

# UNIVERSITA' DI NAPOLI FEDERICO II

## Facoltà di Architettura

Corso di Laurea Magistrale in Architettura (quinquennale) 5UE

Programma del corso di  
**ANALISI MATEMATICA 1 E GEOMETRIA**  
anno accademico 2017/2018

prof. Alberto FIORENZA

SOLO studenti con cognomi da "M" a "Z"

Per sostenere l'esame é necessario un documento di riconoscimento valido; per verbalizzare l'esame é necessario conoscere il proprio PIN (si deve conoscere, non deve essere detto al docente; il PIN si ottiene dal sito segrepass ).

Le pagine indicate nel seguito si riferiscono al libro: P. Marcellini, C. Sbordone "Elementi di Matematica", Liguori Editore.

## 1 I NUMERI REALI

► Gli assiomi dei numeri reali (pag. 4): proprietà associativa, proprietà commutativa, proprietà distributiva, esistenza degli elementi neutri, esistenza degli opposti e dei reciproci, assiomi relativi all'ordinamento, assioma di completezza; cenni di teoria degli insiemi (pag. 6): definizione di sottoinsieme, di intersezione, di unione tra insiemi; definizione di insieme contenuto in un altro, di insieme differenza; simbolo di implicazione e di equivalenza. Numeri naturali, interi, razionali (pag. 8). Intervalli di  $R$  (pag. 17 e pagg. 60, 61). Massimo, minimo, estremo superiore, estremo inferiore (pag. 12): massimo, minimo, **unicità del max e del min (con dim., pag. 13)**, maggiorante, minorante, insiemi limitati inferiormente, superiormente, insiemi limitati; **teorema di esistenza dell'estremo superiore (con dim., pag. 13)**, estremo superiore, estremo inferiore, proprietà caratteristiche dell'estremo superiore e dell'estremo inferiore. Principio di induzione (pag. 10): enunciato, **somma dei primi  $n$  numeri naturali (con dim., pag. 11)**, **diseguaglianza di Bernoulli (con dim., pag. 11)**. *Facoltativo: somma dei primi  $n$  numeri dispari (con dim.)*.

## 2 LE FUNZIONI REALI

► Funzioni e loro proprietà (pag.17): rappresentazione geometrica di  $\mathbf{R}^2$ , ascissa e ordinata di un punto di  $\mathbf{R}^2$ , funzioni (pag. 18), dominio, insieme di arrivo. Funzioni reali di una variabile reale. Grafico di una funzione reale di una variabile reale. Funzioni invertibili (pag. 20). Funzione inversa (pag. 21). Funzioni monotone (pag. 22): funzioni crescenti, decrescenti, strettamente crescenti, strettamente decrescenti, monotone, strettamente monotone. Relazioni tra monotonia e invertibilità. **Teorema sulla invertibilità delle funzioni strettamente monotone (con dim., pag. 24)**. Funzioni lineari (pag. 25): grafici, coefficiente angolare, monotonia. **Proposizione sulla monotonia delle funzioni lineari (con dim., pag. 25)**. Equazioni e disequazioni. Equazioni e disequazioni di primo grado. Funzione valore assoluto (pag. 25). Disequaglianza triangolare. La funzione potenza (pag. 26): definizioni, grafici e proprietà. Disequazioni con la funzione potenza. Funzione radice (pag. 28). Funzione polinomio di secondo grado e disequazioni di secondo grado. Formula della distanza tra due punti sulla retta e nel piano. Funzione esponenziale (pag. 29), logaritmo (pag. 31). Circonferenze, lunghezza di una circonferenza, Il numero *pi greco*. Le funzioni trigonometriche (pag. 34): funzione seno, coseno, tangente; definizione delle funzioni arcoseno, arcocoseno, arcotangente (pag. 105). *Disequazioni risolvibili utilizzando i grafici delle funzioni elementari*.

### 3 LIMITI DI SUCCESSIONI

► Definizioni e prime proprietà (pag. 39): definizione di limite di successione, di successione convergente, divergente, regolare, oscillante, infinitesima. **Teorema sulla unicità del limite (con dim., pag. 46)**. Teoremi di confronto (pag. 47): **teorema della permanenza del segno (con dim., pag. 48)**, **primo corollario sul limite di una successione non negativa (con dim., pag. 48)**, **secondo corollario sul passaggio al limite in una disuguaglianza tra successioni (con dim., pag. 48)**, **teorema dei carabinieri (con dim., pag. 48)**, **teorema dei carabinieri per limiti infiniti (con dim., pag. 49)**. Operazioni con i limiti (pag. 50): caso delle successioni convergenti. Forme indeterminate (pag. 51). Il numero  $e$  (pag. 55).

### 4 LIMITI DI FUNZIONI, FUNZIONI CONTINUE

► Definizioni (pag. 60): definizione di limite (pag. 61) e sua caratterizzazione (teorema pag. 62, caso (15.12) delle funzioni convergenti e caso (15.13) delle funzioni divergenti positivamente). Esempi e proprietà dei limiti di funzioni (pag. 63): limiti delle funzioni elementari “riconoscibili dal grafico” ((16.1), (16.2) pag. 63, (16.3) pag. 64). Funzioni continue (pag. 66): continuità in un punto e in un intervallo (pag. 66), continuità delle funzioni elementari (pag. 67). Funzioni discontinue (paragrafo 18 pag. 67: solo la definizione, senza classificazione). Operazioni con i limiti di funzioni (pag. 65), limiti notevoli ((15.10) pag. 61, (15.19) pag. 63, **(16.9) pag. 65**, **(16.10) pag. 65**). *Esercizi sui limiti di funzioni*. Discontinuità (pag. 67).

► Alcuni teoremi sulle funzioni continue (pag. 69): **teorema della permanenza del segno (con dim., pag. 69)**, teorema dell’esistenza degli zeri, **(primo) teorema dell’esistenza dei valori intermedi (pag. 72)**. Teorema di Weierstrass (pag. 73), massimo e minimo assoluti di una funzione, punti di massimo e di minimo assoluti. (Secondo) teorema sull’esistenza dei valori intermedi (pag. 74).

### 5 DERIVATE

► Significato meccanico della derivata (pag. 91). Definizione di derivata (pag. 98): funzione derivabile in un punto, derivata di una funzione in un punto (pag. 98), funzione derivata (pag. 93). **Teorema sulla continuità delle funzioni derivabili (la dim. è la (28.8) pag. 95)**. Operazioni con le derivate (pag. 96): derivata della somma, del prodotto, del rapporto. Derivata delle funzioni composte (pag. 98). **Derivate delle funzioni elementari (con dim. solo per le funzioni lineari, pag. 93; per la funzione potenza con esponente naturale, pag. 99; per la funzione radice quadrata, (31.11) pag. 101)**. Derivate delle funzioni trigonometriche inverse (pag. 105). Significato geometrico della derivata, retta tangente (pag. 102). *Esercizi sul calcolo di derivate*.

### 6 APPLICAZIONI DELLE DERIVATE, INTEGRALI INDEFINITI

► Massimi e minimi relativi (pag. 111). **Teorema di Fermat (con dim., pag. 112)**. Teorema di Rolle. **Teorema di Lagrange (con dim., pag. 113)**. Funzioni crescenti e funzioni decrescenti (pag. 115): criterio di monotonia, **caratterizzazione delle funzioni costanti in un intervallo (con dim., pag. 116)**. Derivata seconda (pag. 95). Funzioni convesse e funzioni concave (pag. 118). Criterio di convessità, criterio di concavità (pag. 119). Primitive (pag. 139). **Caratterizzazione delle primitive di una funzione in un intervallo (con dim., pag. 139)**. L’integrale indefinito (pag. 141). Tabella degli integrali indefiniti fondamentali (pag. 142).

### 7 MATRICI, DETERMINANTI E SISTEMI LINEARI

► Matrici, matrici quadrate, ordine di una matrice quadrata, vettori riga e vettori colonna (pag. 75). Operazioni con le matrici (pag. 77): somma di matrici, prodotto per uno scalare, prodotto righe per colonne. *Esercizi sulle operazioni di somma, sottrazione, prodotto tra matrici*. Determinante di una matrice  $2 \times 2$  (pag. 79). Determinante di una matrice  $3 \times 3$  (pag. 81): minore complementare, complemento algebrico. Determinante di una matrice  $n \times n$  (pag. 84). *Esercizi sul calcolo del determinante*. Proprietà dei determinanti (pag. 85). Sistemi lineari di  $m$  equazioni in  $n$  incognite, forma matriciale di un sistema lineare (pag. 87). Rango (o caratteristica) di una matrice. Teorema di Rouché-Capelli. Sistemi lineari di  $n$  equazioni in  $n$  incognite. Teorema di Cramer (pag. 88). *Esercizi sui sistemi lineari*.

## 8 ELEMENTI DI CALCOLO VETTORIALE

► Vettori di  $R^2, R^3, R^n$ , notazioni. Vettore nullo, somma di vettori, prodotto per uno scalare, opposto di un vettore, proprietà della somma di vettori e del prodotto per uno scalare. Prodotto scalare e sue proprietà, norma o modulo di un vettore e sue proprietà (rappresentazione del prodotto scalare, angolo tra vettori, disuguaglianza di Cauchy-Schwarz, disuguaglianza triangolare, quest'ultima con dimostrazione), vettori ortogonali, versori, versori fondamentali di  $R^2$ , di  $R^3$ , di  $R^n$ . Versore di un vettore non nullo. Combinazioni lineari. Prodotto vettoriale tra vettori di  $R^3$  (formulazione algebrica e geometrica) e sue proprietà. *Esercizi.*

## 9 ELEMENTI DI GEOMETRIA ANALITICA

► Formula della distanza dall'origine di un punto della retta, del piano, dello spazio. Formula della distanza tra due punti della retta, del piano, dello spazio.

► Rette nel piano: equazione cartesiana, equazione esplicita, equazione vettoriale. Equazioni parametriche della retta: parametro, numeri direttori, coseni direttori. Condizioni di incidenza e condizioni di parallelismo (espresse anche in termini di sistemi lineari e delle matrici) e perpendicolarità (espresse anche in termini vettoriali) tra rette del piano in forma cartesiana o in forma esplicita. *Esercizi.*