ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}^+$ risulta $n \in [-1, +\infty[$

- [X] vero
- [ ] falso

$\exists\, n \in \mathbf{N}^+ \,:\, n \leq \dfrac{5}{2}$

- [X] vero
- [ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [1, 3]$, $B = [3, 7]$, il numero 2 appartiene a

- [X] $A \cup B$
- [ ] $A \cap B$
- [X] $A \backslash B$
- [ ] $B \setminus A$
- [ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Dati i punti:

$$P = (-2, -4) \in \mathbf{R}^2 \;, \quad Q = (0, -2) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$2\sqrt{2}$

4. Risolvere la disequazione $\dfrac{x}{2} + 2 - \dfrac{2x}{3} < \dfrac{2x}{3} + 1$ Risposta: $\left]\dfrac{6}{5}, +\infty\right[$

5. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione che appare al primo membro: $\log_{\frac{1}{5}} x \leq 9$ Risposta: $\left[\left(\frac{1}{5}\right)^9, +\infty\right[$

6. Posto

$$x_0 = 4 \in \mathbf{R} \;, \qquad \delta = 2 \in]0, +\infty[\;, \qquad A =]5, 7] \subset \mathbf{R} \;,$$

determinare

$(]x_0 - \delta, x_0 + \delta[\backslash \{x_0\}) \cap A =]5, 6[$

7. Dati x_0 e A come nell'esercizio precedente, é vero che x_0 é di accumulazione per A?

- [ ] SI
- [X] NO

8. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 1} \frac{1}{\arccos x} = +\infty$

9. Calcolare $D\left(e^{\frac{3x+2}{4x+5}}\right) = \dfrac{7e^{\frac{3x+2}{4x+5}}}{(4x+5)^2}$

10. Calcolare $\int \operatorname{sen}(7x)\,dx = -\frac{1}{7}\cos(7x) + c$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,2,-1)$ $\quad$ $\mathbf{v}=(2,8,2)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 3$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(8,26,5)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=18$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

12. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, q \in [4,9]$ risulta $q \in \mathbf{N}^+$ ☐ vero ☒ falso

$\exists\, a \in \mathbf{Z} : \, a \in \left\{ -\frac{4}{3}, -2, \frac{1}{2}, \frac{15}{4} \right\}$ ☒ vero ☐ falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [0,1]$, $B = [2,3]$, il numero 4 appartiene a

☐ $A \cup B$
☐ $A \cap B$
☐ $A \backslash B$
☐ $B \setminus A$
☒ $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Dati i punti:

$$P = (-3,-3) \in \mathbf{R}^2 \,, \quad Q = (2,0) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$\sqrt{34}$

4. Risolvere la disequazione $\frac{x}{2} + 1 - \frac{x}{3} < \frac{2x}{3} + 4$ Risposta: $]-6,+\infty[$

5. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione che appare al primo membro: $4^x \geq 1$ Risposta: $[0,+\infty[$

6. Posto

$$x_0 = 8 \in \mathbf{R} \,, \qquad \delta = 2 \in]0,+\infty[\,, \qquad A =]3,6] \subset \mathbf{R} \,,$$

determinare

$(]x_0 - \delta, x_0 + \delta[\backslash\{x_0\}) \cap A = \emptyset$

7. Dati x_0 e A come nell'esercizio precedente, é vero che x_0 é di accumulazione per A?

☐ SI
☒ NO

8. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{2}\right)^{\log x} = +\infty$

9. Calcolare $D\left(\frac{\cos x}{x+\text{arctg}x}\right) = -\frac{\left(\frac{1}{x^2+1}+1\right)\cos x + \text{sen}x\,(x+\text{arctg}x)}{(x+\text{arctg}x)^2}$

10. Calcolare $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}\,\text{arcsen}x}\,dx = \log|\text{arcsen}x| + c$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,8,2)$ $\quad \mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 6\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{1}{3\sqrt{2}}, \frac{2\sqrt{2}}{3}, \frac{1}{3\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(5,2,-4)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-18$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{3\pi}{4}$

12. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $\quad r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}$ risulta $n \geq -6$
- [X] vero
- [ ] falso

$\exists\, a < -2 \,:\, a \in \mathbf{Q}$
- [X] vero
- [ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [0, 6]$, $B = [2, 5]$, il numero 3 appartiene a
- [X] $A \cup B$
- [X] $A \cap B$
- [ ] $A \backslash B$
- [ ] $B \setminus A$
- [ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Dati i punti:

$$P = (-3, -3) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (4, -2) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$5\sqrt{2}$

4. Risolvere la disequazione $\dfrac{5x}{2} - 2 + \dfrac{2x}{3} < x - \dfrac{2}{3}$ Risposta: $\left]-\infty, \dfrac{8}{13}\right[$

5. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione che appare al primo membro: $\left(\dfrac{2}{5}\right)^x \geq 7$ Risposta: $\left]-\infty, \log_{\frac{2}{5}} 7\right]$

6. Posto

$$x_0 = 1 \in \mathbf{R} \ , \qquad \delta = 4 \in]0, +\infty[\ , \qquad A = [-3, 1] \subset \mathbf{R} \ ,$$

determinare

$(]x_0 - \delta, x_0 + \delta[\backslash\{x_0\}) \cap A =]-3, 1[$

7. Dati x_0 e A come nell'esercizio precedente, é vero che x_0 é di accumulazione per A?

- [X] SI
- [ ] NO

8. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to+\infty} \arccos\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x\right) = \frac{\pi}{2}$

9. Calcolare $D\left(\operatorname{arctg}\left(e^{x^2}+x^2\right)\right) = \frac{2x(e^{x^2}+1)}{1+\left(e^{x^2}+x^2\right)^2}$

10. Calcolare $\int \frac{1}{1+9x^2}\,dx = \frac{1}{3}\operatorname{arctg}(3x)+c$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(-1,0,-\sqrt{3}\right)$ $\quad \mathbf{v}=\left(\sqrt{3},0,1\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=2$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(-\frac{1}{2},0,-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(-1+3\sqrt{3},0,3-\sqrt{3}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-2\sqrt{3}$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{5\pi}{6}$

12. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=1$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}$ risulta $n^2 > 0$
- ☐ vero
- ☒ falso

$\exists\, a \in \{-2, -1, 0, 1, 2\} \,:\, a \in \mathbf{N}^+$
- ☒ vero
- ☐ falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [1, 4]$, $B = [0, 8]$, il numero 6 appartiene a
- ☒ $A \cup B$
- ☐ $A \cap B$
- ☐ $A \backslash B$
- ☒ $B \setminus A$
- ☐ $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Dati i punti:

$$P = (0, -2) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (3, -1) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist$(P,Q)=\sqrt{10}$

4. Risolvere la disequazione $\dfrac{x}{2} - 2 + \dfrac{2x}{3} < 2x - \dfrac{2}{3}$ Risposta: $\left]-\dfrac{8}{5}, +\infty\right[$

5. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione che appare al primo membro: $\left(\frac{9}{5}\right)^x \geq 1$ Risposta: $[0, +\infty[$

6. Posto

$$x_0 = 7 \in \mathbf{R} \ , \qquad \delta = 3 \in]0, +\infty[\ , \qquad A =]4, 8[\subset \mathbf{R} \ ,$$

determinare

$(]x_0 - \delta, x_0 + \delta[\backslash \{x_0\}) \cap A =]4, 8[\backslash \{7\} =]4, 7[\cup]7, 8[$

7. Dati x_0 e A come nell'esercizio precedente, é vero che x_0 é di accumulazione per A?

- ☒ SI
- ☐ NO

8. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 1} e^{\arccos x} = 1$

9. Calcolare $D\left(\dfrac{\mathrm{arctg}x}{x+\mathrm{arctg}x}\right) = -\dfrac{x^2\mathrm{arctg}x - x + \mathrm{arctg}x}{(x^2+1)\,(x+\mathrm{arctg}x)^2}$

10. Calcolare $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{1-4x^2}}\,dx = \frac{1}{2}\mathrm{arcsen}(2x) + c$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}$+3$\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(-\dfrac{1}{2}, 0, -\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $\quad \mathbf{v}=\left(2\sqrt{3}, 0, 2\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 1$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(-\dfrac{1}{2}, 0, -\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(-\dfrac{1}{2}+6\sqrt{3}, 0, 6-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-2\sqrt{3}$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{5\pi}{6}$

12. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $\quad r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}^{+}$ risulta $n > -\frac{7}{2}$ [X] vero [ ] falso

$\exists\, n \in \mathbf{N} : n \in]-1,0]$ [X] vero [ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [1,3]$, $B = [3,7]$, il numero 2 appartiene a

[X] $A \cup B$
[ ] $A \cap B$
[X] $A \backslash B$
[ ] $B \setminus A$
[ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Dati i punti:

$$P = (0,-2) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (5,-3) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$\sqrt{26}$

4. Risolvere la disequazione $\frac{5x}{3} - 1 + \frac{x}{2} \leq 2 + x$ Risposta: $\left]-\infty, \frac{18}{7}\right]$

5. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione che appare al primo membro: $\left(\frac{3}{5}\right)^x \geq 7$ Risposta: $\left]-\infty, \log_{\frac{3}{5}} 7\right]$

6. Posto

$$x_0 = 9 \in \mathbf{R} \ , \qquad \delta = 6 \in]0,+\infty[\ , \qquad A =]5,16] \subset \mathbf{R} \ ,$$

determinare

$(]x_0 - \delta, x_0 + \delta[\backslash\{x_0\}) \cap A =]5,15[\backslash\{9\} =]5,9[\cup]9,15[$

7. Dati x_0 e A come nell'esercizio precedente, é vero che x_0 é di accumulazione per A?

[X] SI
[ ] NO

8. Calcolare, se esiste, il limite $\lim\limits_{x\to 0} \log(\text{arcsen}x) = -\infty$

9. Calcolare $D\left(\log\left(6x^2+4x-5\right)\right) = \dfrac{12x+4}{6x^2+4x-5}$

10. Calcolare $\displaystyle\int \frac{e^{\text{tg}x}}{\cos^2 x}\,dx = e^{\text{tg}x}+c$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}$+3$\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(8,-2,2)$ $\quad\mathbf{v}=\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2},-\dfrac{1}{2}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 6\sqrt{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{2\sqrt{2}}{3},-\dfrac{1}{3\sqrt{2}},\dfrac{1}{3\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\dfrac{19}{2},\dfrac{5}{2},\dfrac{1}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=0$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{2}$

12. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Risposta: $\quad r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, q \in \mathbf{Q}$ risulta $q > 0$
- ☐ vero
- ☒ falso

$\exists\, q \in \mathbf{Q} \,:\, q \in [\sqrt{2}, \sqrt{5}]$
- ☒ vero
- ☐ falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [0, 1[$, $B = [-2, 0]$, il numero 1 appartiene a
- ☐ $A \cup B$
- ☐ $A \cap B$
- ☐ $A \backslash B$
- ☐ $B \setminus A$
- ☒ $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Dati i punti:

$$P = (2, 0) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (4, -2) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$2\sqrt{2}$

4. Risolvere la disequazione $\dfrac{5x}{2} - 1 + \dfrac{x}{3} \geq 2 + x$ Risposta: $\left[\dfrac{18}{11}, +\infty\right[$

5. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione che appare al primo membro: $\log_{\frac{1}{9}} x < 7$ Risposta: $\left]\left(\frac{1}{9}\right)^7, +\infty\right[$

6. Posto

$$x_0 = 2 \in \mathbf{R} \ , \qquad \delta = 4 \in]0, +\infty[\ , \qquad A = [3, 6] \subset \mathbf{R} \ ,$$

determinare

$(]x_0 - \delta, x_0 + \delta[\backslash \{x_0\}) \cap A = [3, 6[$

7. Dati x_0 e A come nell'esercizio precedente, é vero che x_0 é di accumulazione per A?

- ☐ SI
- ☒ NO

8. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0} \operatorname{arctg}(x^{-6}) = \frac{\pi}{2}$

9. Calcolare $D\left(\frac{\operatorname{arctg}x}{x+e^x}\right) = \frac{\frac{x+e^x}{x^2+1} - (e^x+1)\operatorname{arctg}x}{(x+e^x)^2} = -\frac{e^x x^2 \operatorname{arctg}x + x^2\operatorname{arctg}x - x - e^x + e^x\operatorname{arctg}x + \operatorname{arctg}x}{(x+e^x)^2(x^2+1)}$

10. Calcolare $\int \frac{1}{\cos^2(3x)}\,dx = \frac{1}{3}\operatorname{tg}(3x) + c$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(1,1,-\frac{1}{2}\right)$ $\quad \mathbf{v}=(2,8,2)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = \frac{3}{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(7, 25, \frac{11}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=9$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{4}$

12. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}^+$ risulta $n^2 \geq 0$

[X] vero
[ ] falso

$\exists\, n \in \mathbf{N} \,:\, n > 1$

[X] vero
[ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [0, 3]$, $B = [2, 5]$, il numero 1 appartiene a

[X] $A \cup B$
[ ] $A \cap B$
[X] $A \backslash B$
[ ] $B \setminus A$
[ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Dati i punti:

$$P = (0, 4) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (2, 2) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$2\sqrt{2}$

4. Risolvere la disequazione $\dfrac{5x}{3} - 1 + \dfrac{2x}{5} < 3 + 3x$ Risposta: $\left]-\dfrac{30}{7}, +\infty\right[$

5. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione che appare al primo membro: $5^x \geq 0$ Risposta: $\mathbf{R}$

6. Posto

$$x_0 = 3 \in \mathbf{R} \ , \qquad \delta = 5 \in]0, +\infty[\ , \qquad A = [8, 9[\subset \mathbf{R} \ ,$$

determinare

$(]x_0 - \delta, x_0 + \delta[\backslash \{x_0\}) \cap A = \emptyset$

7. Dati x_0 e A come nell'esercizio precedente, é vero che x_0 é di accumulazione per A?

[ ] SI
[X] NO

8. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0} \log(\text{arcsen}x) = -\infty$

9. Calcolare $D\left(\log\left(3x^2+5x-2\right)\right) = \dfrac{6x+5}{3x^2+5x-2}$

10. Calcolare $\displaystyle\int \text{sen}(5x)\,dx = -\frac{1}{5}\cos(5x) + c$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(6,6,-3)$ $\quad \mathbf{v}=\left(\frac{1}{3},\frac{4}{3},\frac{1}{3}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 9$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{2}{3},\dfrac{2}{3},-\dfrac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(7,10,-2)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=9$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

12. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $\quad r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}^+$ risulta $2n \in \mathbf{R}$
[X] vero
[ ] falso

$\exists\, n \in \mathbf{N}^+ \,:\, n \geq 0$
[X] vero
[ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [1, 4[$, $B = [4, 7]$, il numero 4 appartiene a
[X] $A \cup B$
[ ] $A \cap B$
[ ] $A \backslash B$
[X] $B \setminus A$
[ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Dati i punti:

$$P = (2, 4) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (-1, 3) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$\sqrt{10}$

4. Risolvere la disequazione $\dfrac{5x}{2} + \dfrac{3x}{4} > 1 + 3x$ Risposta: $]4, +\infty[$

5. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione che appare al primo membro: $\left(\dfrac{3}{5}\right)^x \geq 2$ Risposta: $\left]-\infty, \log_{\frac{3}{5}} 2\right]$

6. Posto

$$x_0 = 5 \in \mathbf{R} \ , \qquad \delta = 2 \in]0, +\infty[\ , \qquad A =]1, 4[\subset \mathbf{R} \ ,$$

determinare

$(]x_0 - \delta, x_0 + \delta[\backslash \{x_0\}) \cap A =]3, 4[$

7. Dati x_0 e A come nell'esercizio precedente, é vero che x_0 é di accumulazione per A?

[ ] SI
[X] NO

8. Calcolare, se esiste, il limite $\lim\limits_{x\to-\infty} \operatorname{arcsen}(e^x) = 0$

9. Calcolare $D\left(e^{\frac{3x-2}{5x+4}}\right) = \dfrac{22e^{\frac{3x-2}{5x+4}}}{(5x+4)^2}$

10. Calcolare $\displaystyle\int \frac{e^x}{(e^x)^2+1}\,dx = \operatorname{arctg}(e^x) + c$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(5, 5, -\dfrac{5}{2}\right)$ $\quad \mathbf{v}=\left(\dfrac{2}{5}, \dfrac{8}{5}, \dfrac{2}{5}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = \dfrac{15}{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{2}{3}, \dfrac{2}{3}, -\dfrac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\dfrac{31}{5}, \dfrac{49}{5}, -\dfrac{13}{10}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=9$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

12. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Risposta: $\quad r(A) = 2$, $r(B) = 2$