

UNIVERSITA' DI NAPOLI FEDERICO II

Facoltà di Architettura

Corso di Laurea Magistrale in Architettura (quinquennale) 5UE

Programma del corso di
ANALISI MATEMATICA 1 E GEOMETRIA
anno accademico 2020/2021

prof. Alberto FIORENZA

SOLO studenti con cognomi da "L" a "Z"

La prenotazione é **obbligatoria** e si effettua tramite il sito <http://www.segrepass.unina.it> , **rispettando le scadenze indicate**. Il docente **non** farà sostenere l'esame agli studenti privi di documento di riconoscimento valido. L'esame superato non potrà essere verbalizzato senza il "pin" (codice numerico di 5 cifre che **lo studente deve conoscere** quando si presenta per sostenere l'esame). Se il sito di Ateneo, per momentanei problemi di natura informatica, non consente la verbalizzazione dell'esame, é necessario mostrare l'attestato di ammissione agli esami (che quindi conviene possedere al momento dell' esame, anche se non é un documento da esibire).

Le pagine indicate nel seguito si riferiscono al libro: G. Crasta, A. Malusa *Elementi di Analisi Matematica e Geometria con prerequisiti ed esercizi svolti*, Edizioni LaDotta.

Gli argomenti in grassetto si riferiscono a teoremi/proposizioni di cui bisogna conoscere enunciato e dimostrazione.

É richiesta la capacità di risolvere gli esercizi assegnati durante le lezioni, reperibili (insieme alle soluzioni) nel sito <http://wpage.unina.it/fiorenza/docente/an1geo2021.htm>

1 NUMERI E PIANO CARTESIANO

- ▶ **§1.1 pag. 1:** Insiemi, \in , \notin , insieme vuoto, \mathbb{N} , \mathbb{N}^+ , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \forall , \exists , $\exists!$, \Rightarrow , \Leftrightarrow , \subseteq , \supseteq , implicazione, equivalenza; negazione di proposizioni; operazioni tra insiemi: unione, intersezione, insiemi disgiunti, differenza tra insiemi, prodotto cartesiano.
- ▶ **§1.2 pag. 4:** Proprietá dell'operazione di addizione, proprietá dell'operazione di moltiplicazione, proprietá distributiva, proprietá dell'ordinamento totale, compatibilitá tra ordinamento e le operazioni, regole di semplificazione; numeri positivi, numeri negativi.
- ▶ **§1.3 pag. 5:** Proprietá di completezza; asse reale; intervalli limitati; semirette; intervalli. Esercizi. Intorni; maggioranti e minoranti; insiemi limitati superiormente; insiemi limitati inferiormente; insiemi limitati; minimo di un insieme; massimo di un insieme.
- ▶ **§1.4 pag. 9:** Estremo superiore ed estremo inferiore; caratterizzazione dell'estremo superiore; caratterizzazione dell'estremo inferiore; teorema di esistenza dell'estremo superiore.
- ▶ **§1.5 pag. 10:** \mathbb{R}^2 , assi cartesiani, ascissa e ordinata di un punto del piano; alcuni luoghi geometrici (bisettrice del primo e terzo quadrante); distanza tra due punti del piano; equazione della circonferenza trigonometrica.
- ▶ **§1.6 pag. 18:** Sommatoria.
- ▶ **§1.7 pag. 18:** Principio di induzione; **somma dei primi numeri interi positivi; disuguaglianza di Bernoulli.**

2 FUNZIONI

- ▶ **§2.1 pag. 33:** Funzioni, dominio, codominio, immagine; funzioni reali di una variabile reale; grafico; proprietá dei grafici di funzioni reali di una variabile reale; dominio naturale di una corrispondenza; restrizione e prolungamento; funzione costante; successioni numeriche.

- ▶ §2.2 pag. 39: Operazioni tra funzioni: somma, prodotto, rapporto, composizione.
- ▶ §2.3 pag. 40: Funzioni limitate, limitate superiormente, limitate inferiormente, crescenti, decrescenti, strettamente crescenti, strettamente decrescenti, monotone, strettamente monotone.
- ▶ §2.5 pag. 44: Funzioni iniettive, suriettive, biunivoche; funzioni inverse; radice quadrata.
- ▶ §2.6 pag. 49: Equazioni e disequazioni, insieme di livello, insieme degli zeri, sottolivello, sopralivello.
- ▶ §2.8 pag. 53: Funzioni affini, funzione costante, disequazioni di primo grado; funzione valore assoluto: grafico e proprietà; **dimostrazione di $\sqrt{x^2} = |x|$** ; lunghezza del segmento di estremi $a, b \in \mathbb{R}$, disuguaglianza triangolare; polinomi di secondo grado, formula risolutiva delle equazioni di secondo grado, disequazioni di secondo grado; potenze e radici ennesime; potenze con esponente reale; proprietà delle potenze; disequazioni con funzione potenza; funzione esponenziale, funzione logaritmo, proprietà dei logaritmi; disequazioni esponenziali e logaritmiche; angoli, misura in radianti di un angolo; il numero π ; funzioni trigonometriche: funzione seno, coseno, tangente, arcoseno, arccoseno, arcotangente; alcune disequazioni trigonometriche; proprietà delle funzioni trigonometriche.
- ▶ §2.10 pag. 77: Ulteriori formule trigonometriche: valori della funzione seno, coseno, tangente degli angoli notevoli; formule di addizione, formule di duplicazione.

3 LIMITI E CONTINUITÀ

- ▶ §3.1 pag. 105: Punto di accumulazione, definizione di limite. Proprietà di continuità delle funzioni elementari. **Una funzione è infinitesima se e soltanto se il suo valore assoluto è infinitesimo. Teorema sull'unicità del limite.**
- ▶ §3.2 pag. 109: **Teorema del confronto**; operazioni sui limiti finiti (**con dim. del limite di una somma di funzioni**); **prodotto di funzione limitata per infinitesima**; **teorema della permanenza del segno**; teorema del cambiamento di variabili nei limiti.
- ▶ §3.3 pag. 116: Limite destro e limite sinistro; criterio di esistenza del limite; aritmetizzazione parziale di ∞ ; forme indeterminate.
- ▶ §3.5 pag. 130: Continuità, continuità in un punto di accumulazione, punti isolati, continuità in un punto isolato, continuità di somma, prodotto e quoziente e composizione di funzioni continue (quindi, in particolare, di funzioni elementari).
- ▶ §3.6 pag. 135: Punti di estremo assoluto; teorema di Weierstrass, teorema degli zeri; **teorema dei valori intermedi.**
- ▶ §3.7 pag. 141: Limiti notevoli. *Esercizi sul calcolo di limiti.*
- ▶ §3.10 pag. 152: Definizione di numero di Nepero.
- ▶ §3.11 pag. 156: Successione di Fibonacci: definizione e prime proprietà. Rapporto aureo.

4 CALCOLO DIFFERENZIALE

- ▶ §4.1 pag. 181: Definizione di funzione derivabile in un punto, in un insieme; definizione di derivata prima, di derivata seconda; significato geometrico: retta tangente al grafico di una funzione derivabile, **continuità delle funzioni derivabili, esempi di funzioni continue non derivabili.**
- ▶ §4.2 pag. 188: Operazioni con le derivate: derivata della somma, del prodotto, del rapporto, della composizione di due funzioni, della funzione inversa. **Derivate delle funzioni:** $c, mx + q, x^\alpha, \sqrt{x}, |x|, a^x, e^x, \log_a x, \log x, \log |x|, \operatorname{sen} x, \operatorname{cos} x, \operatorname{tg} x, \operatorname{arcsen} x, \operatorname{arccos} x, \operatorname{arctg} x$. *Esercizi sul calcolo di derivate.*
- ▶ §4.3 pag. 199: Punti di estremo relativo, **teorema di Fermat, teorema di Rolle, teorema di Lagrange, caratterizzazione delle funzioni costanti in un intervallo, test di monotonia.**
- ▶ §4.5 pag. 223: Funzioni convesse, funzioni concave, funzioni convesse/concave derivabili due volte.

5 INTEGRALI INDEFINITI

- ▶ §5.1 pag. 281: Definizione di primitiva; **caratterizzazione delle primitive delle funzioni definite in un intervallo**, integrale indefinito, tabella degli integrali indefiniti.
- ▶ §5.2 pag. 285: Linearità dell'integrale indefinito; **integrazione per sostituzione.** *Esercizi sul calcolo di integrali indefiniti.*

6 INTEGRALI DEFINITI

- ▶ §6.3 pag. 351: Integrale definito: interpretazione geometrica.
- ▶ §6.4 pag. 354: Funzione integrale, teorema fondamentale del calcolo integrale. *Esercizi sul calcolo di integrali definiti.*

7 VETTORI, MATRICI E SISTEMI LINEARI

► §7.1 pag. 403: Vettori applicati, vettore nullo, somma (geometrica) tra vettori applicati, moltiplicazione geometrica di un vettore applicato per uno scalare, vettori liberi, vettori equipollenti, componenti di un vettore, somma (algebraica) tra vettori liberi, prodotto di un vettore libero per uno scalare.

► §7.2 pag. 408: Vettori n-dimensionali, proprietà delle operazioni tra vettori, norma di un vettore, proprietà della norma, disuguaglianza triangolare, versori, vettori paralleli, **esistenza di due versori paralleli ad un vettore non nullo**, versori nella direzione individuata da un vettore, versore di (o versore associato ad) un vettore.

► §7.3 pag. 411: Prodotto scalare, proprietà del prodotto scalare, **disuguaglianza di Cauchy-Schwarz**, **disuguaglianza triangolare**, significato geometrico del prodotto scalare, angolo formato da due vettori, condizione di ortogonalità. *Esercizi sul calcolo vettoriale; prodotto vettoriale, proprietà del prodotto vettoriale.*

► §7.4 pag. 421: Spazi vettoriali. Combinazioni lineari.

► §7.5 pag. 423: Vettori linearmente dipendenti, vettori linearmente indipendenti; pag. 427: base canonica di \mathbb{R}^2 , \mathbb{R}^3 , \mathbb{R}^n ; $i, j \in \mathbb{R}^2$ sono **versori**, **ogni vettore di \mathbb{R}^2 è combinazione lineare di i, j** , i, j sono **ortogonali**, i, j sono **linearmente indipendenti**. Dimensione di uno spazio vettoriale.

► §7.6 pag. 428: Matrici, indice di riga, indice di colonna, matrici quadrate, rappresentazione matriciale di un vettore, diagonale, traccia, matrice diagonale, matrice identità, matrice trasposta, vettori riga e vettori colonna, sottomatrici, somma di matrici e prodotto di una matrice per uno scalare, **le matrici aventi un fissato numero di righe e un fissato numero di colonne costituiscono uno spazio vettoriale: dim nel caso \mathcal{M}_{22}** , prodotto righe per colonne, proprietà del prodotto righe per colonne.

► §7.7 pag. 436: Determinante di una matrice 2×2 , di una matrice 3×3 , teorema di Laplace (matrici $n \times n$), proprietà del determinante, teorema di Binet, prodotto vettoriale (oss. 7.74), matrici invertibili, **unicità dell'inversa**, **il determinante delle matrici invertibili è non nullo**, **il determinante della matrice inversa è l'inverso del determinante**, criterio di invertibilità.

► §7.8 pag. 446: Minori di una matrice, ordine di un minore, rango, **proprietà del rango: è minore o uguale al minimo tra il numero di righe e di colonne; rango di una matrice quadrata; rango di una matrice = rango della matrice trasposta; rango della matrice ottenuta scambiando un certo numero di righe o di colonne.**

► §7.9 pag. 451: Sistemi lineari di n equazioni in m incognite: scrittura in forma matriciale; teorema di Cramer, sistemi compatibili e sistemi incompatibili, teorema di Rouché-Capelli, metodo per risolvere sistemi lineari che non verificano le ipotesi del teorema di Cramer. *Esercizi sui sistemi lineari.*

8 GEOMETRIA DEL PIANO

► §8.1 pag. 497: Rette del piano: equazioni parametriche, equazione cartesiana, equazione esplicita, condizioni di parallelismo e di ortogonalità. *Esercizi sulle rette nel piano.*