ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}^+$ risulta $n^2 \geq 0$
- [X] vero
- [ ] falso

$\exists\, n \in \mathbf{N} : n > 1$
- [X] vero
- [ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [1, 3[$, $B = [0, 3]$, il numero 2 appartiene a
- [X] $A \cup B$
- [X] $A \cap B$
- [ ] $A \backslash B$
- [ ] $B \setminus A$
- [ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Dati i punti:

$$P = (2, 4) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (-2, -4) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$4\sqrt{5}$

4. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione che appare al primo membro: $\arccos x > \frac{\pi}{6}$ Risposta: $\left[-1, \frac{\sqrt{3}}{2}\right[$

5. Posto

$$f(x) = x + 3 \ , \qquad g(x) = \log(x + 1),$$

calcolare

$(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x) = \log(x + 1) + \log(x + 4) + 3$

6. Posto

$$x_0 = 9 \in \mathbf{R} \ , \qquad \delta = 6 \in]0, +\infty[\ , \qquad A =]5, 16] \subset \mathbf{R} \ ,$$

determinare

$(]x_0 - \delta, x_0 + \delta[\backslash\{x_0\}) \cap A =]5, 15[\backslash\{9\} =]5, 9[\cup]9, 15[$

7. Dati x_0 e A come nell'esercizio precedente, é vero che x_0 é di accumulazione per A?

$\boxed{\text{X}}$ SI
$\square$ NO

8. Calcolare il seguente limite, scrivendo la risposta tramite un'unica frazione:

$$\lim_{x \to 5} \frac{1^x + x}{5x + 1} = \frac{3}{13}$$

9. Calcolare $D\left(\log\left(9x^2 + 15x - 5\right)\right) = \dfrac{18x + 15}{9x^2 + 15x - 5}$

10. Calcolare $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{1 - 9x^2}}\, dx = \frac{1}{3}\text{arcsen}(3x) + c$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3, -1, 0)$ $\quad$ $\mathbf{v}=(1, -2, -2)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (2, 6, -5)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = \sqrt{65}$

12. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $\quad r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}^+$ risulta $2n \in \mathbf{R}$ — [X] vero [ ] falso

$\exists\, n \in \mathbf{N}^+ \,:\, n \geq 0$ — [X] vero [ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [-1, 1[$, $B = [-4, 2]$, il numero 3 appartiene a

- [ ] $A \cup B$
- [ ] $A \cap B$
- [ ] $A \backslash B$
- [ ] $B \setminus A$
- [X] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Dati i punti:

$$P = (2, 4) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (0, -2) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$2\sqrt{10}$

4. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione che appare al primo membro: $\text{arctg}x < \dfrac{\pi}{3}$ Risposta: $\left]-\infty, \sqrt{3}\right[$

5. Posto

$$f(x) = 3x + \cos x \quad , \qquad g(x) = \log(x + 1),$$

calcolare

$(f \circ g)\,(x) + (g \circ f)\,(x) = 3\log(x + 1) + \cos(\log(x + 1)) + \log(3x + \cos x + 1)$

6. Posto

$$x_0 = 2 \in \mathbf{R} \ , \qquad \delta = 4 \in]0, +\infty[\ , \qquad A = [3, 6] \subset \mathbf{R} \ ,$$

determinare

$(]x_0 - \delta, x_0 + \delta[\backslash\{x_0\}) \cap A = [3, 6[$

7. Dati x_0 e A come nell'esercizio precedente, é vero che x_0 é di accumulazione per A?

☐ SI
☒ NO

8. Calcolare il seguente limite, scrivendo la risposta tramite un'unica frazione:

$$\lim_{x\to\frac{1}{\sqrt{3}}} \frac{\mathrm{arctg}x}{\pi} + \frac{1}{x} = \frac{6\sqrt{3}+1}{6}$$

9. Calcolare $D\left(e^{\frac{2x-4}{2x+1}}\right) = \dfrac{10e^{\frac{2(x-2)}{2x+1}}}{(2x+1)^2}$

10. Calcolare $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2(7x)}\,dx = \frac{1}{7}\mathrm{tg}(7x) + c$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(4,-2,0)$ $\quad \mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (4,8,-6)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 2\sqrt{29}$

12. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \{1, 2\}$ risulta $n \in \mathbf{Z}$ [X] vero [ ] falso

$\exists\, n \in \mathbf{N} :\ n^2 = 4$ [X] vero [ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [1, 3]$, $B = [3, 7]$, il numero 2 appartiene a

[X] $A \cup B$
[ ] $A \cap B$
[X] $A \backslash B$
[ ] $B \setminus A$
[ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Dati i punti:

$$P = (0, 4) \in \mathbf{R}^2\ , \quad Q = (1, -1) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$\sqrt{26}$

4. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione che appare al primo membro: $\mathrm{arctg} x > \frac{\pi}{4}$ Risposta: $]1, +\infty[$

5. Posto

$$f(x) = 4e^x + 2\ \ , \qquad g(x) = \cos(x + 1),$$

calcolare

$(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x) = \cos(4e^x + 3) + 4e^{\cos(x+1)} + 2$

6. Posto

$$x_0 = 3 \in \mathbf{R}\ , \qquad \delta = 5 \in]0, +\infty[\ , \qquad A = [8, 9[\subset \mathbf{R}\ ,$$

determinare

$(]x_0 - \delta, x_0 + \delta[\backslash \{x_0\}) \cap A = \emptyset$

7. Dati x_0 e A come nell'esercizio precedente, é vero che x_0 é di accumulazione per A?

☐ SI
☒ NO

8. Calcolare il seguente limite, scrivendo la risposta tramite un'unica frazione:

$$\lim_{x\to 2} \frac{1}{\pi} \arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{x}\right) = \frac{1}{4}$$

9. Calcolare $D\left(\log\left(x^2+4x-12\right)\right) = \dfrac{2x+4}{x^2+4x-12}$

10. Calcolare $\displaystyle\int \sqrt{3x}\, dx = \frac{2}{3}\sqrt{3}x^{3/2} + c$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(-3,-2,0)$ $\mathbf{v}=(1,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (-4,6,8)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 2\sqrt{29}$

12. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, a \leq 5$ risulta $a \in \mathbf{Q}$

- [ ] vero
- [X] falso

$\exists\, n \in \mathbf{N}^+ \,:\, n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

- [X] vero
- [ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [0, 1]$, $B = [2, 3]$, il numero 4 appartiene a

- [ ] $A \cup B$
- [ ] $A \cap B$
- [ ] $A \backslash B$
- [ ] $B \setminus A$
- [X] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Dati i punti:

$$P = (0, 4) \in \mathbf{R}^2\ , \quad Q = (3, -3) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$\sqrt{58}$

4. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione che appare al primo membro: $\operatorname{arctg} x > \dfrac{\pi}{3}$ Risposta: $\left]\sqrt{3}, +\infty\right[$

5. Posto

$$f(x) = 2x + 4 \log x \ \ , \qquad g(x) = x + 1,$$

calcolare

$(f \circ g)\,(x) + (g \circ f)\,(x) = 4x + 4 \log x + 4 \log(x + 1) + 3$

6. Posto

$$x_0 = 5 \in \mathbf{R}\ , \qquad \delta = 2 \in]0, +\infty[\ , \qquad A =]1, 4[\subset \mathbf{R}\ ,$$

determinare

$(]x_0 - \delta, x_0 + \delta[\backslash \{x_0\}) \cap A =]3, 4[$

7. Dati x_0 e A come nell'esercizio precedente, é vero che x_0 é di accumulazione per A?

$\square$ SI
$\boxed{\text{X}}$ NO

8. Calcolare il seguente limite, scrivendo la risposta tramite un'unica frazione:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{4}} \sqrt{2}\text{sen}x - \frac{\cos x}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

9. Calcolare $D\left(e^{\frac{2x+4}{3x+1}}\right) = -\dfrac{10e^{\frac{2(x+2)}{3x+1}}}{(3x+1)^2}$

10. Calcolare $\displaystyle\int \frac{\text{sen}x}{\cos x}\, dx = -\log|\cos x| + c$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3,-2,0)$ $\quad$ $\mathbf{v}=(3,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (-4,-6,0)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 2\sqrt{13}$

12. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $\quad r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, q \in \{4, 9\}$ risulta $q \in \mathbf{N}^+$
- [X] vero
- [ ] falso

$\exists\, a \in \mathbf{Z} : \, a \in \left\{-\frac{8}{3}, \frac{1}{2}, \frac{15}{4}\right\}$
- [ ] vero
- [X] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [0, 6]$, $B = [2, 5]$, il numero 3 appartiene a
- [X] $A \cup B$
- [X] $A \cap B$
- [ ] $A \backslash B$
- [ ] $B \setminus A$
- [ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Dati i punti:

$$P = (4, 2) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (-1, 3) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$\sqrt{26}$

4. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione che appare al primo membro: $\text{arcsen} x < \frac{\pi}{6}$ Risposta: $\left[-1, \frac{1}{2}\right[$

5. Posto

$$f(x) = x + \text{sen}(x + 1) \quad , \qquad g(x) = x^2,$$

calcolare

$(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x) = 2x^2 + \text{sen}\left(x^2 + 1\right) + \text{sen}^2(x + 1) + 2x\text{sen}(x + 1)$

6. Posto

$$x_0 = 6 \in \mathbf{R} \ , \qquad \delta = 5 \in]0, +\infty[\ , \qquad A = [1, 6] \subset \mathbf{R} \ ,$$

determinare

$(]x_0 - \delta, x_0 + \delta[\backslash \{x_0\}) \cap A =]1, 6[$

7. Dati x_0 e A come nell'esercizio precedente, é vero che x_0 é di accumulazione per A?

$\boxed{\text{X}}$ SI
$\square$ NO

8. Calcolare il seguente limite, scrivendo la risposta tramite un'unica frazione:

$$\lim_{x \to 3} \frac{x+1}{2^x+2} = \frac{2}{5}$$

9. Calcolare $D\left(\log\left(2x^2 - 7x + 9\right)\right) = \dfrac{4x-7}{2x^2-7x+9}$

10. Calcolare $\displaystyle\int \frac{1}{6x}\,dx = \frac{\log|x|}{6} + c$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3,-1,0)$ $\quad$ $\mathbf{v}=(3,-2,4)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (-4,-12,-3)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 13$

12. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $\quad r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}$ risulta $n \in [-3, +\infty[$ $\boxed{X}$ vero $\Box$ falso

$\exists\, a \in]0,1[\, :\, a \in \mathbf{Q}$ $\boxed{X}$ vero $\Box$ falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [1,4]$, $B = [0,8]$, il numero 6 appartiene a
- $\boxed{X}$ $A \cup B$
- $\Box$ $A \cap B$
- $\Box$ $A \backslash B$
- $\boxed{X}$ $B \setminus A$
- $\Box$ $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Dati i punti:

$$P = (4,2) \in \mathbf{R}^2\ , \quad Q = (-3,1) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$5\sqrt{2}$

4. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione che appare al primo membro: $\operatorname{arcsen} x < \dfrac{\pi}{4}$ Risposta: $\left[-1, \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right[$

5. Posto

$$f(x) = x^2 + \operatorname{tg}(x+1)\ , \qquad g(x) = x+1,$$

calcolare

$(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x) = 2\left(x^2 + x + 1\right) + \operatorname{tg}(x+1) + \operatorname{tg}(x+2)$

6. Posto

$$x_0 = 4 \in \mathbf{R}\ , \qquad \delta = 3 \in]0, +\infty[\ , \qquad A = [0,8[\subset \mathbf{R}\ ,$$

determinare

$(]x_0 - \delta, x_0 + \delta[\backslash \{x_0\}) \cap A =]1,7[\backslash \{4\} =]1,4[\cup]4,7[$

7. Dati x_0 e A come nell'esercizio precedente, é vero che x_0 é di accumulazione per A?

$\boxed{X}$ SI
$\square$ NO

8. Calcolare il seguente limite, scrivendo la risposta tramite un'unica frazione:

$$\lim_{x\to 1} \operatorname{arcsen} x + \arccos x + \operatorname{arctg} x = \frac{3\pi}{4}$$

9. Calcolare $D\left(e^{\frac{2x-4}{x+3}}\right) = \dfrac{10e^{\frac{2(x-2)}{x+3}}}{(x+3)^2}$

10. Calcolare $\displaystyle\int \cos(9x)\,dx = \frac{1}{9}\operatorname{sen}(9x) + c$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(1,1,4)$ $\quad$ $\mathbf{v}=(0,2,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (-7,-1,2)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 3\sqrt{6}$

12. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}$ risulta $n^2 > -1$
[X] vero
[ ] falso

$\exists\, a \in \{1, 2\} \,:\, a \in \mathbf{N}^+$
[X] vero
[ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [1, 3]$, $B = [3, 7]$, il numero 2 appartiene a
[X] $A \cup B$
[ ] $A \cap B$
[X] $A \backslash B$
[ ] $B \setminus A$
[ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Dati i punti:

$$P = (3, 3) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (-3, -3) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$6\sqrt{2}$

4. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione che appare al primo membro: arcsen$x > \frac{\pi}{3}$ Risposta: $\left]\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right]$

5. Posto

$$f(x) = \cos\left(\frac{1}{\log x}\right) \quad , \qquad g(x) = x + 5,$$

calcolare

$$(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x) = \cos\left(\frac{1}{\log x}\right) + \cos\left(\frac{1}{\log(x+5)}\right) + 5$$

6. Posto

$$x_0 = 8 \in \mathbf{R} \ , \qquad \delta = 4 \in]0, +\infty[\ , \qquad A =]8, 9[\subset \mathbf{R} \ ,$$

determinare

$(]x_0 - \delta, x_0 + \delta[\backslash \{x_0\}) \cap A =]8, 9[$

7. Dati x_0 e A come nell'esercizio precedente, é vero che x_0 é di accumulazione per A?

$\boxed{\text{X}}$ SI
$\square$ NO

8. Calcolare il seguente limite, scrivendo la risposta tramite un'unica frazione:

$$\lim_{x\to 1} \frac{e^{4\operatorname{arctg} x} - e^x}{2x} = \frac{e^\pi - e}{2}$$

9. Calcolare $D\left(\log\left(3x^2 - 8x - 9\right)\right) = \dfrac{6x - 8}{3x^2 - 8x - 9}$

10. Calcolare $\displaystyle\int \frac{\cos x}{\cos^2(\operatorname{sen} x)}\, dx = \operatorname{tg}(\operatorname{sen} x) + c$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(2,0,2)$ $\quad$ $\mathbf{v}=(1,1,1)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (-2, 0, 2)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 2\sqrt{2}$

12. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $\quad r(A) = 2$, $r(B) = 1$