

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME:

COGNOME:

MATRICOLA:

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall a \leq 5$ risulta $a \in \mathbf{Q}$ vero
 falso

$\exists n \in \mathbf{N}^+ : n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ vero
 falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [3, 5[$, $B = [5, 9]$, il numero 4 appartiene a

<input checked="" type="checkbox"/>	$A \cup B$
<input type="checkbox"/>	$A \cap B$
<input checked="" type="checkbox"/>	$A \setminus B$
<input type="checkbox"/>	$B \setminus A$
<input type="checkbox"/>	$\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$A =$ intorno di $x_1 = 3$ di ampiezza $\delta_1 = 5$

$B =$ intorno destro di $x_2 = -2$ di ampiezza $\delta_2 = 2$,

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

$A \cap B$ é vuoto
 $[0, 1] \subseteq A \setminus B$
 $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (2, 4) \in \mathbf{R}^2, \quad Q = (-2, -4) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): $\text{dist}(P, Q) = 4\sqrt{5}$

5. Posto

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x - 2}, \quad g(x) = x - 1,$$

calcolare (scrivendo la risposta mediante un'unica frazione):

$$(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x) = \frac{3x^2 - 5x - 7}{(x - 3)(x - 2)} = \frac{3x^2 - 5x - 7}{x^2 - 5x + 6}$$

6. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza che appare al primo membro: $x^{-2} \leq -3$ Risposta: \emptyset

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + \arctg x)^5 - 1}{e^{5x} - 1} = 1$

8. Calcolare $D(-x^2 + 2x^2 \log x) = 4x \log x$

9. Calcolare $\int e^{\cos x} \operatorname{sen} x dx = -e^{\cos x} + c$

10. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2, r(B) = 1$

11. Date le seguenti rette r, r' , rispondere alle seguenti domande: r e r' sono parallele? r e r' sono ortogonali?

$$r : 4x - y + 4 = 0, \quad r' : 8x - 2y + 7 = 0$$

Risposta: *sono parallele, non sono ortogonali*

$$(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x) = \frac{3(x^2 + x - 1)}{(x - 1)x}$$

6. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza che appare al primo membro: $x^{-\frac{2}{5}} < 3$ Risposta: $]3^{-\frac{5}{2}}, +\infty[$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(3x)}{\sin^2(6x)} = \frac{1}{8}$

8. Calcolare $D(\log(2x^2 + 4x - 7)) = \frac{4x + 4}{2x^2 + 4x - 7}$

9. Calcolare $\int \frac{1}{\sqrt{1 - 9x^2}} dx = \frac{1}{3} \arcsen(3x) + c$

10. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2, r(B) = 2$

11. Date le seguenti rette r, r' , rispondere alle seguenti domande: r e r' sono parallele? r e r' sono ortogonali?
 $r : x + y + 9 = 0, \quad r' : x - y - 3 = 0$

Risposta: *non sono parallele, sono ortogonali*

6. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza che appare al primo membro: $x^{\frac{3}{5}} < 2$ Risposta: $\left[0, 2^{\frac{5}{3}}\right[$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1 + \log x)^4 - 1}{\log x} = 4$

8. Calcolare $D\left(e^{\frac{3x+2}{5-4x}}\right) = \frac{23e^{\frac{3x+2}{5-4x}}}{(5-4x)^2}$

9. Calcolare $\int \frac{1}{\cos^2(7x)} dx = \frac{1}{7} \text{tg}(7x) + c$

10. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2, r(B) = 1$

11. Date le seguenti rette r, r' , rispondere alle seguenti domande: r e r' sono parallele? r e r' sono ortogonali?

$$r : x + 2y + 4 = 0, \quad r' : -2x - 3y + 3 = 0$$

Risposta: *non sono parallele, non sono ortogonali*

$$(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x) = \frac{3x^2 + 11x + 9}{(x+1)(x+2)} = \frac{3x^2 + 11x + 9}{x^2 + 3x + 2}$$

6. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza che appare al primo membro: $x^{-7} < 5$ Risposta: $] -\infty, 0[\cup] 5^{-\frac{1}{7}}, +\infty [$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^{\sin x} - 1}{\operatorname{tg} x} = \log 5$

8. Calcolare $D(\log(3x^2 + 9x - 7)) = \frac{6x + 9}{3x^2 + 9x - 7}$

9. Calcolare $\int \sqrt{3x} dx = \frac{2}{3} \sqrt{3} x^{3/2} + c$

10. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2, r(B) = 2$

11. Date le seguenti rette r, r' , rispondere alle seguenti domande: r e r' sono parallele? r e r' sono ortogonali?

$$r : 3x - 2y + 4 = 0, \quad r' : x - y + 3 = 0$$

Risposta: *non sono parallele, non sono ortogonali*

$$(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x) = \frac{6(x-3)}{(x-4)(x-2)} = \frac{6(x-3)}{x^2 - 6x + 8}$$

6. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza che appare al primo membro: $x^{-3} < 3$ Risposta: $] -\infty, 0[\cup] 3^{-\frac{1}{3}}, +\infty [$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{\text{tg}x} - 1}{\text{arctg}(6x)} = \frac{\log 3}{6}$

8. Calcolare $D(e^{\text{arctg}x}) = \frac{e^{\text{arctg}x}}{1+x^2}$

9. Calcolare $\int \frac{\text{sen}x}{\cos x} dx = -\log|\cos x| + c$

10. Determinare, giustificando la risposta, il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2, r(B) = 1$

11. Date le seguenti rette r, r' , rispondere alle seguenti domande: r e r' sono parallele? r e r' sono ortogonali?
 $r : x - 2y + 4 = 0, \quad r' : x + 2y + 4 = 0$

Risposta: *non sono parallele, non sono ortogonali*