ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall n \in \mathbf{N}^+$ risulta $n \in [3, 7]$
- ☐ vero
- ☒ falso

$\exists n \in \mathbf{N}^+ : n \geq \frac{5}{2}$
- ☒ vero
- ☐ falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [1, 4]$, $B = [0, 8]$, il numero 6 appartiene a
- ☒ $A \cup B$
- ☐ $A \cap B$
- ☐ $A \backslash B$
- ☒ $B \setminus A$
- ☐ $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$$A = \text{intorno di } x_1 = 1 \text{ di ampiezza } \delta_1 = \frac{1}{2}$$
$$B = \text{intorno destro di } x_2 = 2 \text{ di ampiezza } \delta_2 = 1,$$

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

- ☒ $A \cap B$ é vuoto
- ☐ $[0, 1] \subseteq A \setminus B$
- ☐ $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (-3, 1) \in \mathbf{R}^2 , \quad Q = (0, -2) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$3\sqrt{2}$

5. Posto

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x + 1} \ , \qquad g(x) = x - 1,$$

calcolare (scrivendo la risposta mediante un'unica frazione):

$$(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x) = \frac{3x^2 + x - 1}{x(x+1)}$$

6. Mettere una sola crocetta in modo da rendere vera l' affermazione seguente e tracciare, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza nominata nell'affermazione:

Il dominio della funzione potenza con esponente -9 é

☐	$\mathbf{R}$	☐	$]0,+\infty[\setminus\mathbf{N}$	☐	$]-\infty,0[$	☐	$\mathbf{N}$
☐	$[0,+\infty[$	☐	$]-\infty,0[\setminus\mathbf{Z}$	☐	$]0,1[$	☐	$\mathbf{Z}$
☐	$]0,+\infty[$	☐	$]-\infty,0]$	☒	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	☐	$\mathbf{Z}\setminus\mathbf{N}$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{arctg}(1-\cos x)}{1-\cos x} = 1$

8. Calcolare $D\left(\frac{\log x}{x+\cos x}\right) = \frac{x - x\log x + \cos x + x(\log x)\operatorname{sen} x}{x(x+\cos x)^2}$

9. Calcolare $\int \frac{\cos(\log x)}{x}\,dx = \operatorname{sen}(\log x) + c$

10. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(1,1,-\frac{1}{2}\right)$ $\quad$ $\mathbf{v}=(2,8,2)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = \frac{3}{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(7, 25, \frac{11}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=9$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{4}$

11. Date le seguenti rette r, r', rispondere alle seguenti domande: r e r' sono parallele? r e r' sono ortogonali?

$$r: 4x - y + 4 = 0\,, \quad r': 8x - 2y + 7 = 0$$

Risposta: *sono parallele, non sono ortogonali*

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, q \in [0, 9]$ risulta $q \in \mathbf{N}$ ☐ vero [X] falso

$\exists\, a \in \mathbf{Z} : \; a \in \{-4, -2, 3, 5\}$ [X] vero ☐ falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [1, 3]$, $B = [3, 7]$, il numero 2 appartiene a

[X] $A \cup B$
☐ $A \cap B$
[X] $A \backslash B$
☐ $B \setminus A$
☐ $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$A =$ intorno di $x_1 = 2$ di ampiezza $\delta_1 = 3$
$B =$ intorno destro di $x_2 = 5$ di ampiezza $\delta_2 = 1$,

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

[X] $A \cap B$ é vuoto
[X] $[0, 1] \subseteq A \setminus B$
☐ $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (-3, 1) \in \mathbf{R}^2 \;, \quad Q = (3, -1) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$2\sqrt{10}$

5. Posto

$$f(x) = \frac{2x+1}{x+2} \;, \qquad g(x) = x - 1,$$

calcolare (scrivendo la risposta mediante un'unica frazione):

$$(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x) = \frac{3\left(x^2+x-1\right)}{(x+1)(x+2)} = \frac{3\left(x^2+x-1\right)}{x^2+3x+2}$$

6. Mettere una sola crocetta in modo da rendere vera l' affermazione seguente e tracciare, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza nominata nell'affermazione:

L'immagine della funzione potenza con esponente -5 é

☐	$\mathbf{R}$	☐	$]0,+\infty[\setminus\mathbf{N}$	☐	$]-\infty,0[$	☐	$\mathbf{N}$
☐	$[0,+\infty[$	☐	$]-\infty,0[\setminus\mathbf{Z}$	☐	$]0,1[$	☐	$\mathbf{Z}$
☐	$]0,+\infty[$	☐	$]-\infty,0]$	☒	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	☐	$\mathbf{Z}\setminus\mathbf{N}$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{\operatorname{tg}(e^x)}{e^x} = 1$

8. Calcolare $D\left(e^{\frac{2x+3}{x+3}}\right) = \frac{3e^{\frac{2x+3}{x+3}}}{(x+3)^2}$

9. Calcolare $\int \sqrt{5x}\,dx = \frac{2}{3}\sqrt{5}x^{3/2} + c$

10. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}$+3$\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(6,6,-3)$ $\quad \mathbf{v}=\left(\frac{1}{3},\frac{4}{3},\frac{1}{3}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 9$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(7,10,-2)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=9$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{4}$

11. Date le seguenti rette r, r', rispondere alle seguenti domande: r e r' sono parallele? r e r' sono ortogonali?

$$r : x+y+9=0\,, \quad r' : x-y-3=0$$

Risposta: *non sono parallele, sono ortogonali*

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}$ risulta $n \geq 6$
- [ ] vero
- [X] falso

$\exists\, a < -2 : a \in \mathbf{R}$
- [X] vero
- [ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [0, 1[$, $B = [-2, 0]$, il numero 1 appartiene a
- [ ] $A \cup B$
- [ ] $A \cap B$
- [ ] $A \backslash B$
- [ ] $B \setminus A$
- [X] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$$A = \text{intorno di } x_1 = 0 \text{ di ampiezza } \delta_1 = \frac{1}{2}$$
$$B = \text{intorno destro di } x_2 = 3 \text{ di ampiezza } \delta_2 = 1,$$

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

- [X] $A \cap B$ é vuoto
- [ ] $[0, 1] \subseteq A \setminus B$
- [ ] $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (-4, 2) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (4, -2) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$4\sqrt{5}$

5. Posto

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1} \quad , \qquad g(x) = x - 2,$$

calcolare (scrivendo la risposta mediante un'unica frazione):

$$(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x) = \frac{4(x-2)}{(x-3)(x-1)} = \frac{4(x-2)}{x^2-4x+3}$$

6. Mettere una sola crocetta in modo da rendere vera l' affermazione seguente e tracciare, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza nominata nell'affermazione:

Il dominio della funzione potenza con esponente -8 é

☐	$\mathbf{R}$	☐	$]0,+\infty[\setminus\mathbf{N}$	☐	$]-\infty,0[$	☐	$\mathbf{N}$
☐	$[0,+\infty[$	☐	$]-\infty,0[\setminus\mathbf{Z}$	☐	$]0,1[$	☐	$\mathbf{Z}$
☐	$]0,+\infty[$	☐	$]-\infty,0]$	☒	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	☐	$\mathbf{Z}\setminus\mathbf{N}$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0} \frac{2^{3x}-1}{6x} = \frac{\log 2}{2}$

8. Calcolare $D\left(\frac{\log x}{x+e^x}\right) = \frac{x+e^x-(e^x+1)\,x\log x}{x\,(x+e^x)^2} = -\frac{-x-e^x+e^x x\log x + x\log x}{x\,(x+e^x)^2}$

9. Calcolare $\int \operatorname{sen}(7x)\,dx = -\frac{1}{7}\cos(7x)+c$

10. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}$+3$\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(5,5,-\frac{5}{2}\right)$ $\mathbf{v}=\left(\frac{2}{5},\frac{8}{5},\frac{2}{5}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = \frac{15}{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\frac{31}{5},\frac{49}{5},-\frac{13}{10}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=9$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{4}$

11. Date le seguenti rette r, r', rispondere alle seguenti domande: r e r' sono parallele? r e r' sono ortogonali?

$$r : x+2y+4=0\,, \quad r' : -2x-3y+3=0$$

Risposta: *non sono parallele, non sono ortogonali*

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}$ risulta $n^2 \geq 0$
- [X] vero
- [ ] falso

$\exists\, a \in \{1,2\} \,:\, a \in \mathbf{N}^+$
- [X] vero
- [ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [0,3]$, $B = [2,5]$, il numero 1 appartiene a
- [X] $A \cup B$
- [ ] $A \cap B$
- [X] $A \backslash B$
- [ ] $B \setminus A$
- [ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$A =$ intorno di $x_1 = 5$ di ampiezza $\delta_1 = 2$

$B =$ intorno destro di $x_2 = 1$ di ampiezza $\delta_2 = 1$,

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

- [X] $A \cap B$ é vuoto
- [ ] $[0,1] \subseteq A \setminus B$
- [ ] $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (-2,-4) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (0,-2) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$2\sqrt{2}$

5. Posto

$$f(x) = \frac{x+2}{x-2} \quad , \qquad g(x) = x+2,$$

calcolare (scrivendo la risposta mediante un'unica frazione):

$$(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x) = \frac{4\left(x^2-2\right)}{(x-2)x}$$

6. Mettere una sola crocetta in modo da rendere vera l' affermazione seguente e tracciare, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza nominata nell'affermazione:

Il dominio della funzione potenza con esponente $\dfrac{9}{4}$ é

☐ $\mathbf{R}$	☐ $]0,+\infty[\setminus\mathbf{N}$	☐ $]-\infty,0[$	☐ $\mathbf{N}$
☒ $[0,+\infty[$	☐ $]-\infty,0[\setminus\mathbf{Z}$	☐ $]0,1[$	☐ $\mathbf{Z}$
☐ $]0,+\infty[$	☐ $]-\infty,0]$	☐ $\mathbf{R}\setminus\{0\}$	☐ $\mathbf{Z}\setminus\mathbf{N}$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{(1+e^{-x})^3-1}{e^{-x}} = 3$

8. Calcolare $D\left(\dfrac{\mathrm{sen}x}{e^{3x}+x^2}\right) = \dfrac{\left(e^{3x}+x^2\right)\cos x - \left(3e^{3x}+x^2\right)\mathrm{sen}x}{\left(e^{3x}+x^2\right)^2}$

9. Calcolare $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}\,\mathrm{arcsen}x}\,dx = \log|\mathrm{arcsen}x| + c$

10. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(-4,-4,2)$ $\quad \mathbf{v}=(1,4,1)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 6$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(-\dfrac{2}{3}, -\dfrac{2}{3}, \dfrac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(-1,8,5)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-18$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{3\pi}{4}$

11. Date le seguenti rette r, r', rispondere alle seguenti domande: r e r' sono parallele? r e r' sono ortogonali?

$$r: 3x-2y+4=0\,, \quad r': x-y+3=0$$

Risposta: *non sono parallele, non sono ortogonali*

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}^+$ risulta $n \geq -1$
- [X] vero
- [ ] falso

$\exists\, n \in \mathbf{N} :\, n \in]-1, 0[$
- [ ] vero
- [X] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [1, 4[$, $B = [4, 7]$, il numero 4 appartiene a
- [X] $A \cup B$
- [ ] $A \cap B$
- [ ] $A \backslash B$
- [X] $B \setminus A$
- [ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

A = intorno di $x_1 = 7$ di ampiezza $\delta_1 = 3$

B = intorno destro di $x_2 = 1$ di ampiezza $\delta_2 = 2$,

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

- [X] $A \cap B$ é vuoto
- [ ] $[0, 1] \subseteq A \setminus B$
- [ ] $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (-3, -3) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (2, 0) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$\sqrt{34}$

5. Posto

$$f(x) = \frac{2x+1}{x+1} \quad , \qquad g(x) = x + 1,$$

calcolare (scrivendo la risposta mediante un'unica frazione):

$$(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x) = \frac{5x^2 + 13x + 7}{(x+1)(x+2)} = \frac{5x^2 + 13x + 7}{x^2 + 3x + 2}$$

6. Mettere una sola crocetta in modo da rendere vera l' affermazione seguente e tracciare, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza nominata nell'affermazione:

L'immagine della funzione potenza con esponente 5 é

☒ $\mathbf{R}$	☐ $]0,+\infty[\setminus\mathbf{N}$	☐ $]-\infty,0[$	☐ $\mathbf{N}$
☐ $[0,+\infty[$	☐ $]-\infty,0[\setminus\mathbf{Z}$	☐ $]0,1[$	☐ $\mathbf{Z}$
☐ $]0,+\infty[$	☐ $]-\infty,0]$	☐ $\mathbf{R}\setminus\{0\}$	☐ $\mathbf{Z}\setminus\mathbf{N}$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0}\dfrac{e^{\mathrm{arcsen}x}-1}{(1+5x)^4-1}=\dfrac{1}{20}$

8. Calcolare $D\left(\dfrac{\log x}{x+\log x}\right)=\dfrac{1-\log x}{(x+\log x)^2}$

9. Calcolare $\displaystyle\int\frac{1}{1+9x^2}\,dx=\frac{1}{3}\mathrm{arctg}(3x)+c$

10. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,0,2)$ $\quad\mathbf{v}=\left(1,1,\dfrac{1}{2}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=2\sqrt{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}},0,\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(5,3,\dfrac{7}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

11. Date le seguenti rette r, r', rispondere alle seguenti domande: r e r' sono parallele? r e r' sono ortogonali?

$$r: x-2y+4=0\,,\quad r': x+2y+4=0$$

Risposta: *non sono parallele, non sono ortogonali*

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, a \in \mathbf{Z}$ risulta $-a \in \mathbf{N}$

- [ ] vero
- [X] falso

$\exists\, q \in \mathbf{Q}\, :\, -q \in \mathbf{N}$

- [X] vero
- [ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [2, 6]$, $B = [3, 7]$, il numero 4 appartiene a

- [X] $A \cup B$
- [X] $A \cap B$
- [ ] $A \backslash B$
- [ ] $B \setminus A$
- [ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$A =$ intorno di $x_1 = 8$ di ampiezza $\delta_1 = 1$

$B =$ intorno destro di $x_2 = 3$ di ampiezza $\delta_2 = 3$,

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

- [X] $A \cap B$ é vuoto
- [ ] $[0, 1] \subseteq A \setminus B$
- [ ] $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (-3, -3) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (4, -2) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$5\sqrt{2}$

5. Posto

$$f(x) = \frac{2x-1}{x+1} \quad , \qquad g(x) = x + 1,$$

calcolare (scrivendo la risposta mediante un'unica frazione):

$$(f \circ g)\,(x) + (g \circ f)\,(x) = \frac{5x^2 + 9x + 1}{(x+1)(x+2)} = \frac{5x^2 + 9x + 1}{x^2 + 3x + 2}$$

6. Mettere una sola crocetta in modo da rendere vera l' affermazione seguente e tracciare, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza nominata nell'affermazione:

Il dominio della funzione potenza con esponente 2 é

☒ $\mathbf{R}$	☐ $]0,+\infty[\setminus\mathbf{N}$	☐ $]-\infty,0[$	☐ $\mathbf{N}$
☐ $[0,+\infty[$	☐ $]-\infty,0[\setminus\mathbf{Z}$	☐ $]0,1[$	☐ $\mathbf{Z}$
☐ $]0,+\infty[$	☐ $]-\infty,0]$	☐ $\mathbf{R}\setminus\{0\}$	☐ $\mathbf{Z}\setminus\mathbf{N}$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0}\dfrac{\text{arctg}(6x)}{\text{arcsen}(3x)} = 2$

8. Calcolare $D\left(\log\left(6x^2-4x+7\right)\right) = \dfrac{12x-4}{6x^2-4x+7}$

9. Calcolare $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}\,dx = \frac{1}{2}\text{arcsen}(2x)+c$

10. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(\dfrac{2}{3},0,\dfrac{2}{3}\right)$ $\mathbf{v}=\left(3,3,\dfrac{3}{2}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 2\sqrt{2}/3$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}},0,\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\dfrac{29}{3},9,\dfrac{31}{6}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

11. Date le seguenti rette r, r', rispondere alle seguenti domande: r e r' sono parallele? r e r' sono ortogonali?

$$r: 2x-3y+5=0\,,\quad r': 2x-3y+7=0$$

Risposta: *sono parallele, non sono ortogonali*

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}^+$ risulta $n \in [-1, +\infty[$

[X] vero
[ ] falso

$\exists\, n \in \mathbf{N}^+ \,:\, n \leq \dfrac{5}{2}$

[X] vero
[ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [3, 5[$, $B = [5, 9]$, il numero 4 appartiene a

[X] $A \cup B$
[ ] $A \cap B$
[X] $A \backslash B$
[ ] $B \setminus A$
[ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$A =$ intorno di $x_1 = 2$ di ampiezza $\delta_1 = 4$
$B =$ intorno destro di $x_2 = -3$ di ampiezza $\delta_2 = 3$,

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

[ ] $A \cap B$ é vuoto
[X] $[0, 1] \subseteq A \setminus B$
[X] $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (0, -2) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (3, -1) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$\sqrt{10}$

5. Posto

$$f(x) = \frac{x+2}{x-1} \quad , \qquad g(x) = x - 2,$$

calcolare (scrivendo la risposta mediante un'unica frazione):

$(f \circ g)\,(x) + (g \circ f)\,(x) = \dfrac{6(x-2)}{(x-3)(x-1)} = \dfrac{6(x-2)}{x^2 - 4x + 3}$

6. Mettere una sola crocetta in modo da rendere vera l' affermazione seguente e tracciare, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza nominata nell'affermazione:

Il dominio della funzione potenza con esponente $\frac{1}{2}$ é

☐	$\mathbf{R}$	☐	$]0,+\infty[\setminus\mathbf{N}$	☐	$]-\infty,0[$	☐	$\mathbf{N}$
☒	$[0,+\infty[$	☐	$]-\infty,0[\setminus\mathbf{Z}$	☐	$]0,1[$	☐	$\mathbf{Z}$
☐	$]0,+\infty[$	☐	$]-\infty,0]$	☐	$\mathbf{R}\setminus\{0\}$	☐	$\mathbf{Z}\setminus\mathbf{N}$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(\sqrt{x})}{x}=\frac{1}{2}$

8. Calcolare $D\left(\dfrac{\text{arcsen}x}{x+\log x}\right)=\dfrac{\frac{x+\log x}{\sqrt{1-x^2}}-\left(\frac{1}{x}+1\right)\text{arcsen}x}{(x+\log x)^2}=\dfrac{x^2-\sqrt{1-x^2}x\text{arcsen}x-\sqrt{1-x^2}\text{arcsen}x+x\log x}{x\sqrt{1-x^2}(x+\log x)^2}$

9. Calcolare $\displaystyle\int\frac{e^{\text{tg}x}}{\cos^2 x}\,dx=e^{\text{tg}x}+c$

10. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(\frac{3}{2},0,\frac{3}{2}\right)$ $\quad\mathbf{v}=\left(\frac{4}{3},\frac{4}{3},\frac{2}{3}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=3/\sqrt{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}},0,\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\dfrac{11}{2},4,\dfrac{7}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

11. Date le seguenti rette r, r', rispondere alle seguenti domande: r e r' sono parallele? r e r' sono ortogonali?

$$r: x-2y+4=0\,,\quad r': 2x+y+3=0$$

Risposta: *non sono parallele, sono ortogonali*

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, q \in [4,9]$ risulta $q \in \mathbf{N}^+$ ☐ vero ☒ falso

$\exists\, a \in \mathbf{Z} : a \in \left\{-\frac{4}{3}, -2, \frac{1}{2}, \frac{15}{4}\right\}$ ☒ vero ☐ falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [2,6[$, $B = [3,7]$, il numero 8 appartiene a
- ☐ $A \cup B$
- ☐ $A \cap B$
- ☐ $A \backslash B$
- ☐ $B \setminus A$
- ☒ $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$A =$ intorno di $x_1 = 3$ di ampiezza $\delta_1 = 5$

$B =$ intorno destro di $x_2 = -2$ di ampiezza $\delta_2 = 2$,

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

- ☐ $A \cap B$ é vuoto
- ☒ $[0,1] \subseteq A \setminus B$
- ☒ $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (0,-2) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (5,-3) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$\sqrt{26}$

5. Posto

$$f(x) = \frac{x+2}{x-1} \ , \qquad g(x) = x+2,$$

calcolare (scrivendo la risposta mediante un'unica frazione):

$$(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x) = \frac{2\left(2x^2 + 3x - 2\right)}{(x-1)(x+1)} = \frac{4x^2 + 6x - 4}{x^2 - 1}$$

6. Mettere una sola crocetta in modo da rendere vera l' affermazione seguente e tracciare, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza nominata nell'affermazione:

Il dominio della funzione potenza con esponente $-\frac{1}{2}$ é

☐	$\mathbf{R}$	☐	$]0, +\infty[\setminus \mathbf{N}$	☐	$]-\infty, 0[$	☐	$\mathbf{N}$
☐	$[0, +\infty[$	☐	$]-\infty, 0[\setminus \mathbf{Z}$	☐	$]0, 1[$	☐	$\mathbf{Z}$
☒	$]0, +\infty[$	☐	$]-\infty, 0]$	☐	$\mathbf{R} \setminus \{0\}$	☐	$\mathbf{Z} \setminus \mathbf{N}$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x \to 0} \frac{(1 + \operatorname{arctg} x)^5 - 1}{e^{5x} - 1} = 1$

8. Calcolare $D\left(e^{\frac{2x+3}{x-3}}\right) = -\frac{9e^{\frac{2x+3}{x-3}}}{(x-3)^2}$

9. Calcolare $\int \frac{1}{\cos^2(3x)}\,dx = \frac{1}{3}\operatorname{tg}(3x) + c$

10. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right)$ $\quad \mathbf{v}=(-4, -4, -2)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 1/\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(-\frac{23}{2}, -12, -\frac{11}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{3\pi}{4}$

11. Date le seguenti rette r, r', rispondere alle seguenti domande: r e r' sono parallele? r e r' sono ortogonali?

$$r : x - 3y + 4 = 0\,, \quad r' : x - y + 7 = 0$$

Risposta: *non sono parallele, non sono ortogonali*

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}$ risulta $n \geq -6$
- [X] vero
- [ ] falso

$\exists\, a < -2 \,:\, a \in \mathbf{Q}$
- [X] vero
- [ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [3,6]$, $B = [1,3]$, il numero 2 appartiene a
- [X] $A \cup B$
- [ ] $A \cap B$
- [ ] $A \backslash B$
- [X] $B \setminus A$
- [ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$A =$ intorno di $x_1 = 2$ di ampiezza $\delta_1 = 4$

$B =$ intorno destro di $x_2 = 3$ di ampiezza $\delta_2 = 1$,

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

- [ ] $A \cap B$ é vuoto
- [X] $[0,1] \subseteq A \setminus B$
- [X] $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (2,0) \in \mathbf{R}^2 \;, \quad Q = (4,-2) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$2\sqrt{2}$

5. Posto

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1} \quad , \qquad g(x) = x+1,$$

calcolare (scrivendo la risposta mediante un'unica frazione):

$(f \circ g)\,(x) + (g \circ f)\,(x) = \dfrac{5x^2 + x - 3}{(x-1)x}$

6. Mettere una sola crocetta in modo da rendere vera l' affermazione seguente e tracciare, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza nominata nell'affermazione:

Il dominio della funzione potenza con esponente -6 é

☐ $\mathbf{R}$	☐ $]0,+\infty[\setminus\mathbf{N}$	☐ $]-\infty,0[$	☐ $\mathbf{N}$
☐ $[0,+\infty[$	☐ $]-\infty,0[\setminus\mathbf{Z}$	☐ $]0,1[$	☐ $\mathbf{Z}$
☐ $]0,+\infty[$	☐ $]-\infty,0]$	☒ $\mathbf{R}\setminus\{0\}$	☐ $\mathbf{Z}\setminus\mathbf{N}$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(3x)}{\operatorname{sen}^2(6x)}=\frac{1}{8}$

8. Calcolare $D\left(\dfrac{\operatorname{arctg}x}{x+\operatorname{sen}x}\right)=\dfrac{\frac{x+\operatorname{sen}x}{x^2+1}-(\cos x+1)\operatorname{arctg}x}{(x+\operatorname{sen}x)^2}$

9. Calcolare $\displaystyle\int \operatorname{sen}(5x)\,dx=-\frac{1}{5}\cos(5x)+c$

10. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(3,0,3)$ $\quad\mathbf{v}=\left(-\frac{2}{3},-\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=3\sqrt{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}},0,\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(1,-2,2)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{3\pi}{4}$

11. Date le seguenti rette r, r', rispondere alle seguenti domande: r e r' sono parallele? r e r' sono ortogonali?

$$r: 4x-y+4=0\,,\quad r': 8x-2y+7=0$$

Risposta: *sono parallele, non sono ortogonali*

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}$ risulta $n^2 > 0$
- ☐ vero
- ☒ falso

$\exists\, a \in \{-2, -1, 0, 1, 2\} : a \in \mathbf{N}^+$
- ☒ vero
- ☐ falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [2, 5]$, $B = [4, 6]$, il numero 5 appartiene a
- ☒ $A \cup B$
- ☒ $A \cap B$
- ☐ $A \backslash B$
- ☐ $B \setminus A$
- ☐ $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

A = intorno di $x_1 = 2$ di ampiezza $\delta_1 = 1$

B = intorno destro di $x_2 = 0$ di ampiezza $\delta_2 = 5$,

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

- ☐ $A \cap B$ é vuoto
- ☐ $[0, 1] \subseteq A \setminus B$
- ☒ $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (0, 4) \in \mathbf{R}^2 \;, \quad Q = (2, 2) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$2\sqrt{2}$

5. Posto

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x - 2} \;, \qquad g(x) = x + 1,$$

calcolare (scrivendo la risposta mediante un'unica frazione):

$$(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x) = \frac{5\left(x^2 - x - 1\right)}{(x-2)(x-1)} = \frac{5\left(x^2 - x - 1\right)}{x^2 - 3x + 2}$$

6. Mettere una sola crocetta in modo da rendere vera l' affermazione seguente e tracciare, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza nominata nell'affermazione:

L'immagine della funzione potenza con esponente $-\frac{4}{3}$ é

☐ $\mathbf{R}$	☐ $]0,+\infty[\setminus\mathbf{N}$	☐ $]-\infty,0[$	☐ $\mathbf{N}$
☐ $[0,+\infty[$	☐ $]-\infty,0[\setminus\mathbf{Z}$	☐ $]0,1[$	☐ $\mathbf{Z}$
☒ $]0,+\infty[$	☐ $]-\infty,0]$	☐ $\mathbf{R}\setminus\{0\}$	☐ $\mathbf{Z}\setminus\mathbf{N}$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 1} \frac{(1+\log x)^4 - 1}{\log x} = 4$

8. Calcolare $D\left((7x^2 + x^5)\log(2+e^x)\right) = (14x + 5x^4)\log(2+e^x) + (7x^2 + x^5)\frac{e^x}{2+e^x}$

9. Calcolare $\int \frac{e^x}{(e^x)^2 + 1}\,dx = \operatorname{arctg}(e^x) + c$

10. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}$+3$\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(4,0,4)$ $\quad \mathbf{v}=\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 4\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, \frac{13}{4}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{3\pi}{4}$

11. Date le seguenti rette r, r', rispondere alle seguenti domande: r e r' sono parallele? r e r' sono ortogonali?

$$r : x + y + 9 = 0\,, \quad r' : x - y - 3 = 0$$

Risposta: *non sono parallele, sono ortogonali*

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall n \in \mathbf{N}^+$ risulta $n > -\dfrac{7}{2}$ ☒ vero ☐ falso

$\exists n \in \mathbf{N} : n \in]-1, 0]$ ☒ vero ☐ falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [1, 5[$, $B =]2, 3[$, il numero 2 appartiene a
☒ $A \cup B$
☐ $A \cap B$
☒ $A \backslash B$
☐ $B \setminus A$
☐ $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$$A = \text{intorno di } x_1 = -1 \text{ di ampiezza } \delta_1 = 3$$
$$B = \text{intorno destro di } x_2 = 2 \text{ di ampiezza } \delta_2 = \frac{1}{2},$$

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

☒ $A \cap B$ é vuoto
☒ $[0, 1] \subseteq A \setminus B$
☐ $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (2, 4) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (-1, 3) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$\sqrt{10}$

5. Posto

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-2} \ , \qquad g(x) = x - 1,$$

calcolare (scrivendo la risposta mediante un'unica frazione):

$$(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x) = \frac{3x^2 - 5x - 7}{(x-3)(x-2)} = \frac{3x^2 - 5x - 7}{x^2 - 5x + 6}$$

6. Mettere una sola crocetta in modo da rendere vera l' affermazione seguente e tracciare, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza nominata nell'affermazione:

Il dominio della funzione potenza con esponente -13 é

$\square$	$\mathbf{R}$	$\square$	$]0, +\infty[\setminus \mathbf{N}$	$\square$	$]-\infty, 0[$	$\square$	$\mathbf{N}$
$\square$	$[0, +\infty[$	$\square$	$]-\infty, 0[\setminus \mathbf{Z}$	$\square$	$]0, 1[$	$\square$	$\mathbf{Z}$
$\square$	$]0, +\infty[$	$\square$	$]-\infty, 0]$	$\boxed{X}$	$\mathbf{R} \setminus \{0\}$	$\square$	$\mathbf{Z} \setminus \mathbf{N}$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{5^{\mathrm{sen}x} - 1}{\mathrm{tg}x} = \log 5$

8. Calcolare $D\left(\log\left(8x^2 + 3x - 7\right)\right) = \dfrac{16x + 3}{8x^2 + 3x - 7}$

9. Calcolare $\displaystyle\int \frac{1}{1 + 4x^2}\, dx = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}(2x) + c$

10. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(0, -3, 1)$ $\quad \mathbf{v}=(-2, -1, -3)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = \sqrt{10}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(0, -\dfrac{3}{\sqrt{10}}, \dfrac{1}{\sqrt{10}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(-6, -6, -8)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=0$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{2}$

11. Date le seguenti rette r, r', rispondere alle seguenti domande: r e r' sono parallele? r e r' sono ortogonali?

$$r : x + 2y + 4 = 0\,, \quad r' : -2x - 3y + 3 = 0$$

Risposta: *non sono parallele, non sono ortogonali*

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, q \in \mathbf{Q}$ risulta $q > 0$
☐ vero
☒ falso

$\exists\, q \in \mathbf{Q} \,:\, q \in [\sqrt{2}, \sqrt{5}]$
☒ vero
☐ falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [2, 4]$, $B = [2, 5]$, il numero 3 appartiene a
☒ $A \cup B$
☒ $A \cap B$
☐ $A \backslash B$
☐ $B \setminus A$
☐ $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$$A = \text{intorno di } x_1 = 1 \text{ di ampiezza } \delta_1 = \frac{1}{2}$$
$$B = \text{intorno destro di } x_2 = 2 \text{ di ampiezza } \delta_2 = 1,$$

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

☒ $A \cap B$ é vuoto
☐ $[0, 1] \subseteq A \setminus B$
☐ $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (2, 4) \in \mathbf{R}^2 \;, \quad Q = (-3, 1) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$\sqrt{34}$

5. Posto

$$f(x) = \frac{x+2}{x-1} \quad , \qquad g(x) = x + 1,$$

calcolare (scrivendo la risposta mediante un'unica frazione):

$$(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x) = \frac{3\left(x^2 + x - 1\right)}{(x-1)x}$$

6. Mettere una sola crocetta in modo da rendere vera l' affermazione seguente e tracciare, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza nominata nell'affermazione:

L'immagine della funzione potenza con esponente $-\frac{5}{3}$ é

☐ $\mathbf{R}$	☐ $]0,+\infty[\setminus\mathbf{N}$	☐ $]-\infty,0[$	☐ $\mathbf{N}$
☐ $[0,+\infty[$	☐ $]-\infty,0[\setminus\mathbf{Z}$	☐ $]0,1[$	☐ $\mathbf{Z}$
☒ $]0,+\infty[$	☐ $]-\infty,0]$	☐ $\mathbf{R}\setminus\{0\}$	☐ $\mathbf{Z}\setminus\mathbf{N}$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0} \frac{3^{\operatorname{tg}x} - 1}{\operatorname{arctg}(6x)} = \frac{\log 3}{6}$

8. Calcolare $D\left(e^{\frac{2x+4}{x+5}}\right) = \frac{6e^{\frac{2(x+2)}{x+5}}}{(x+5)^2}$

9. Calcolare $\int e^{\cos x} \operatorname{sen} x dx = -e^{\cos x} + c$

10. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(1,-3,0)$ $\quad$ $\mathbf{v}=(-3,-1,-2)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = \sqrt{10}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{10}}, -\frac{3}{\sqrt{10}}, 0\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(-8,-6,-6)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=0$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{2}$

11. Date le seguenti rette r, r', rispondere alle seguenti domande: r e r' sono parallele? r e r' sono ortogonali?

$$r: 3x - 2y + 4 = 0\,, \quad r': x - y + 3 = 0$$

Risposta: *non sono parallele, non sono ortogonali*