ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{\text{sen}x}{e^{3x}+x^2}\right)=\frac{\left(e^{3x}+x^2\right)\cos x-\left(3e^{3x}+2x\right)\text{sen}x}{\left(e^{3x}+x^2\right)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,0,2)$ $\mathbf{v}=\left(1,1,\frac{1}{2}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=2\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(5,3,\frac{7}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(1,1,4)$ $\mathbf{v}=(0,2,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(-7,-1,2)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=3\sqrt{6}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&4&3&-2\\-2&1&3&-5\\0&-2&-2&2\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1&1\\2&2&2&2&2&2&2\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&2\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left((7x^2+x^5)\log(2+e^x)\right) = (14x+5x^4)\log(2+e^x)+(7x^2+x^5)\frac{e^x}{2+e^x}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(\frac{2}{3},0,\frac{2}{3}\right)$ $\quad\mathbf{v}=\left(3,3,\frac{3}{2}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=2\sqrt{2}/3$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}},0,\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\dfrac{29}{3},9,\dfrac{31}{6}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(2,0,2)$ $\quad\mathbf{v}=(1,1,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(-2,0,2)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=2\sqrt{2}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&3&2&-1\\-2&1&3&-5\\0&-2&-2&2\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1&1\\0&0&0&0&0&0&0\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&3\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\operatorname{arctg}\left(e^{x^2}+x^2\right)\right)=\frac{2x(e^{x^2}+1)}{1+\left(e^{x^2}+x^2\right)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(\frac{3}{2},0,\frac{3}{2}\right)$ $\quad\mathbf{v}=\left(\frac{4}{3},\frac{4}{3},\frac{2}{3}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=3/\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\frac{11}{2},4,\frac{7}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(1,3,2)$ $\quad\mathbf{v}=(1,-2,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(7,1,-5)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=5\sqrt{3}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&3&2&-1\\-2&0&2&-4\\0&-2&-2&2\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1&1\\0&0&0&0&0&0&0\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&2\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(-x^2+2x^2\log x\right)=4x\log x$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(\frac{1}{2},0,\frac{1}{2}\right)$ $\mathbf{v}=(-4,-4,-2)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=1/\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(-\frac{23}{2},-12,-\frac{11}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{3\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(0,-2,2)$ $\mathbf{v}=(1,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(0,2,2)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=2\sqrt{2}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&3&2&-1\\-2&0&2&-4\\0&-1&-1&1\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1&1\\4&4&4&4&4&4&4\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&2\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(e^{\mathrm{arctg}x}\right) = \frac{e^{\mathrm{arctg}x}}{1+x^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(3,0,3)$ $\mathbf{v}=\left(-\frac{2}{3},-\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 3\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(1,-2,2)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{3\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3,-1,0)$ $\mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (2,6,-5)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = \sqrt{65}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\operatorname{arctg}(\log x)\right) = \frac{1}{x(1+\log^2 x)}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(4,0,4)$ $\quad \mathbf{v}=\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2},-\frac{1}{4}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 4\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\frac{5}{2},-\frac{3}{2},\frac{13}{4}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{3\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(4,-2,0)$ $\quad \mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (4,8,-6)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 2\sqrt{29}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\sqrt{\cos x+2}\right)=\frac{-\mathrm{sen}x}{2\sqrt{\cos x+2}}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(0,-3,1)$ $\mathbf{v}=(-2,-1,-3)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=\sqrt{10}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(0,-\dfrac{3}{\sqrt{10}},\dfrac{1}{\sqrt{10}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(-6,-6,-8)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=0$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{2}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(-3,-2,0)$ $\mathbf{v}=(1,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(-4,6,8)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=2\sqrt{29}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}2&2&0&2\\-1&1&2&-3\\0&-1&-1&1\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}0&0&0&0&0&1&1\\4&4&4&4&4&4&4\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&2\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{1}{\log 2 + x^2}\right) = \frac{-2x}{(\log 2 + x^2)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(1,-3,0)$ $\mathbf{v}=(-3,-1,-2)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = \sqrt{10}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{1}{\sqrt{10}}, -\dfrac{3}{\sqrt{10}}, 0\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(-8,-6,-6)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=0$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{2}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3,-2,0)$ $\mathbf{v}=(3,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (-4,-6,0)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 2\sqrt{13}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{2x-3}{x^2+1}\right)=\frac{-2x^2+6x+2}{(x^2+1)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,-3,-1)$ $\quad\mathbf{v}=(-2,3,1)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=\sqrt{14}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}},-\dfrac{3}{\sqrt{14}},-\dfrac{1}{\sqrt{14}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(-4,6,2)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-14$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\pi$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3,-1,0)$ $\quad\mathbf{v}=(3,-2,4)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(-4,-12,-3)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=13$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&3&2&-1\\-2&1&3&-5\\0&-2&-2&2\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1&1\\0&0&0&0&0&0&0\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&3\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{\mathrm{sen}x}{e^{3x}+x^2}\right)=\frac{\left(e^{3x}+x^2\right)\cos x-\left(3e^{3x}+2x\right)\mathrm{sen}x}{\left(e^{3x}+x^2\right)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(8,-2,2)$ $\quad\mathbf{v}=\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=6\sqrt{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\dfrac{2\sqrt{2}}{3},-\dfrac{1}{3\sqrt{2}},\dfrac{1}{3\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\dfrac{19}{2},\dfrac{5}{2},\dfrac{1}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=0$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{2}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(1,1,4)$ $\quad\mathbf{v}=(0,2,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(-7,-1,2)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=3\sqrt{6}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&3&2&-1\\-2&0&2&-4\\0&-2&-2&2\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1&1\\0&0&0&0&0&0&0\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&2\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left((7x^2+x^5)\log(2+e^x)\right) = (14x+5x^4)\log(2+e^x) + (7x^2+x^5)\frac{e^x}{2+e^x}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(1,1,-\frac{1}{2}\right)$ $\mathbf{v}=(2,8,2)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = \dfrac{3}{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{2}{3},\dfrac{2}{3},-\dfrac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(7,25,\dfrac{11}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=9$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(2,0,2)$ $\mathbf{v}=(1,1,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (-2,0,2)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 2\sqrt{2}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\operatorname{arctg}\left(e^{x^2}+x^2\right)\right)=\frac{2x(e^{x^2}+1)}{1+\left(e^{x^2}+x^2\right)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(6,6,-3)$ $\quad\mathbf{v}=\left(\frac{1}{3},\frac{4}{3},\frac{1}{3}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=9$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(7,10,-2)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=9$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(1,3,2)$ $\quad\mathbf{v}=(1,-2,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(7,1,-5)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=5\sqrt{3}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&1&0&1\\-2&0&2&-4\\0&-1&-1&1\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}5&5&5&5&5&5&5\\4&4&4&4&4&4&4\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&3&2&2&2&2\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(-x^2 + 2x^2 \log x\right) = 4x \log x$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(5, 5, -\frac{5}{2}\right)$ $\mathbf{v}=\left(\frac{2}{5}, \frac{8}{5}, \frac{2}{5}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = \frac{15}{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\frac{31}{5}, \frac{49}{5}, -\frac{13}{10}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=9$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(0, -2, 2)$ $\mathbf{v}=(1, -2, 2)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (0, 2, 2)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 2\sqrt{2}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(e^{\text{arctg}x}\right) = \frac{e^{\text{arctg}x}}{1+x^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(-4,-4,2)$ $\quad\mathbf{v}=(1,4,1)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 6$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(-\dfrac{2}{3}, -\dfrac{2}{3}, \dfrac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(-1,8,5)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-18$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{3\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3,-1,0)$ $\quad\mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (2,6,-5)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = \sqrt{65}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\operatorname{arctg}(\log x)\right) = \frac{1}{x(1+\log^2 x)}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,2,-1)$ $\mathbf{v}=(2,8,2)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 3$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{2}{3}, \dfrac{2}{3}, -\dfrac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(8,26,5)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=18$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(4,-2,0)$ $\mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (4,8,-6)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 2\sqrt{29}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\sqrt{\cos x+2}\right)=\frac{-\mathrm{sen}x}{2\sqrt{\cos x+2}}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,8,2)$ $\mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=6\sqrt{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\dfrac{1}{3\sqrt{2}},\dfrac{2\sqrt{2}}{3},\dfrac{1}{3\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(5,2,-4)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-18$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{3\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(-3,-2,0)$ $\mathbf{v}=(1,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(-4,6,8)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=2\sqrt{29}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&3&2&-1\\-2&1&3&-5\\0&-2&-2&2\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1&1\\0&0&0&0&0&0&0\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&3\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{1}{\log 2 + x^2}\right) = \frac{-2x}{(\log 2 + x^2)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\big(-1, 0, -\sqrt{3}\big)$ $\quad \mathbf{v}=\big(\sqrt{3}, 0, 1\big)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 2$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(-\dfrac{1}{2}, 0, -\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\big(-1+3\sqrt{3}, 0, 3-\sqrt{3}\big)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-2\sqrt{3}$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{5\pi}{6}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3, -2, 0)$ $\quad \mathbf{v}=(3, -2, 2)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (-4, -6, 0)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 2\sqrt{13}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{2x-3}{x^2+1}\right) = \frac{-2x^2+6x+2}{(x^2+1)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(-\frac{1}{2}, 0, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $\quad \mathbf{v}=\left(2\sqrt{3}, 0, 2\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 1$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(-\frac{1}{2}, 0, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(-\frac{1}{2}+6\sqrt{3}, 0, 6-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-2\sqrt{3}$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{5\pi}{6}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3, -1, 0)$ $\quad \mathbf{v}=(3, -2, 4)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (-4, -12, -3)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 13$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{\text{sen}x}{e^{3x}+x^2}\right)=\frac{\left(e^{3x}+x^2\right)\cos x-\left(3e^{3x}+2x\right)\text{sen}x}{\left(e^{3x}+x^2\right)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}$+3$\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,0,2)$ $\quad\mathbf{v}=\left(1,1,\frac{1}{2}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=2\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(5,3,\frac{7}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(1,1,4)$ $\quad\mathbf{v}=(0,2,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(-7,-1,2)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=3\sqrt{6}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&1&0&1\\-2&0&2&-4\\0&-1&-1&1\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}5&5&5&5&5&5&5\\4&4&4&4&4&4&4\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&3&2&2&2&2\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left((7x^2+x^5)\log(2+e^x)\right) = (14x+5x^4)\log(2+e^x) + (7x^2+x^5)\frac{e^x}{2+e^x}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(\frac{2}{3}, 0, \frac{2}{3}\right)$ $\quad \mathbf{v}=\left(3, 3, \frac{3}{2}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 2\sqrt{2}/3$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}, 0, \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\dfrac{29}{3}, 9, \dfrac{31}{6}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(2, 0, 2)$ $\quad \mathbf{v}=(1, 1, 1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (-2, 0, 2)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 2\sqrt{2}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Risposta: $\quad r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\operatorname{arctg}\left(e^{x^2}+x^2\right)\right)=\frac{2x(e^{x^2}+1)}{1+\left(e^{x^2}+x^2\right)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(\frac{3}{2},0,\frac{3}{2}\right)$ $\quad\mathbf{v}=\left(\frac{4}{3},\frac{4}{3},\frac{2}{3}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=3/\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\frac{11}{2},4,\frac{7}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(1,3,2)$ $\quad\mathbf{v}=(1,-2,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(7,1,-5)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=5\sqrt{3}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}2&2&0&2\\-1&1&2&-3\\0&-1&-1&1\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}0&0&0&0&0&1&1\\4&4&4&4&4&4&4\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&2\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(-x^2 + 2x^2 \log x\right) = 4x \log x$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right)$ $\quad\mathbf{v}=(-4,-4,-2)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 1/\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(-\frac{23}{2}, -12, -\frac{11}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{3\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(0,-2,2)$ $\quad\mathbf{v}=(1,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (0,2,2)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 2\sqrt{2}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(e^{\text{arctg}x}\right) = \frac{e^{\text{arctg}x}}{1+x^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(3,0,3)$ $\quad \mathbf{v}=\left(-\frac{2}{3},-\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 3\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(1,-2,2)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{3\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3,-1,0)$ $\quad \mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (2,6,-5)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = \sqrt{65}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Risposta: $\quad r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\operatorname{arctg}(\log x)\right) = \frac{1}{x(1+\log^2 x)}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(4,0,4)$ $\quad \mathbf{v}=\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2},-\frac{1}{4}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 4\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\frac{5}{2},-\frac{3}{2},\frac{13}{4}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{3\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(4,-2,0)$ $\quad \mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (4,8,-6)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 2\sqrt{29}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\sqrt{\cos x+2}\right)=\frac{-\text{sen}x}{2\sqrt{\cos x+2}}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(0,-3,1)$ $\mathbf{v}=(-2,-1,-3)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=\sqrt{10}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(0,-\dfrac{3}{\sqrt{10}},\dfrac{1}{\sqrt{10}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(-6,-6,-8)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=0$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{2}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(-3,-2,0)$ $\mathbf{v}=(1,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(-4,6,8)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=2\sqrt{29}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&3&2&-1\\-2&0&2&-4\\0&-1&-1&1\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1&1\\4&4&4&4&4&4&4\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&2\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{1}{\log 2 + x^2}\right) = \frac{-2x}{(\log 2 + x^2)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(1,-3,0)$ $\mathbf{v}=(-3,-1,-2)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = \sqrt{10}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{1}{\sqrt{10}}, -\dfrac{3}{\sqrt{10}}, 0\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(-8,-6,-6)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=0$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{2}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3,-2,0)$ $\mathbf{v}=(3,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (-4,-6,0)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 2\sqrt{13}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{2x-3}{x^2+1}\right) = \frac{-2x^2+6x+2}{(x^2+1)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,-3,-1)$ $\mathbf{v}=(-2,3,1)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = \sqrt{14}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}, -\dfrac{3}{\sqrt{14}}, -\dfrac{1}{\sqrt{14}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(-4,6,2)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-14$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\pi$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3,-1,0)$ $\mathbf{v}=(3,-2,4)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (-4,-12,-3)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 13$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{\operatorname{sen} x}{e^{3x}+x^2}\right)=\frac{\left(e^{3x}+x^2\right)\cos x-\left(3e^{3x}+2x\right)\operatorname{sen} x}{\left(e^{3x}+x^2\right)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(8,-2,2)$ $\mathbf{v}=\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=6\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\frac{2\sqrt{2}}{3},-\frac{1}{3\sqrt{2}},\frac{1}{3\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\frac{19}{2},\frac{5}{2},\frac{1}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=0$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{2}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(1,1,4)$ $\mathbf{v}=(0,2,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(-7,-1,2)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=3\sqrt{6}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}2&2&0&2\\-1&1&2&-3\\0&-1&-1&1\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}0&0&0&0&0&1&1\\4&4&4&4&4&4&4\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&2\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left((7x^2+x^5)\log(2+e^x)\right) = (14x+5x^4)\log(2+e^x) + (7x^2+x^5)\frac{e^x}{2+e^x}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(1,1,-\frac{1}{2}\right)$ $\quad \mathbf{v}=(2,8,2)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = \dfrac{3}{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{2}{3}, \dfrac{2}{3}, -\dfrac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(7, 25, \dfrac{11}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=9$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(2,0,2)$ $\quad \mathbf{v}=(1,1,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (-2,0,2)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 2\sqrt{2}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\text{arctg}\left(e^{x^2}+x^2\right)\right)=\frac{2x(e^{x^2}+1)}{1+\left(e^{x^2}+x^2\right)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(6,6,-3)$ $\mathbf{v}=\left(\frac{1}{3},\frac{4}{3},\frac{1}{3}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=9$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(7,10,-2)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=9$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(1,3,2)$ $\mathbf{v}=(1,-2,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(7,1,-5)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=5\sqrt{3}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&3&2&-1\\-2&1&3&-5\\0&-2&-2&2\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1&1\\0&0&0&0&0&0&0\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&3\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(-x^2+2x^2\log x\right)=4x\log x$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(5,5,-\frac{5}{2}\right)$ $\quad\mathbf{v}=\left(\frac{2}{5},\frac{8}{5},\frac{2}{5}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=\frac{15}{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\frac{31}{5},\frac{49}{5},-\frac{13}{10}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=9$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(0,-2,2)$ $\quad\mathbf{v}=(1,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(0,2,2)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=2\sqrt{2}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&3&2&-1\\-2&0&2&-4\\0&-2&-2&2\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1&1\\0&0&0&0&0&0&0\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&2\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(e^{\operatorname{arctg} x}\right) = \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori **u**, **v** $\in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di **u**, il versore di **u**, il vettore **u**+3**v**, il prodotto scalare **u**·**v** e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: **u**$=(-4,-4,2)$ **v**$=(1,4,1)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 6$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(-\dfrac{2}{3}, -\dfrac{2}{3}, \dfrac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(-1,8,5)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-18$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{3\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori **u**, **v** $\in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale **u**×**v** e l'area del parallelogramma determinato da **u** e **v**. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

u$=(3,-1,0)$ **v**$=(1,-2,-2)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (2,6,-5)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = \sqrt{65}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\,(\mathrm{arctg}(\log x)) = \frac{1}{x(1+\log^2 x)}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,2,-1)$ $\quad \mathbf{v}=(2,8,2)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 3$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{2}{3}, \dfrac{2}{3}, -\dfrac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(8,26,5)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=18$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(4,-2,0)$ $\quad \mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (4,8,-6)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 2\sqrt{29}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\sqrt{\cos x+2}\right)=\frac{-\mathrm{sen} x}{2\sqrt{\cos x+2}}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,8,2)$ $\mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=6\sqrt{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\dfrac{1}{3\sqrt{2}},\dfrac{2\sqrt{2}}{3},\dfrac{1}{3\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(5,2,-4)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-18$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{3\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(-3,-2,0)$ $\mathbf{v}=(1,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(-4,6,8)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=2\sqrt{29}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}2&2&0&2\\-2&0&2&-4\\0&-1&-1&1\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}5&5&5&5&5&5&5\\4&4&4&4&4&4&4\\3&3&3&3&3&3&3\\0&0&0&0&0&0&0\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{1}{\log 2 + x^2}\right) = \frac{-2x}{(\log 2 + x^2)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\big(-1, 0, -\sqrt{3}\big)$ $\mathbf{v}=\big(\sqrt{3}, 0, 1\big)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 2$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(-\dfrac{1}{2}, 0, -\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\big(-1+3\sqrt{3}, 0, 3-\sqrt{3}\big)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-2\sqrt{3}$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{5\pi}{6}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3, -2, 0)$ $\mathbf{v}=(3, -2, 2)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (-4, -6, 0)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 2\sqrt{13}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{2x-3}{x^2+1}\right) = \frac{-2x^2+6x+2}{(x^2+1)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(-\frac{1}{2}, 0, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $\quad \mathbf{v}=(2\sqrt{3}, 0, 2)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 1$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(-\frac{1}{2}, 0, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(-\frac{1}{2}+6\sqrt{3}, 0, 6-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-2\sqrt{3}$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{5\pi}{6}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3, -1, 0)$ $\quad \mathbf{v}=(3, -2, 4)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (-4, -12, -3)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 13$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{\mathrm{sen}x}{e^{3x}+x^2}\right)=\frac{\left(e^{3x}+x^2\right)\cos x-\left(3e^{3x}+2x\right)\mathrm{sen}x}{\left(e^{3x}+x^2\right)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,0,2)$ $\quad \mathbf{v}=\left(1,1,\frac{1}{2}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=2\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(5,3,\frac{7}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(1,1,4)$ $\quad \mathbf{v}=(0,2,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(-7,-1,2)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=3\sqrt{6}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&3&2&-1\\-2&1&3&-5\\0&-2&-2&2\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1&1\\0&0&0&0&0&0&0\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&3\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left((7x^2+x^5)\log(2+e^x)\right) = (14x+5x^4)\log(2+e^x)+(7x^2+x^5)\frac{e^x}{2+e^x}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(\frac{2}{3}, 0, \frac{2}{3}\right)$ $\mathbf{v}=\left(3, 3, \frac{3}{2}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 2\sqrt{2}/3$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\frac{29}{3}, 9, \frac{31}{6}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(2,0,2)$ $\mathbf{v}=(1,1,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (-2,0,2)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 2\sqrt{2}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\operatorname{arctg}\left(e^{x^2}+x^2\right)\right)=\frac{2x(e^{x^2}+1)}{1+\left(e^{x^2}+x^2\right)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(\frac{3}{2},0,\frac{3}{2}\right)$ $\mathbf{v}=\left(\frac{4}{3},\frac{4}{3},\frac{2}{3}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=3/\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\frac{11}{2},4,\frac{7}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(1,3,2)$ $\mathbf{v}=(1,-2,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(7,1,-5)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=5\sqrt{3}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&3&2&-1\\-2&0&2&-4\\0&-1&-1&1\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1&1\\4&4&4&4&4&4&4\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&2\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(-x^2+2x^2\log x\right)=4x\log x$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(\frac{1}{2},0,\frac{1}{2}\right)$ $\quad\mathbf{v}=(-4,-4,-2)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=1/\sqrt{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}},0,\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(-\dfrac{23}{2},-12,-\dfrac{11}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{3\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(0,-2,2)\quad\mathbf{v}=(1,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(0,2,2)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=2\sqrt{2}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&1&0&1\\-2&0&2&-4\\0&-1&-1&1\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}5&5&5&5&5&5&5\\4&4&4&4&4&4&4\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&3&2&2&2&2\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(e^{\operatorname{arctg} x}\right) = \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(3,0,3)$ $\quad\mathbf{v}=\left(-\frac{2}{3},-\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 3\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(1,-2,2)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{3\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3,-1,0)$ $\quad\mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (2,6,-5)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = \sqrt{65}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\,(\operatorname{arctg}(\log x)) = \frac{1}{x(1+\log^2 x)}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(4,0,4)$ $\quad \mathbf{v}=\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 4\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, \frac{13}{4}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{3\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(4,-2,0)$ $\quad \mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (4, 8, -6)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 2\sqrt{29}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $\quad r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\sqrt{\cos x+2}\right)=\frac{-\mathrm{sen}x}{2\sqrt{\cos x+2}}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(0,-3,1)$ $\mathbf{v}=(-2,-1,-3)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=\sqrt{10}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(0,-\dfrac{3}{\sqrt{10}},\dfrac{1}{\sqrt{10}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(-6,-6,-8)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=0$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{2}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(-3,-2,0)$ $\mathbf{v}=(1,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(-4,6,8)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=2\sqrt{29}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&4&3&-2\\-2&1&3&-5\\0&-2&-2&2\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1&1\\2&2&2&2&2&2&2\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&2\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{1}{\log 2 + x^2}\right) = \frac{-2x}{(\log 2 + x^2)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(1,-3,0)$ $\mathbf{v}=(-3,-1,-2)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = \sqrt{10}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{1}{\sqrt{10}}, -\dfrac{3}{\sqrt{10}}, 0\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(-8,-6,-6)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=0$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{2}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3,-2,0)$ $\mathbf{v}=(3,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (-4,-6,0)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 2\sqrt{13}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{2x-3}{x^2+1}\right)=\frac{-2x^2+6x+2}{(x^2+1)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,-3,-1)$ $\quad$ $\mathbf{v}=(-2,3,1)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=\sqrt{14}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}},-\dfrac{3}{\sqrt{14}},-\dfrac{1}{\sqrt{14}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(-4,6,2)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-14$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\pi$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3,-1,0)$ $\quad$ $\mathbf{v}=(3,-2,4)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(-4,-12,-3)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=13$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&3&2&-1\\-2&0&2&-4\\0&-2&-2&2\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1&1\\0&0&0&0&0&0&0\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&2\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{\mathrm{sen}x}{e^{3x}+x^2}\right)=\frac{\left(e^{3x}+x^2\right)\cos x-\left(3e^{3x}+2x\right)\mathrm{sen}x}{\left(e^{3x}+x^2\right)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}$+3$\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(8,-2,2)$ $\quad \mathbf{v}=\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=6\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\frac{2\sqrt{2}}{3},-\frac{1}{3\sqrt{2}},\frac{1}{3\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\frac{19}{2},\frac{5}{2},\frac{1}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=0$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{2}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(1,1,4)$ $\quad \mathbf{v}=(0,2,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(-7,-1,2)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=3\sqrt{6}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&3&2&-1\\-2&0&2&-4\\0&-1&-1&1\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1&1\\4&4&4&4&4&4&4\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&2\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left((7x^2+x^5)\log(2+e^x)\right)=(14x+5x^4)\log(2+e^x)+(7x^2+x^5)\frac{e^x}{2+e^x}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(1,1,-\frac{1}{2}\right)$ $\quad\mathbf{v}=(2,8,2)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=\dfrac{3}{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\dfrac{2}{3},\dfrac{2}{3},-\dfrac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(7,25,\dfrac{11}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=9$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(2,0,2)$ $\quad\mathbf{v}=(1,1,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(-2,0,2)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=2\sqrt{2}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&1&0&1\\-2&0&2&-4\\0&-1&-1&1\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}5&5&5&5&5&5&5\\4&4&4&4&4&4&4\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&3&2&2&2&2\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\text{arctg}\left(e^{x^2}+x^2\right)\right)=\frac{2x(e^{x^2}+1)}{1+\left(e^{x^2}+x^2\right)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(6,6,-3)$ $\mathbf{v}=\left(\frac{1}{3},\frac{4}{3},\frac{1}{3}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=9$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(7,10,-2)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=9$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(1,3,2)$ $\mathbf{v}=(1,-2,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(7,1,-5)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=5\sqrt{3}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}2&2&0&2\\-2&0&2&-4\\0&-1&-1&1\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}5&5&5&5&5&5&5\\4&4&4&4&4&4&4\\3&3&3&3&3&3&3\\0&0&0&0&0&0&0\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(-x^2+2x^2\log x\right)=4x\log x$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(5,5,-\dfrac{5}{2}\right)$ $\quad\mathbf{v}=\left(\dfrac{2}{5},\dfrac{8}{5},\dfrac{2}{5}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=\dfrac{15}{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\dfrac{2}{3},\dfrac{2}{3},-\dfrac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\dfrac{31}{5},\dfrac{49}{5},-\dfrac{13}{10}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=9$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(0,-2,2)$ $\quad\mathbf{v}=(1,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(0,2,2)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=2\sqrt{2}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}2&2&0&2\\-1&1&2&-3\\0&-1&-1&1\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}0&0&0&0&0&1&1\\4&4&4&4&4&4&4\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&2\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(e^{\operatorname{arctg} x}\right) = \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(-4,-4,2)$ $\quad \mathbf{v}=(1,4,1)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 6$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(-\dfrac{2}{3}, -\dfrac{2}{3}, \dfrac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(-1,8,5)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-18$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{3\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3,-1,0)$ $\quad \mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (2,6,-5)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = \sqrt{65}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\,(\operatorname{arctg}(\log x)) = \frac{1}{x(1+\log^2 x)}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,2,-1)$ $\quad$ $\mathbf{v}=(2,8,2)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 3$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{2}{3}, \dfrac{2}{3}, -\dfrac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(8,26,5)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=18$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(4,-2,0)$ $\quad$ $\mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (4,8,-6)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 2\sqrt{29}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\sqrt{\cos x + 2}\right) = \frac{-\mathrm{sen} x}{2\sqrt{\cos x + 2}}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,8,2)$ $\quad \mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 6\sqrt{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{1}{3\sqrt{2}}, \dfrac{2\sqrt{2}}{3}, \dfrac{1}{3\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(5,2,-4)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-18$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{3\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(-3,-2,0)$ $\quad \mathbf{v}=(1,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (-4,6,8)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 2\sqrt{29}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{1}{\log 2 + x^2}\right) = \frac{-2x}{(\log 2 + x^2)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\big(-1, 0, -\sqrt{3}\big)$ $\mathbf{v}=\big(\sqrt{3}, 0, 1\big)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 2$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(-\dfrac{1}{2}, 0, -\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\big(-1+3\sqrt{3}, 0, 3-\sqrt{3}\big)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-2\sqrt{3}$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{5\pi}{6}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3, -2, 0)$ $\mathbf{v}=(3, -2, 2)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (-4, -6, 0)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 2\sqrt{13}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{2x-3}{x^2+1}\right) = \frac{-2x^2+6x+2}{(x^2+1)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(-\frac{1}{2}, 0, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $\quad \mathbf{v}=\left(2\sqrt{3}, 0, 2\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 1$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(-\frac{1}{2}, 0, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(-\frac{1}{2}+6\sqrt{3}, 0, 6-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-2\sqrt{3}$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{5\pi}{6}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3, -1, 0)$ $\quad \mathbf{v}=(3, -2, 4)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (-4, -12, -3)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 13$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{\mathrm{sen}x}{e^{3x}+x^2}\right) = \frac{\left(e^{3x}+x^2\right)\cos x - \left(3e^{3x}+2x\right)\mathrm{sen}x}{\left(e^{3x}+x^2\right)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,0,2)$ $\mathbf{v}=\left(1,1,\frac{1}{2}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 2\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(5,3,\frac{7}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(1,1,4)$ $\mathbf{v}=(0,2,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (-7,-1,2)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 3\sqrt{6}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left((7x^2+x^5)\log(2+e^x)\right) = (14x+5x^4)\log(2+e^x)+(7x^2+x^5)\frac{e^x}{2+e^x}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}$+3$\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(\frac{2}{3}, 0, \frac{2}{3}\right)$ $\mathbf{v}=\left(3, 3, \frac{3}{2}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 2\sqrt{2}/3$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\frac{29}{3}, 9, \frac{31}{6}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(2, 0, 2)$ $\mathbf{v}=(1, 1, 1)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (-2, 0, 2)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 2\sqrt{2}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\operatorname{arctg}\left(e^{x^2}+x^2\right)\right)=\frac{2x(e^{x^2}+1)}{1+\left(e^{x^2}+x^2\right)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(\frac{3}{2},0,\frac{3}{2}\right)$ $\quad\mathbf{v}=\left(\frac{4}{3},\frac{4}{3},\frac{2}{3}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=3/\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\frac{11}{2},4,\frac{7}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(1,3,2)$ $\quad\mathbf{v}=(1,-2,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(7,1,-5)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=5\sqrt{3}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&4&3&-2\\-2&1&3&-5\\0&-2&-2&2\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1&1\\2&2&2&2&2&2&2\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&2\end{pmatrix}$$

Risposta: $\quad r(A)=2,\ r(B)=1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(-x^2+2x^2\log x\right)=4x\log x$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(\frac{1}{2},0,\frac{1}{2}\right)$ $\quad\mathbf{v}=(-4,-4,-2)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=1/\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(-\frac{23}{2},-12,-\frac{11}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{3\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(0,-2,2)$ $\quad\mathbf{v}=(1,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(0,2,2)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=2\sqrt{2}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&3&2&-1\\-2&1&3&-5\\0&-2&-2&2\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1&1\\0&0&0&0&0&0&0\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&3\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(e^{\text{arctg}x}\right) = \frac{e^{\text{arctg}x}}{1+x^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(3,0,3)$ $\mathbf{v}=\left(-\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 3\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(1,-2,2)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{3\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3,-1,0)$ $\mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (2,6,-5)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = \sqrt{65}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\operatorname{arctg}(\log x)\right) = \frac{1}{x(1+\log^2 x)}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(4,0,4)$ $\quad \mathbf{v}=\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2},-\frac{1}{4}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 4\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\frac{5}{2},-\frac{3}{2},\frac{13}{4}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{3\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(4,-2,0)$ $\quad \mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (4,8,-6)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 2\sqrt{29}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\sqrt{\cos x+2}\right)=\frac{-\mathrm{sen}x}{2\sqrt{\cos x+2}}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(0,-3,1)$ $\quad\mathbf{v}=(-2,-1,-3)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=\sqrt{10}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(0,-\dfrac{3}{\sqrt{10}},\dfrac{1}{\sqrt{10}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(-6,-6,-8)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=0$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{2}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(-3,-2,0)$ $\quad\mathbf{v}=(1,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(-4,6,8)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=2\sqrt{29}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&1&0&1\\-2&0&2&-4\\0&-1&-1&1\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}5&5&5&5&5&5&5\\4&4&4&4&4&4&4\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&3&2&2&2&2\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{1}{\log 2 + x^2}\right) = \frac{-2x}{(\log 2 + x^2)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(1,-3,0)$ $\mathbf{v}=(-3,-1,-2)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = \sqrt{10}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{1}{\sqrt{10}}, -\dfrac{3}{\sqrt{10}}, 0\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(-8,-6,-6)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=0$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{2}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3,-2,0)$ $\mathbf{v}=(3,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (-4,-6,0)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 2\sqrt{13}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{2x-3}{x^2+1}\right) = \frac{-2x^2+6x+2}{(x^2+1)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,-3,-1)$ $\quad$ $\mathbf{v}=(-2,3,1)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = \sqrt{14}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}, -\dfrac{3}{\sqrt{14}}, -\dfrac{1}{\sqrt{14}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(-4,6,2)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-14$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\pi$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3,-1,0)$ $\quad$ $\mathbf{v}=(3,-2,4)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (-4,-12,-3)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 13$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{\operatorname{sen}x}{e^{3x}+x^2}\right)=\frac{\left(e^{3x}+x^2\right)\cos x-\left(3e^{3x}+2x\right)\operatorname{sen}x}{\left(e^{3x}+x^2\right)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(8,-2,2)$ $\quad\mathbf{v}=\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=6\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\frac{2\sqrt{2}}{3},-\frac{1}{3\sqrt{2}},\frac{1}{3\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\frac{19}{2},\frac{5}{2},\frac{1}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=0$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{2}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(1,1,4)$ $\quad\mathbf{v}=(0,2,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(-7,-1,2)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=3\sqrt{6}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&4&3&-2\\-2&1&3&-5\\0&-2&-2&2\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1&1\\2&2&2&2&2&2&2\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&2\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left((7x^2+x^5)\log(2+e^x)\right) = (14x+5x^4)\log(2+e^x) + (7x^2+x^5)\frac{e^x}{2+e^x}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(1,1,-\frac{1}{2}\right)$ $\mathbf{v}=(2,8,2)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = \dfrac{3}{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{2}{3}, \dfrac{2}{3}, -\dfrac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(7, 25, \dfrac{11}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=9$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(2,0,2)$ $\mathbf{v}=(1,1,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (-2,0,2)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 2\sqrt{2}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\operatorname{arctg}\left(e^{x^2}+x^2\right)\right)=\frac{2x(e^{x^2}+1)}{1+\left(e^{x^2}+x^2\right)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(6,6,-3)$ $\quad\mathbf{v}=\left(\frac{1}{3},\frac{4}{3},\frac{1}{3}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=9$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(7,10,-2)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=9$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(1,3,2)$ $\quad\mathbf{v}=(1,-2,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(7,1,-5)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=5\sqrt{3}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&3&2&-1\\-2&0&2&-4\\0&-2&-2&2\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1&1\\0&0&0&0&0&0&0\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&2\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(-x^2 + 2x^2 \log x\right) = 4x \log x$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(5, 5, -\frac{5}{2}\right)$ $\quad$ $\mathbf{v}=\left(\frac{2}{5}, \frac{8}{5}, \frac{2}{5}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = \frac{15}{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\frac{31}{5}, \frac{49}{5}, -\frac{13}{10}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=9$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(0, -2, 2)$ $\quad$ $\mathbf{v}=(1, -2, 2)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (0, 2, 2)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 2\sqrt{2}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(e^{\operatorname{arctg} x}\right) = \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(-4,-4,2)$ $\mathbf{v}=(1,4,1)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 6$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(-\dfrac{2}{3}, -\dfrac{2}{3}, \dfrac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(-1,8,5)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-18$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{3\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3,-1,0)$ $\mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (2,6,-5)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = \sqrt{65}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\operatorname{arctg}(\log x)\right) = \frac{1}{x(1+\log^2 x)}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,2,-1)$ $\mathbf{v}=(2,8,2)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=3$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\dfrac{2}{3},\dfrac{2}{3},-\dfrac{1}{3}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(8,26,5)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=18$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(4,-2,0)$ $\mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(4,8,-6)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=2\sqrt{29}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\sqrt{\cos x + 2}\right) = \frac{-\text{sen}x}{2\sqrt{\cos x + 2}}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,8,2)$ $\quad \mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 6\sqrt{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{1}{3\sqrt{2}}, \dfrac{2\sqrt{2}}{3}, \dfrac{1}{3\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(5,2,-4)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-18$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{3\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(-3,-2,0)$ $\quad \mathbf{v}=(1,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (-4,6,8)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 2\sqrt{29}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{1}{\log 2 + x^2}\right) = \frac{-2x}{(\log 2 + x^2)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\big(-1, 0, -\sqrt{3}\big)$ $\quad \mathbf{v}=\big(\sqrt{3}, 0, 1\big)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 2$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(-\dfrac{1}{2}, 0, -\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\big(-1+3\sqrt{3}, 0, 3-\sqrt{3}\big)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-2\sqrt{3}$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{5\pi}{6}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3, -2, 0)$ $\quad \mathbf{v}=(3, -2, 2)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (-4, -6, 0)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 2\sqrt{13}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{2x-3}{x^2+1}\right) = \frac{-2x^2+6x+2}{(x^2+1)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(-\frac{1}{2}, 0, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $\quad \mathbf{v}=(2\sqrt{3}, 0, 2)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 1$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(-\frac{1}{2}, 0, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(-\frac{1}{2}+6\sqrt{3}, 0, 6-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-2\sqrt{3}$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{5\pi}{6}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3, -1, 0)$ $\quad \mathbf{v}=(3, -2, 4)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (-4, -12, -3)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 13$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{\mathrm{sen}x}{e^{3x}+x^2}\right)=\frac{\left(e^{3x}+x^2\right)\cos x-\left(3e^{3x}+2x\right)\mathrm{sen}x}{\left(e^{3x}+x^2\right)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,0,2)$ $\mathbf{v}=\left(1,1,\frac{1}{2}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=2\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(5,3,\frac{7}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(1,1,4)$ $\mathbf{v}=(0,2,1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(-7,-1,2)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=3\sqrt{6}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&3&2&-1\\-2&0&2&-4\\0&-2&-2&2\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1&1\\0&0&0&0&0&0&0\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&2\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left((7x^2+x^5)\log(2+e^x)\right) = (14x+5x^4)\log(2+e^x) + (7x^2+x^5)\frac{e^x}{2+e^x}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(\frac{2}{3}, 0, \frac{2}{3}\right)$ $\quad \mathbf{v}=\left(3, 3, \frac{3}{2}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 2\sqrt{2}/3$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}, 0, \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\dfrac{29}{3}, 9, \dfrac{31}{6}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(2, 0, 2)$ $\quad \mathbf{v}=(1, 1, 1)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (-2, 0, 2)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 2\sqrt{2}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\operatorname{arctg}\left(e^{x^2}+x^2\right)\right)=\frac{2x(e^{x^2}+1)}{1+\left(e^{x^2}+x^2\right)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(\frac{3}{2}, 0, \frac{3}{2}\right)$ $\mathbf{v}=\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 3/\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\frac{11}{2}, 4, \frac{7}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(1, 3, 2)$ $\mathbf{v}=(1, -2, 1)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (7, 1, -5)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 5\sqrt{3}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(-x^2+2x^2\log x\right)=4x\log x$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=\left(\frac{1}{2},0,\frac{1}{2}\right)$ $\quad\mathbf{v}=(-4,-4,-2)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=1/\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(-\frac{23}{2},-12,-\frac{11}{2}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{3\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(0,-2,2)$ $\quad\mathbf{v}=(1,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(0,2,2)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=2\sqrt{2}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}2&2&0&2\\-2&0&2&-4\\0&-1&-1&1\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}5&5&5&5&5&5&5\\4&4&4&4&4&4&4\\3&3&3&3&3&3&3\\0&0&0&0&0&0&0\end{pmatrix}$$

Risposta: $\quad r(A)=2$, $r(B)=1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(e^{\operatorname{arctg} x}\right) = \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(3,0,3)$ $\quad \mathbf{v}=\left(-\frac{2}{3},-\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 3\sqrt{2}$, $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(1,-2,2)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\frac{3\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3,-1,0)$ $\quad \mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (2,6,-5)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = \sqrt{65}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\operatorname{arctg}(\log x)\right) = \frac{1}{x(1+\log^2 x)}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(4,0,4)$ $\quad \mathbf{v}=\left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2},-\frac{1}{4}\right)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = 4\sqrt{2}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}, 0, \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=\left(\dfrac{5}{2},-\dfrac{3}{2},\dfrac{13}{4}\right)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-3$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{3\pi}{4}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(4,-2,0)$ $\quad \mathbf{v}=(1,-2,-2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v} = (4,8,-6)$; $area = |\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = 2\sqrt{29}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & 3 & -5 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\sqrt{\cos x+2}\right)=\frac{-\mathrm{sen}x}{2\sqrt{\cos x+2}}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}$+3$\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(0,-3,1)$ $\mathbf{v}=(-2,-1,-3)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=\sqrt{10}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(0,-\dfrac{3}{\sqrt{10}},\dfrac{1}{\sqrt{10}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(-6,-6,-8)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=0$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{2}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(-3,-2,0)$ $\mathbf{v}=(1,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(-4,6,8)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=2\sqrt{29}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&3&2&-1\\-2&1&3&-5\\0&-2&-2&2\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1&1\\0&0&0&0&0&0&0\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&3\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=2$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{1}{\log 2+x^2}\right)=\frac{-2x}{(\log 2+x^2)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(1,-3,0)$ $\mathbf{v}=(-3,-1,-2)$

Risposta: $|\mathbf{u}|=\sqrt{10}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|}=\left(\dfrac{1}{\sqrt{10}},-\dfrac{3}{\sqrt{10}},0\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(-8,-6,-6)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=0$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\dfrac{\pi}{2}$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}\in\mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3,-2,0)$ $\mathbf{v}=(3,-2,2)$

Risposta: $\mathbf{u}\times\mathbf{v}=(-4,-6,0)$; $area=|\mathbf{u}\times\mathbf{v}|=2\sqrt{13}$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A=\begin{pmatrix}1&3&2&-1\\-2&0&2&-4\\0&-2&-2&2\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&1&1&1&1&1&1\\0&0&0&0&0&0&0\\3&3&3&3&3&3&3\\2&2&2&2&2&2&2\end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A)=2$, $r(B)=1$

ESERCITAZIONE DEL 16 GENNAIO 2019

NOME: COGNOME: MATRICOLA:

1. Calcolare

$$D\left(\frac{2x-3}{x^2+1}\right) = \frac{-2x^2+6x+2}{(x^2+1)^2}$$

2. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il modulo di $\mathbf{u}$, il versore di $\mathbf{u}$, il vettore $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$, il prodotto scalare $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$ e l'angolo $\widehat{\mathbf{uv}}$: $\mathbf{u}=(2,-3,-1)$ $\quad$ $\mathbf{v}=(-2,3,1)$

Risposta: $|\mathbf{u}| = \sqrt{14}$, $\dfrac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}, -\dfrac{3}{\sqrt{14}}, -\dfrac{1}{\sqrt{14}}\right)$, $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(-4,6,2)$, $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}=-14$, $\widehat{\mathbf{uv}}=\pi$

3. Assegnati i seguenti vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$, determinare il prodotto vettoriale $\mathbf{u}\times\mathbf{v}$ e l'area del parallelogramma determinato da $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$. Verificare, inoltre, che il prodotto vettoriale ottenuto sia ortogonale ai due vettori assegnati.

$\mathbf{u}=(3,-1,0)$ $\quad$ $\mathbf{v}=(3,-2,4)$

Risposta: $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (-4,-12,-3)$; $area = |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 13$

4. Determinare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Risposta: $r(A) = 2$, $r(B) = 1$