ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}^+$ risulta $n \in [-1, +\infty[$ ☒ vero ☐ falso

$\exists\, n \in \mathbf{N}^+ \,:\, n \leq \dfrac{5}{2}$ ☒ vero ☐ falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [0,1]$, $B = [2,3]$, il numero 4 appartiene a

☐ $A \cup B$
☐ $A \cap B$
☐ $A \backslash B$
☐ $B \setminus A$
☒ $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$A =$ intorno di $x_1 = 5$ di ampiezza $\delta_1 = 2$

$B =$ intorno destro di $x_2 = 1$ di ampiezza $\delta_2 = 1$,

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

☒ $A \cap B$ é vuoto
☐ $[0,1] \subseteq A \setminus B$
☐ $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (0,4) \in \mathbf{R}^2 \;, \quad Q = (2,2) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$2\sqrt{2}$

5. Risolvere la disequazione $\dfrac{2x}{3} - 2 + x > 2 + \dfrac{x}{2}$ Risposta: $\left]\dfrac{24}{7}, +\infty\right[$

6. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza che appare al primo membro: $x^{-\frac{2}{5}} < 3$ Risposta: $\left]3^{-\frac{5}{2}}, +\infty\right[$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0} \dfrac{\mathrm{tg}(e^x-1)}{e^x-1} = 1$

8. Calcolare $D\left(\dfrac{\mathrm{sen}x}{e^{3x}+x^2}\right) = \dfrac{\left(e^{3x}+x^2\right)\cos x - \left(3e^{3x}+2x\right)\mathrm{sen}x}{\left(e^{3x}+x^2\right)^2}$

9. Calcolare $\displaystyle\int \frac{1}{1+4x^2}\,dx = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}(2x) + c$

10. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(8,-2,2)$ $\quad \mathbf{v}=\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2},-\dfrac{1}{2}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 6\sqrt{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{2\sqrt{2}}{3}, -\dfrac{1}{3\sqrt{2}}, \dfrac{1}{3\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\dfrac{19}{2},\dfrac{5}{2},\dfrac{1}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=0$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{2}$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(1,1,4)$ $\quad \mathbf{v}=(0,2,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (-7,-1,2)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 3\sqrt{6}$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, q \in [4, 9]$ risulta $q \in \mathbf{N}^+$
- ☐ vero
- ☒ falso

$\exists\, a \in \mathbf{Z} : \; a \in \left\{ -\frac{4}{3}, -2, \frac{1}{2}, \frac{15}{4} \right\}$
- ☒ vero
- ☐ falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [0, 6]$, $B = [2, 5]$, il numero 3 appartiene a
- ☒ $A \cup B$
- ☒ $A \cap B$
- ☐ $A \backslash B$
- ☐ $B \setminus A$
- ☐ $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$A =$ intorno di $x_1 = 7$ di ampiezza $\delta_1 = 3$

$B =$ intorno destro di $x_2 = 1$ di ampiezza $\delta_2 = 2$,

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

- ☒ $A \cap B$ é vuoto
- ☐ $[0, 1] \subseteq A \setminus B$
- ☐ $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (2, 4) \in \mathbf{R}^2 \;, \quad Q = (-1, 3) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$\sqrt{10}$

5. Risolvere la disequazione $\frac{2x}{3} + 1 + 3x > 6 - \frac{x}{2}$ Risposta: $\left] \frac{6}{5}, +\infty \right[$

6. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza che appare al primo membro: $x^{\frac{3}{5}} < 2$ Risposta: $\left[0, 2^{\frac{5}{3}} \right[$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0} \dfrac{(1+\text{arctg}x)^7-1}{\log(1+\text{sen}x)} = 7$

8. Calcolare $D\left(\dfrac{\cos x}{x+\text{sen}x}\right) = -\dfrac{\text{sen}^2 x + x\text{sen}x + \cos^2 x + \cos x}{(x+\text{sen}x)^2} = -\dfrac{x\text{sen}x+\cos x+1}{(x+\text{sen}x)^2}$

9. Calcolare $\displaystyle\int e^{\cos x}\,\text{sen}x dx = -e^{\cos x} + c$

10. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}$+3$\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(1,1,-\frac{1}{2}\right)$ $\quad\mathbf{v}=(2,8,2)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = \dfrac{3}{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{2}{3}, \dfrac{2}{3}, -\dfrac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(7, 25, \dfrac{11}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=9$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(2,0,2)$ $\quad\mathbf{v}=(1,1,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (-2,0,2)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 2\sqrt{2}$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall n \in \mathbf{N}$ risulta $n \geq -6$
- [X] vero
- [ ] falso

$\exists a < -2 : a \in \mathbf{Q}$
- [X] vero
- [ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [1, 4]$, $B = [0, 8]$, il numero 6 appartiene a
- [X] $A \cup B$
- [ ] $A \cap B$
- [ ] $A \backslash B$
- [X] $B \setminus A$
- [ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$$A = \text{intorno di } x_1 = 8 \text{ di ampiezza } \delta_1 = 1$$
$$B = \text{intorno destro di } x_2 = 3 \text{ di ampiezza } \delta_2 = 3,$$

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

- [X] $A \cap B$ é vuoto
- [ ] $[0, 1] \subseteq A \setminus B$
- [ ] $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (2, 4) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (-3, 1) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$\sqrt{34}$

5. Risolvere la disequazione $\dfrac{5x}{2} + 2 + \dfrac{x}{2} > 4 + 3x$ Risposta: $\emptyset$

6. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza che appare al primo membro: $x^{-7} < 5$ Risposta: $]-\infty, 0[\cup \left] 5^{-\frac{1}{7}}, +\infty \right[$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0} \dfrac{(1+\text{sen}x)^5-1}{\log(1+3x)} = \dfrac{5}{3}$

8. Calcolare $D\left((7x^2+x^5)\log(2+e^x)\right) = (14x+5x^4)\log(2+e^x) + (7x^2+x^5)\dfrac{e^x}{2+e^x}$

9. Calcolare $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{1-9x^2}}\,dx = \frac{1}{3}\text{arcsen}(3x)+c$

10. Assegnati i seguenti vettori **u**, **v** $\in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di **u**, il versore di **u**, il vettore **u**+3**v**, il prodotto scalare **u**·**v** e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(6,6,-3)$ $\quad \mathbf{v}=\left(\frac{1}{3},\frac{4}{3},\frac{1}{3}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=9$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(7,10,-2)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=9$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

11. Assegnati i seguenti vettori **u**, **v** $\in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale **u**×**v** e l'area del parallelogramma determinato da **u** e **v**. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(1,3,2)$ $\quad \mathbf{v}=(1,-2,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(7,1,-5)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=5\sqrt{3}$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}$ risulta $n^2 > 0$
- [ ] vero
- [X] falso

$\exists\, a \in \{-2, -1, 0, 1, 2\} \,:\, a \in \mathbf{N}^+$
- [X] vero
- [ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [1, 3]$, $B = [3, 7]$, il numero 2 appartiene a
- [X] $A \cup B$
- [ ] $A \cap B$
- [X] $A \backslash B$
- [ ] $B \setminus A$
- [ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$A =$ intorno di $x_1 = 2$ di ampiezza $\delta_1 = 4$

$B =$ intorno destro di $x_2 = -3$ di ampiezza $\delta_2 = 3$,

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

- [ ] $A \cap B$ é vuoto
- [X] $[0, 1] \subseteq A \setminus B$
- [X] $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (2, 4) \in \mathbf{R}^2 \;, \quad Q = (-2, -4) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$4\sqrt{5}$

5. Risolvere la disequazione $\dfrac{5x}{2} + 3 + \dfrac{x}{3} > 5 + 3x$ Risposta: $]-\infty, -12[$

6. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza che appare al primo membro: $x^{-3} < 3$ Risposta: $]-\infty, 0[\cup \left]3^{-\frac{1}{3}}, +\infty\right[$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0} \dfrac{4^{\text{arctg}x}-1}{\text{arctg}x} = \log 4$

8. Calcolare $D\left(\dfrac{\cos x}{x+e^x}\right) = -\dfrac{e^x \text{sen}x + x\text{sen}x + e^x\cos x + \cos x}{(x+e^x)^2} = -\dfrac{(x+e^x)\,\text{sen}x + (e^x+1)\cos x}{(x+e^x)^2}$

9. Calcolare $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2(7x)}\,dx = \frac{1}{7}\text{tg}(7x) + c$

10. Assegnati i seguenti vettori **u**, **v** $\in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di **u**, il versore di **u**, il vettore **u**+3**v**, il prodotto scalare **u**·**v** e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(5,5,-\dfrac{5}{2}\right)$ $\quad \mathbf{v}=\left(\dfrac{2}{5},\dfrac{8}{5},\dfrac{2}{5}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = \dfrac{15}{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{2}{3},\dfrac{2}{3},-\dfrac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\dfrac{31}{5},\dfrac{49}{5},-\dfrac{13}{10}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=9$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

11. Assegnati i seguenti vettori **u**, **v** $\in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale **u**×**v** e l'area del parallelogramma determinato da **u** e **v**. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(0,-2,2) \quad \mathbf{v}=(1,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (0,2,2)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 2\sqrt{2}$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}^+$ risulta $n > -\dfrac{7}{2}$ [X] vero [ ] falso

$\exists\, n \in \mathbf{N} : n \in]-1, 0]$ [X] vero [ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [0, 1[$, $B = [-2, 0]$, il numero 1 appartiene a

- [ ] $A \cup B$
- [ ] $A \cap B$
- [ ] $A \backslash B$
- [ ] $B \setminus A$
- [X] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$A =$ intorno di $x_1 = 3$ di ampiezza $\delta_1 = 5$

$B =$ intorno destro di $x_2 = -2$ di ampiezza $\delta_2 = 2$,

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

- [ ] $A \cap B$ é vuoto
- [X] $[0, 1] \subseteq A \setminus B$
- [X] $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (2, 4) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (0, -2) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$2\sqrt{10}$

5. Risolvere la disequazione $\dfrac{x}{2} + 2 + 2x > 4 - \dfrac{x}{3}$ Risposta: $\left]\dfrac{12}{17}, +\infty\right[$

6. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza che appare al primo membro: $x^7 \geq -4$ Risposta: $[\sqrt[7]{-4}, +\infty[$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0} \dfrac{(1+\mathrm{sen}x)^6 - 1}{\mathrm{tg}(2x)} = 3$

8. Calcolare $D\left(\dfrac{1}{\log 2 + x^2}\right) = \dfrac{-2x}{(\log 2 + x^2)^2}$

9. Calcolare $\displaystyle\int \sqrt{3x}\, dx = \frac{2}{3}\sqrt{3}x^{3/2} + c$

10. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}$+3$\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(-4,-4,2)$ $\quad$ $\mathbf{v}=(1,4,1)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 6$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(-\dfrac{2}{3}, -\dfrac{2}{3}, \dfrac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(-1,8,5)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-18$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{3\pi}{4}$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3,-1,0)$ $\quad$ $\mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (2,6,-5)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = \sqrt{65}$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, q \in \mathbf{Q}$ risulta $q > 0$
- ☐ vero
- ☒ falso

$\exists\, q \in \mathbf{Q}\,:\, q \in [\sqrt{2}, \sqrt{5}]$
- ☒ vero
- ☐ falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [0, 3]$, $B = [2, 5]$, il numero 1 appartiene a
- ☒ $A \cup B$
- ☐ $A \cap B$
- ☒ $A \backslash B$
- ☐ $B \setminus A$
- ☐ $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$A =$ intorno di $x_1 = 2$ di ampiezza $\delta_1 = 4$

$B =$ intorno destro di $x_2 = 3$ di ampiezza $\delta_2 = 1$,

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

- ☐ $A \cap B$ é vuoto
- ☒ $[0, 1] \subseteq A \setminus B$
- ☒ $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (0, 4) \in \mathbf{R}^2\ , \quad Q = (1, -1) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$\sqrt{26}$

5. Risolvere la disequazione $\dfrac{5x}{2} + 2 + \dfrac{2x}{3} < 2x + \dfrac{4}{3}$ Risposta: $\left]-\infty, -\dfrac{4}{7}\right[$

6. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza che appare al primo membro: $x^{\frac{2}{7}} < 2$ Risposta: $\left[0, 2^{\frac{7}{2}}\right[$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0} \frac{e^{\mathrm{tg}x}-1}{\mathrm{sen}(2x)} = \frac{1}{2}$

8. Calcolare $D\left(\frac{\mathrm{sen}x}{x+\log x}\right) = \frac{(x+\log x)\cos x - \left(\frac{1}{x}+1\right)\mathrm{sen}x}{(x+\log x)^2} = \frac{x^2\cos x - x\mathrm{sen}x - \mathrm{sen}x + x\log x\cos x}{x(x+\log x)^2}$

9. Calcolare $\int \frac{\mathrm{sen}x}{\cos x}\,dx = -\log|\cos x| + c$

10. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,0,2)$ $\quad \mathbf{v}=\left(1,1,\frac{1}{2}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 2\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(5,3,\frac{7}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{4}$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(4,-2,0)$ $\quad \mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (4,8,-6)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 2\sqrt{29}$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}^+$ risulta $n^2 \geq 0$
- [X] vero
- [ ] falso

$\exists\, n \in \mathbf{N} : n > 1$
- [X] vero
- [ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [1, 4[$, $B = [4, 7]$, il numero 4 appartiene a
- [X] $A \cup B$
- [ ] $A \cap B$
- [ ] $A \backslash B$
- [X] $B \setminus A$
- [ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$A =$ intorno di $x_1 = 2$ di ampiezza $\delta_1 = 1$

$B =$ intorno destro di $x_2 = 0$ di ampiezza $\delta_2 = 5$,

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

- [ ] $A \cap B$ é vuoto
- [ ] $[0, 1] \subseteq A \setminus B$
- [X] $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (0, 4) \in \mathbf{R}^2 \ , \quad Q = (3, -3) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$\sqrt{58}$

5. Risolvere la disequazione $\dfrac{2x}{3} + 2 + \dfrac{x}{4} > x + \dfrac{3}{2}$ Risposta: $]-\infty, 6[$

6. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza che appare al primo membro: $x^{-5} < 5$ Risposta: $]-\infty, 0[\cup \left] 5^{-\frac{1}{5}}, +\infty \right[$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to 0} \dfrac{\mathrm{tg}(8x)}{\log(1+3x)} = \dfrac{8}{3}$

8. Calcolare $D\left(\log\left(8x^2-3x-9\right)\right) = \dfrac{16x-3}{8x^2-3x-9}$

9. Calcolare $\displaystyle\int \frac{1}{6x}\,dx = \frac{\log|x|}{6} + c$

10. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}$+3$\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(\dfrac{2}{3}, 0, \dfrac{2}{3}\right)$ $\quad\mathbf{v}=\left(3, 3, \dfrac{3}{2}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 2\sqrt{2}/3$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}, 0, \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\dfrac{29}{3}, 9, \dfrac{31}{6}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(-3,-2,0)$ $\quad\mathbf{v}=(1,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (-4, 6, 8)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 2\sqrt{29}$

ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

NOME: **COGNOME:** **MATRICOLA:**

1. Valutare le seguenti affermazioni e stabilire se sono vere o false (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato corrispondente alla risposta; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

$\forall\, n \in \mathbf{N}^+$ risulta $2n \in \mathbf{R}$
- [X] vero
- [ ] falso

$\exists\, n \in \mathbf{N}^+ : n \geq 0$
- [X] vero
- [ ] falso

2. Mettere una o piú crocette in modo da rendere vere le relative affermazioni (rispondere mettendo solo una crocetta nel quadrato o nei quadrati corrispondenti alle risposte; non é necessario scrivere giustificazioni sui fogli da consegnare).

Posto $A = [2, 6]$, $B = [3, 7]$, il numero 4 appartiene a
- [X] $A \cup B$
- [X] $A \cap B$
- [ ] $A \backslash B$
- [ ] $B \setminus A$
- [ ] $\mathbf{R} \setminus (A \cup B)$

3. Posto:

$$A = \text{intorno di } x_1 = -1 \text{ di ampiezza } \delta_1 = 3$$
$$B = \text{intorno destro di } x_2 = 2 \text{ di ampiezza } \delta_2 = \frac{1}{2},$$

valutare se le seguenti affermazioni sono vere o false e mettere una crocetta (o piú crocette) in corrispondenza delle affermazioni vere. Sui fogli da consegnare esprimere A e B come intervalli (in particolare sono da determinare gli estremi di A e B).

- [X] $A \cap B$ é vuoto
- [X] $[0, 1] \subseteq A \setminus B$
- [ ] $A \cap B$ non é vuoto

4. Dati i punti:

$$P = (4, 2) \in \mathbf{R}^2\ , \quad Q = (-1, 3) \in \mathbf{R}^2$$

calcolare la loro distanza (scrivere i calcoli sui fogli da consegnare): dist(P,Q)=$\sqrt{26}$

5. Risolvere la disequazione $\dfrac{3x}{2} + 2 + \dfrac{x}{4} < x + \dfrac{4}{3}$ Risposta: $\left]-\infty, -\dfrac{8}{9}\right[$

6. Risolvere la seguente disequazione, tracciando, sui fogli da consegnare, anche il grafico della funzione potenza che appare al primo membro: $x^6 > 2$ Risposta: $\left]-\infty, -\sqrt[6]{2}\right[\cup \left]\sqrt[6]{2}, +\infty\right[$

7. Calcolare, se esiste, il limite $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{\operatorname{sen}(e^{-x})}{e^{-x}} = 1$

8. Calcolare $D\left(\dfrac{\operatorname{sen}x}{x+e^x}\right) = \dfrac{-e^x\operatorname{sen}x - \operatorname{sen}x + e^x\cos x + x\cos x}{(x+e^x)^2} = \dfrac{(x+e^x)\cos x - (e^x+1)\operatorname{sen}x}{(x+e^x)^2}$

9. Calcolare $\displaystyle\int \cos(9x)\,dx = \frac{1}{9}\operatorname{sen}(9x) + c$

10. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, calcolare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}$+3$\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(\dfrac{3}{2}, 0, \dfrac{3}{2}\right)$ $\quad$ $\mathbf{v}=\left(\dfrac{4}{3}, \dfrac{4}{3}, \dfrac{2}{3}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 3/\sqrt{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}, 0, \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\dfrac{11}{2}, 4, \dfrac{7}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

11. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3,-2,0)$ $\quad$ $\mathbf{v}=(3,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (-4,-6,0)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 2\sqrt{13}$