \in \mathbf{Q}$

- [X] vero
- [ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [2,5]$, $B = [4,6]$, il numero 5 appartiene a

- [X] $A \cup B$
- [X] $A \cap B$
- [ ] $A \backslash B$
- [ ] $B \setminus A$
- [ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Dati i punti:

$$P = (3,3) \in \mathbf{R}^2\ , \quad Q = (2,0) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$\sqrt{10}$

4. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione che appare al primo membro: $\left(\frac{8}{5}\right)^x \geq 2$ Risposta: $\left[\log_{\frac{8}{5}} 2, +\infty\right[$

5. Determinare il dominio naturale (contenuto in $\mathbf{R}$) della seguente corrispondenza (riportare i calcoli sui fogli da consegnare): $x \to \dfrac{\operatorname{arcsen}(2^x - 1)}{x+1}$ Risposta: $]-\infty, 1] \setminus \{-1\}$

6. Posto

$$x_0 = 5 \in \mathbf{R}\ , \qquad \delta = 2 \in]0, +\infty[\ , \qquad A =]1,4[\subset \mathbf{R}\ ,$$

determinare

$(]x_0 - \delta, x_0 + \delta[\backslash \{x_0\}) \cap A =]3,4[$

7. Dati x_0 e A come nell'esercizio precedente, é vero che x_0 é di accumulazione per A?

- [ ] SI
- [X] NO

8. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{2}\right)^{\log x} = +\infty$

9. Calcolare $D\left(\frac{e^x}{x+\cos x}\right) = \frac{e^x(x+\mathrm{sen}x+\cos x-1)}{(x+\cos x)^2}$

10. Calcolare $\int \cos(8x)\,dx = \frac{1}{8}\mathrm{sen}(8x)+c$

11. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=2$

12. Risolvere il seguente sistema; se si tratta di un sistema compatibile, controllare la correttezza del risultato ottenuto.

$$\begin{cases} 3x+y-z=0 \\ x-2z=1 \\ -2x+4z=-2 \end{cases}$$

Risposta : $(1+2z, -3-5z, z)$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}^+$ risulta $n \geq -1$
- [X] vero
- [ ] falso

$\exists\, n \in \mathbf{N} \,:\, n \in]-1, 0[$
- [ ] vero
- [X] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [1, 4[$, $B = [4, 7]$, il numero 4 appartiene a
- [X] $A \cup B$
- [ ] $A \cap B$
- [ ] $A \backslash B$
- [X] $B \setminus A$
- [ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$A =$ intorno di $x_1 = 7$ di ampiezza $\delta_1 = 3$

$B =$ intorno destro di $x_2 = 1$ di ampiezza $\delta_2 = 2$,

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

- [X] $A \cap B$ é vuoto
- [ ] $[0, 1] \subseteq A \setminus B$
- [ ] $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (-3, -3) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (2, 0) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$\sqrt{34}$

5. Posto

$$f(x) = \frac{2x+1}{x+1} \ , \qquad g(x) = x + 1,$$

calcolare (scrivendo la risposta mediante un'unica frazione):

$$(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x) = \frac{5x^2 + 13x + 7}{(x+1)(x+2)} = \frac{5x^2 + 13x + 7}{x^2 + 3x + 2}$$

6. Mettere una sola crocetta in modo da rendere vera l' affermazione seguente e tracciare, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza nominata nell'affermazione:

L'immagine della funzione potenza con esponente 5 é

☒ $\mathbf{R}$	☐ $]0,+\infty[\setminus\mathbf{N}$	☐ $]-\infty,0[$	☐ $\mathbf{N}$
☐ $[0,+\infty[$	☐ $]-\infty,0[\setminus\mathbf{Z}$	☐ $]0,1[$	☐ $\mathbf{Z}$
☐ $]0,+\infty[$	☐ $]-\infty,0]$	☐ $\mathbf{R}\setminus\{0\}$	☐ $\mathbf{Z}\setminus\mathbf{N}$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0}\dfrac{e^{\operatorname{arcsen} x}-1}{(1+5x)^4-1}=\dfrac{1}{20}$

8. Calcolare $D\left(\dfrac{\log x}{x+\log x}\right)=\dfrac{1-\log x}{(x+\log x)^2}$

9. Calcolare $\displaystyle\int\frac{1}{1+9x^2}\,dx=\frac{1}{3}\operatorname{arctg}(3x)+c$

10. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}$+3$\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,0,2)$ $\quad\mathbf{v}=\left(1,1,\dfrac{1}{2}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=2\sqrt{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}},0,\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(5,3,\dfrac{7}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

11. Date le seguenti rette r, r', rispondere alle seguenti domande: r e r' sono parallele? r e r' sono ortogonali?

$$r: x-2y+4=0\,,\quad r': x+2y+4=0$$

Risposta: *non sono parallele, non sono ortogonali*

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}$ risulta $n \in [-3, +\infty[$ $\boxed{\text{X}}$ vero ☐ falso

$\exists\, a \in]0,1[\, :\, a \in \mathbf{Q}$ $\boxed{\text{X}}$ vero ☐ falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [1, 4]$, $B = [0, 8]$, il numero 6 appartiene a

- $\boxed{\text{X}}$ $A \cup B$
- ☐ $A \cap B$
- ☐ $A \backslash B$
- $\boxed{\text{X}}$ $B \setminus A$
- ☐ $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Dati i punti:

$$P = (4, 2) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (-3, 1) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$5\sqrt{2}$

4. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione che appare al primo membro: $\text{arcsen}x < \dfrac{\pi}{4}$ Risposta: $\left[-1, \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right[$

5. Posto

$$f(x) = x^2 + \text{tg}(x+1) \quad , \qquad g(x) = x + 1,$$

calcolare

$(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x) = 2\left(x^2 + x + 1\right) + \text{tg}(x+1) + \text{tg}(x+2)$

6. Posto

$$x_0 = 4 \in \mathbf{R} \ , \qquad \delta = 3 \in]0, +\infty[\ , \qquad A = [0, 8[\subset \mathbf{R} \ ,$$

determinare

$(]x_0 - \delta, x_0 + \delta[\backslash\{x_0\}) \cap A =]1, 7[\backslash\{4\} =]1, 4[\cup]4, 7[$

7. Dati x_0 e A come nell'esercizio precedente, é vero che x_0 é di accumulazione per A?

$\boxed{X}$ SI
$\square$ NO

8. Calcolare il seguente limite, scrivendo la risposta tramite un'unica frazione:

$$\lim_{x\to 1} \text{arcsen}x + \arccos x + \text{arctg}x = \frac{3\pi}{4}$$

9. Calcolare $D\left(e^{\frac{2x-4}{x+3}}\right) = \dfrac{10e^{\frac{2(x-2)}{x+3}}}{(x+3)^2}$

10. Calcolare $\displaystyle\int \cos(9x)\,dx = \frac{1}{9}\text{sen}(9x) + c$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(1,1,4)$ $\quad$ $\mathbf{v}=(0,2,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (-7,-1,2)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 3\sqrt{6}$

12. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Risposta: $\quad r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}^+$ risulta $n \in [3,7]$
- ☐ vero
- ☒ falso

$\exists\, n \in \mathbf{N}^+ \,:\, n \geq \dfrac{5}{2}$
- ☒ vero
- ☐ falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [3,6]$, $B = [1,3]$, il numero 2 appartiene a
- ☒ $A \cup B$
- ☐ $A \cap B$
- ☐ $A \backslash B$
- ☒ $B \setminus A$
- ☐ $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$$A = \text{intorno di } x_1 = 5 \text{ di ampiezza } \delta_1 = 2$$
$$B = \text{intorno destro di } x_2 = 1 \text{ di ampiezza } \delta_2 = 1,$$

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

- ☒ $A \cap B$ é vuoto
- ☐ $[0,1] \subseteq A \setminus B$
- ☐ $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (-1,3) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (3,-1) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$4\sqrt{2}$

5. Risolvere la disequazione $\dfrac{x^2 - 5x + 6}{x - 4} \geq 0$ Risposta: $[2,3] \cup \,]4, +\infty[$

6. Mettere una sola crocetta in modo da rendere vera l' affermazione seguente e tracciare, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza nominata nell'affermazione:

Il dominio della funzione potenza con esponente 2 é	☒	$\mathbf{R}$	☐	$]0,+\infty[\setminus\mathbf{N}$	☐	$]-\infty,0[$	☐	$\mathbf{N}$
	☐	$[0,+\infty[$	☐	$]-\infty,0[\setminus\mathbf{Z}$	☐	$]0,1[$	☐	$\mathbf{Z}$
	☐	$]0,+\infty[$	☐	$]-\infty,0]$	☐	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	☐	$\mathbf{Z}\setminus\mathbf{N}$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0}\dfrac{1-\cos(\log(1+x))}{\mathrm{tg}^2 x}=\dfrac{1}{2}$

8. Calcolare $D\left(e^{\frac{4x+2}{2x-1}}\right)=-\dfrac{8e^{\frac{4x+2}{2x-1}}}{(1-2x)^2}$

9. Calcolare $\displaystyle\int\frac{1}{\cos^2(4x)}\,dx=\frac{1}{4}\mathrm{tg}(4x)+c$

10. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3,-1,0)$ $\quad\mathbf{v}=(3,-2,4)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(-4,-12,-3)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=13$

11. Risolvere il seguente sistema; se si tratta di un sistema compatibile, controllare la correttezza del risultato ottenuto.

$$\begin{cases} x+5y-2z=2\\ 4x-3z=4\\ x-3y=1\end{cases}$$

Risposta : *nessuna soluzione*

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}^+$ risulta $2n \in \mathbf{R}$

[X] vero
[ ] falso

$\exists\, n \in \mathbf{N}^+ \,:\, n \geq 0$

[X] vero
[ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [1, 4[$, $B = [4, 7]$, il numero 4 appartiene a

[X] $A \cup B$
[ ] $A \cap B$
[ ] $A \backslash B$
[X] $B \setminus A$
[ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Dati i punti:

$$P = (2, 4) \in \mathbf{R}^2 \;, \quad Q = (-1, 3) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$\sqrt{10}$

4. Risolvere la disequazione $\dfrac{5x}{2} + \dfrac{3x}{4} > 1 + 3x$ Risposta: $]4, +\infty[$

5. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione che appare al primo membro: $\left(\dfrac{3}{5}\right)^x \geq 2$ Risposta: $\left]-\infty, \log_{\frac{3}{5}} 2\right]$

6. Posto

$$x_0 = 5 \in \mathbf{R} \;, \qquad \delta = 2 \in]0, +\infty[\;, \qquad A =]1, 4[\subset \mathbf{R} \;,$$

determinare

$(]x_0 - \delta, x_0 + \delta[\backslash \{x_0\}) \cap A =]3, 4[$

7. Dati x_0 e A come nell'esercizio precedente, é vero che x_0 é di accumulazione per A?

[ ] SI
[X] NO

8. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x \to -\infty} \operatorname{arcsen}(e^x) = 0$

9. Calcolare $D\left(e^{\frac{3x-2}{5x+4}}\right) = \dfrac{22e^{\frac{3x-2}{5x+4}}}{(5x+4)^2}$

10. Calcolare $\displaystyle\int \frac{e^x}{(e^x)^2+1}\,dx = \operatorname{arctg}(e^x) + c$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}$+3$\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(5, 5, -\dfrac{5}{2}\right)$ $\quad \mathbf{v}=\left(\dfrac{2}{5}, \dfrac{8}{5}, \dfrac{2}{5}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = \dfrac{15}{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{2}{3}, \dfrac{2}{3}, -\dfrac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\dfrac{31}{5}, \dfrac{49}{5}, -\dfrac{13}{10}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=9$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

12. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}$ risulta $n^2 \geq 0$

- [X] vero
- [ ] falso

$\exists\, a \in \{1,2\}\,:\, a \in \mathbf{N}^+$

- [X] vero
- [ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [0,1[$, $B = [-2,0]$, il numero 1 appartiene a

- [ ] $A \cup B$
- [ ] $A \cap B$
- [ ] $A \backslash B$
- [ ] $B \setminus A$
- [X] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Dati i punti:

$$P = (-1,3) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (3,-1) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$4\sqrt{2}$

4. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione che appare al primo membro: $\text{arcsen}x < \dfrac{\pi}{4}$ Risposta: $\left[-1, \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right[$

5. Posto

$$f(x) = 3x + \cos x \ , \qquad g(x) = \log(x+1),$$

calcolare

$(f \circ g)\,(x) + (g \circ f)\,(x) = 3\log(x+1) + \cos(\log(x+1)) + \log(3x + \cos x + 1)$

6. Posto

$$x_0 = 6 \in \mathbf{R}\ , \qquad \delta = 3 \in]0,+\infty[\ , \qquad A = [6,10] \subset \mathbf{R}\ ,$$

determinare

$(]x_0 - \delta, x_0 + \delta[\backslash\{x_0\}) \cap A =]6,9[$

7. Dati x_0 e A come nell'esercizio precedente, é vero che x_0 é di accumulazione per A?

$\boxed{\text{X}}$ SI
$\square$ NO

8. Calcolare il seguente limite, scrivendo la risposta tramite un'unica frazione:

$$\lim_{x\to\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{\text{arcsen}x}{\pi} + \frac{\pi}{\arccos x} = \frac{17}{4}$$

9. Calcolare $D\left(\log\left(8x^2+4x-1\right)\right) = \dfrac{16x+4}{8x^2+4x-1}$

10. Calcolare $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{1-25x^2}}\,dx = \frac{1}{5}\text{arcsen}(5x) + c$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}$+3$\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(8,-2,2)$ $\quad \mathbf{v}=\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 6\sqrt{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{2\sqrt{2}}{3}, -\dfrac{1}{3\sqrt{2}}, \dfrac{1}{3\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\dfrac{19}{2},\dfrac{5}{2},\dfrac{1}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=0$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{2}$

12. Risolvere il seguente sistema; se si tratta di un sistema compatibile, controllare la correttezza del risultato ottenuto.

$$\begin{cases} 3x+2y-z=2 \\ x-3z=1 \\ -4x-3y=1 \end{cases}$$

Risposta : *nessuna soluzione*

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, a \in [5, +\infty[$ risulta $a \in \mathbf{N}$

- ☐ vero
- ☒ falso

$\exists\, n \in \mathbf{N}^+ \,:\, n \notin \{1, 2, 3, 4, 5\}$

- ☒ vero
- ☐ falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [0, 1]$, $B = [2, 3]$, il numero 4 appartiene a

- ☐ $A \cup B$
- ☐ $A \cap B$
- ☐ $A \backslash B$
- ☐ $B \setminus A$
- ☒ $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$A =$ intorno di $x_1 = 8$ di ampiezza $\delta_1 = 1$

$B =$ intorno destro di $x_2 = 3$ di ampiezza $\delta_2 = 3$,

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

- ☒ $A \cap B$ é vuoto
- ☐ $[0, 1] \subseteq A \setminus B$
- ☐ $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (3, 3) \in \mathbf{R}^2 \;, \quad Q = (4, -2) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$\sqrt{26}$

5. Posto

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x + 1} \;, \qquad g(x) = x + 1,$$

calcolare (scrivendo la risposta mediante un'unica frazione):

$$(f \circ g)\,(x) + (g \circ f)\,(x) = \frac{5x^2 + 13x + 7}{(x + 1)(x + 2)} = \frac{5x^2 + 13x + 7}{x^2 + 3x + 2}$$

6. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza che appare al primo membro: $x^4 \geq -2$ Risposta: $\mathbf{R}$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0} \dfrac{(1+\mathrm{sen}x)^5-1}{\log(1+3x)} = \dfrac{5}{3}$

8. Calcolare $D\left(\log\left(6x^2-4x-1\right)\right) = \dfrac{12x-4}{6x^2-4x-1}$

9. Calcolare $\displaystyle\int \frac{1}{5x}\,dx = \frac{\log|x|}{5} + c$

10. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

11. Date le seguenti rette r, r', rispondere alle seguenti domande: r e r' sono parallele? r e r' sono ortogonali?

$$r : x+y+9=0\,, \quad r' : x-y-3=0$$

Risposta: *non sono parallele, sono ortogonali*

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, a \in [5, +\infty[$ risulta $a \in \mathbf{N}$
- ☐ vero
- ☒ falso

$\exists\, n \in \mathbf{N}^+ \,:\, n \notin \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- ☒ vero
- ☐ falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [0, 6]$, $B = [2, 5]$, il numero 3 appartiene a
- ☒ $A \cup B$
- ☒ $A \cap B$
- ☐ $A \backslash B$
- ☐ $B \setminus A$
- ☐ $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Dati i punti:

$$P = (-3, 1) \in \mathbf{R}^2 \;, \quad Q = (-2, -4) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$\sqrt{26}$

4. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione che appare al primo membro: $\log_9 x \geq 5$ Risposta: $\left[9^5, +\infty\right[$

5. Determinare il dominio naturale (contenuto in $\mathbf{R}$) della seguente corrispondenza (riportare i calcoli sui fogli da consegnare): $x \to \dfrac{\arccos(3^x - 1)}{x + 2}$ Risposta: $]-\infty, \log_3 2] \setminus \{-2\}$

6. Posto

$$x_0 = 2 \in \mathbf{R} \;, \qquad \delta = 5 \in]0, +\infty[\;, \qquad A =]0, 2[\subset \mathbf{R} \;,$$

determinare

$(]x_0 - \delta, x_0 + \delta[\backslash \{x_0\}) \cap A =]0, 2[$

7. Dati x_0 e A come nell'esercizio precedente, é vero che x_0 é di accumulazione per A?

- ☒ SI
- ☐ NO

8. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x \to +\infty} \log(\operatorname{arctg} x) = \log\left(\frac{\pi}{2}\right)$

9. Calcolare $D\left(\log\left(7x^2 + 2x - 5\right)\right) = \dfrac{14x + 2}{7x^2 + 2x - 5}$

10. Calcolare $\int e^x \operatorname{sen}\left(e^x\right)\, dx = -\cos(e^x) + c$

11. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 2$

12. Risolvere il seguente sistema; se si tratta di un sistema compatibile, controllare la correttezza del risultato ottenuto.

$$\begin{cases} x + 5y - 2z = 2 \\ 4x - 3z = 4 \\ x - 3y = 1 \end{cases}$$

Risposta : *nessuna soluzione*

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}$ risulta $n \in [-3, +\infty[$
- [X] vero
- [ ] falso

$\exists\, a \in]0, 1[\ :\ a \in \mathbf{Q}$
- [X] vero
- [ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [3, 6]$, $B = [1, 3]$, il numero 2 appartiene a
- [X] $A \cup B$
- [ ] $A \cap B$
- [ ] $A \backslash B$
- [X] $B \setminus A$
- [ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Dati i punti:

$$P = (0, 4) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (1, -1) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$\sqrt{26}$

4. Risolvere la disequazione $\dfrac{2x}{3} + 1 + 3x > 6 - \dfrac{x}{2}$ Risposta: $\left]\dfrac{6}{5}, +\infty\right[$

5. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione che appare al primo membro: $\left(\frac{7}{5}\right)^x > 6$ Risposta: $\left]\log_{\frac{7}{5}} 6, +\infty\right[$

6. Posto

$$x_0 = 1 \in \mathbf{R} \ , \qquad \delta = 3 \in]0, +\infty[\ , \qquad A = [2, 5[\subset \mathbf{R} \ ,$$

determinare

$(]x_0 - \delta, x_0 + \delta[\backslash \{x_0\}) \cap A = [2, 4[$

7. Dati x_0 e A come nell'esercizio precedente, é vero che x_0 é di accumulazione per A?

- [ ] SI
- [X] NO

8. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0} \log(\text{arctg}x) = -\infty$

9. Calcolare $D\left(e^{\frac{3x+2}{-4x+5}}\right) = \dfrac{23e^{\frac{3x+2}{5-4x}}}{(5-4x)^2}$

10. Calcolare $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2(7x)}\, dx = \frac{1}{7}\text{tg}(7x) + c$

11. Assegnati i seguenti vettori **u**, **v** $\in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di **u**, il versore di **u**, il vettore **u**+3**v**, il prodotto scalare **u**·**v** e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(\frac{3}{2}, 0, \frac{3}{2}\right)$ $\quad \mathbf{v}=\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 3/\sqrt{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}, 0, \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\dfrac{11}{2}, 4, \dfrac{7}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

12. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Risposta: $\quad r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}^{+}$ risulta $n \in [-1, +\infty[$
[X] vero
[ ] falso

$\exists\, n \in \mathbf{N}^{+} : n \leq \dfrac{5}{2}$
[X] vero
[ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [1, 3]$, $B = [3, 7]$, il numero 2 appartiene a
[X] $A \cup B$
[ ] $A \cap B$
[X] $A \backslash B$
[ ] $B \setminus A$
[ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$$A = \text{intorno di } x_1 = 2 \text{ di ampiezza } \delta_1 = 1$$
$$B = \text{intorno destro di } x_2 = 0 \text{ di ampiezza } \delta_2 = 5,$$

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

[ ] $A \cap B$ é vuoto
[ ] $[0, 1] \subseteq A \setminus B$
[X] $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (-2, -4) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (0, -2) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$2\sqrt{2}$

5. Risolvere la disequazione $\dfrac{x^2 - 4x + 3}{x - 2} \geq 0$ Risposta: $[1, 2[\cup [3, +\infty[$

6. Mettere una sola crocetta in modo da rendere vera l' affermazione seguente e tracciare, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza nominata nell'affermazione:

L'immagine della funzione potenza con esponente $-\frac{5}{3}$ é

$\square$ $\mathbf{R}$	$\square$ $]0,+\infty[\setminus\mathbf{N}$	$\square$ $]-\infty,0[$	$\square$ $\mathbf{N}$
$\square$ $[0,+\infty[$	$\square$ $]-\infty,0[\setminus\mathbf{Z}$	$\square$ $]0,1[$	$\square$ $\mathbf{Z}$
$\boxed{\text{X}}$ $]0,+\infty[$	$\square$ $]-\infty,0]$	$\square$ $\mathbf{R}\setminus\{0\}$	$\square$ $\mathbf{Z}\setminus\mathbf{N}$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0}\dfrac{8^{\operatorname{sen}x}-1}{\log(1+x)} = \log 8$

8. Calcolare $D\left(e^{\frac{3x+2}{4x+5}}\right) = \dfrac{7e^{\frac{3x+2}{4x+5}}}{(4x+5)^2}$

9. Calcolare $\displaystyle\int \operatorname{sen}(7x)\,dx = -\frac{1}{7}\cos(7x)+c$

10. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(4,-2,0)$ $\quad$ $\mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(4,8,-6)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 2\sqrt{29}$

11. Risolvere il seguente sistema; se si tratta di un sistema compatibile, controllare la correttezza del risultato ottenuto.

$$\begin{cases} 3x+y-z=0 \\ x-2z=1 \\ -2x+4z=-2 \end{cases}$$

Risposta : $\quad(1+2z,-3-5z,z)$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}^+$ risulta $2n \in \mathbf{R}$

- [X] vero
- [ ] falso

$\exists\, n \in \mathbf{N}^+ \,:\, n \geq 0$

- [X] vero
- [ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [-1, 1[$, $B = [-4, 2]$, il numero 3 appartiene a

- [ ] $A \cup B$
- [ ] $A \cap B$
- [ ] $A \backslash B$
- [ ] $B \setminus A$
- [X] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$$A = \text{intorno di } x_1 = 0 \text{ di ampiezza } \delta_1 = \frac{1}{2}$$
$$B = \text{intorno destro di } x_2 = 3 \text{ di ampiezza } \delta_2 = 1,$$

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

- [X] $A \cap B$ é vuoto
- [ ] $[0, 1] \subseteq A \setminus B$
- [ ] $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (2, 4) \in \mathbf{R}^2 \;, \quad Q = (0, -2) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$2\sqrt{10}$

5. Posto

$$f(x) = \frac{x+2}{x+1} \quad , \qquad g(x) = x + 1,$$

calcolare (scrivendo la risposta mediante un'unica frazione):

$$(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x) = \frac{3x^2 + 11x + 9}{(x+1)(x+2)} = \frac{3x^2 + 11x + 9}{x^2 + 3x + 2}$$

6. Mettere una sola crocetta in modo da rendere vera l' affermazione seguente e tracciare, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza nominata nell'affermazione:

Il dominio della funzione potenza con esponente -3 é

☐ $\mathbf{R}$	☐ $]0,+\infty[\setminus\mathbf{N}$	☐ $]-\infty,0[$	☐ $\mathbf{N}$
☐ $[0,+\infty[$	☐ $]-\infty,0[\setminus\mathbf{Z}$	☐ $]0,1[$	☐ $\mathbf{Z}$
☐ $]0,+\infty[$	☐ $]-\infty,0]$	☒ $\mathbf{R}\setminus\{0\}$	☐ $\mathbf{Z}\setminus\mathbf{N}$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0} \frac{e^{2x}-1}{(1+3x)^8-1} = \frac{1}{12}$

8. Calcolare $D\left(e^{\frac{2x-4}{2x+1}}\right) = \frac{10e^{\frac{2(x-2)}{2x+1}}}{(2x+1)^2}$

9. Calcolare $\int \frac{1}{\cos^2(7x)}\,dx = \frac{1}{7}\mathrm{tg}(7x) + c$

10. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}$+3$\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,2,-1)$ $\quad$ $\mathbf{v}=(2,8,2)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 3$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(8,26,5)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=18$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{4}$

11. Date le seguenti rette r, r', rispondere alle seguenti domande: r e r' sono parallele? r e r' sono ortogonali?

$$r : 2x - 3y + 5 = 0\,, \quad r' : 2x - 3y + 7 = 0$$

Risposta: *sono parallele, non sono ortogonali*

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \{1, 2\}$ risulta $n \in \mathbf{Z}$

- [X] vero
- [ ] falso

$\exists\, q \in \mathbf{Q} \,:\, q^2 = 4$

- [X] vero
- [ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [1, 3]$, $B = [3, 7]$, il numero 2 appartiene a

- [X] $A \cup B$
- [ ] $A \cap B$
- [X] $A \backslash B$
- [ ] $B \setminus A$
- [ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$A =$ intorno di $x_1 = 5$ di ampiezza $\delta_1 = 2$

$B =$ intorno destro di $x_2 = 1$ di ampiezza $\delta_2 = 1$,

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

- [X] $A \cap B$ é vuoto
- [ ] $[0, 1] \subseteq A \setminus B$
- [ ] $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (0, 4) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (1, -1) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$\sqrt{26}$

5. Posto

$$f(x) = \frac{x+1}{x-2} \ , \qquad g(x) = x - 2,$$

calcolare (scrivendo la risposta mediante un'unica frazione):

$$(f \circ g)\,(x) + (g \circ f)\,(x) = \frac{6(x-3)}{(x-4)(x-2)} = \frac{6(x-3)}{x^2 - 6x + 8}$$

6. Mettere una sola crocetta in modo da rendere vera l' affermazione seguente e tracciare, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza nominata nell'affermazione:

Il dominio della funzione potenza con esponente $\frac{9}{2}$ é

☐ $\mathbf{R}$	☐ $]0,+\infty[\setminus\mathbf{N}$	☐ $]-\infty,0[$	☐ $\mathbf{N}$
☒ $[0,+\infty[$	☐ $]-\infty,0[\setminus\mathbf{Z}$	☐ $]0,1[$	☐ $\mathbf{Z}$
☐ $]0,+\infty[$	☐ $]-\infty,0]$	☐ $\mathbf{R}\setminus\{0\}$	☐ $\mathbf{Z}\setminus\mathbf{N}$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{tg}(e^x-1)}{e^x-1}=1$

8. Calcolare $D\left(\log\left(x^2+4x-12\right)\right)=\dfrac{2x+4}{x^2+4x-12}$

9. Calcolare $\displaystyle\int\sqrt{3x}\,dx=\frac{2}{3}\sqrt{3}x^{3/2}+c$

10. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,8,2)$ $\quad\mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=6\sqrt{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\dfrac{1}{3\sqrt{2}},\dfrac{2\sqrt{2}}{3},\dfrac{1}{3\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(5,2,-4)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-18$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{3\pi}{4}$

11. Date le seguenti rette r, r', rispondere alle seguenti domande: r e r' sono parallele? r e r' sono ortogonali?

$$r: x-2y+4=0\,,\quad r': 2x+y+3=0$$

Risposta: *non sono parallele, sono ortogonali*