

UNIVERSITA' DI NAPOLI FEDERICO II

Facoltà di Architettura

Corso di Laurea Magistrale in Architettura (quinquennale) 5UE

Programma del corso di
ANALISI MATEMATICA 1 E GEOMETRIA
anno accademico 2014/2015

prof. Alberto FIORENZA

SOLO studenti con cognomi da "E" a "O"

La prenotazione é **obbligatoria** e si effettua tramite il sito <http://www.segrepass.unina.it> , **rispettando le scadenze indicate**. Collegandosi al sito <http://wpage.unina.it/fiorenza/docente> é possibile consultare una pagina web relativa al corso svolto, contenente informazioni dettagliate (e periodicamente aggiornate) sulle prenotazioni (in particolare sono presenti le istruzioni per indicare al docente una preferenza sulla data effettiva dell'esame). E' anche disponibile una lista di domande tipiche che verranno poste all'esame (con una breve indicazione delle risposte).

Le date degli esami con gli orari e le aule sono rese note attraverso avvisi cartacei affissi in Dipartimento (via Forno vecchio, scala B, primo piano) e anche attraverso il sito <http://wpage.unina.it/fiorenza/docente>

Il docente non farà sostenere l'esame agli studenti privi di documento di riconoscimento. L'esame superato non potrà essere verbalizzato senza il "pin" (che lo studente deve conoscere quando si presenta per sostenere l'esame). É importante presentarsi all'esame muniti anche dell'attestato di ammissione agli esami (che si ottiene dalla segreteria, oppure anche collegandosi al sito <http://www.segrepass.unina.it>).

Le pagine indicate nel seguito si riferiscono al libro: P. Marcellini, C. Sbordone "Elementi di Matematica", Liguori Editore; solo per gli elementi di calcolo vettoriale le pagine indicate si riferiscono al file <http://www.mat.uniroma2.it/gealbis/capitolo1.main.pdf>

1 I NUMERI REALI

► Gli assiomi dei numeri reali (pag. 4); cenni di teoria degli insiemi (pag. 6): insieme contenuto in un altro, contenente; intersezione, unione tra insiemi; insieme differenza; simbolo di implicazione e di equivalenza. Numeri naturali, interi, razionali (pag. 8); **il numero reale $\sqrt{2}$ non é razionale (con dim., pag. 9)**. Intervalli di R (pag. 17 e pagg. 60, 61): punti interni ad un intervallo, lunghezza di un intervallo, punto medio di un intervallo. Massimo, minimo, estremo superiore, estremo inferiore (pag. 12): massimo, minimo, **unicità del max e del min (con dim., pag. 13)**, maggiorante, minorante, insiemi limitati inferiormente, superiormente, insiemi limitati. **Teorema di esistenza dell'estremo superiore (con dim., pag. 13)**. Estremo superiore, estremo inferiore, proprietà caratteristiche dell'estremo superiore e dell'estremo inferiore. *Esercizi su insiemi numerici*. Principio di induzione (pag. 10): enunciato, **somma dei primi n numeri naturali (con dim., pag. 11)**, **somma dei primi n numeri naturali dispari (con dim.)**, **diseguaglianza di Bernoulli (con dim., pag. 11)**.

2 LE FUNZIONI REALI

► Funzioni e loro proprietà (pag.17): rappresentazione geometrica di \mathbf{R}^2 , coppie ordinate, prodotto cartesiano di insiemi, ascissa e ordinata di un punto di \mathbf{R}^2 , funzioni (pag. 18), dominio, insieme di arrivo. Funzioni reali di una variabile reale. Grafico di una funzione reale di una variabile reale. Codominio. Massimo, minimo, estremo superiore, estremo inferiore di una funzione e loro proprietà'. Funzioni limitate superiormente, funzioni limitate inferiormente, funzioni limitate. Funzioni invertibili (pag. 20) e proprietà dei loro grafici. Funzione inversa (pag. 21). Funzioni monotone (pag. 22): funzioni

crescenti, decrescenti, strettamente crescenti, strettamente decrescenti, monotone, strettamente monotone. Relazioni tra monotonia e invertibilità. Funzioni suriettive. **Una funzione suriettiva e strettamente monotona e' invertibile (con dim., pag. 24)**. Funzioni lineari (pag. 25): grafici, coefficiente angolare, monotonia, invertibilità, massimo, minimo, estremo superiore, estremo inferiore. Equazioni e disequazioni. Equazioni e disequazioni di primo grado. Funzione valore assoluto (pag. 25) e sue proprietà. Disuguaglianza triangolare. Potenze in campo reale: significato del simbolo a^b . La funzione potenza (pag. 26): definizioni, grafici e proprietà. **La funzione potenza con esponente naturale e' strettamente crescente in $[0, +\infty[$ (con dim., pag. 10)**. Funzione radice (pag. 28); equazioni e disequazioni con la funzione potenza e la funzione radice. Funzione polinomio di secondo grado, disequazioni di secondo grado. Funzione esponenziale (pag. 29), logaritmo (pag. 31). Equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche. Il numero π greco, misura degli angoli orientati (pag. 33). Le funzioni trigonometriche (pag. 34): funzione seno, coseno, tangente con grafici e proprietà. Angoli notevoli. Inverse locali delle funzioni trigonometriche (pag. 105): definizioni e proprietà delle funzioni arcoseno, arcocoseno, arcotangente. *Equazioni e disequazioni trigonometriche, risolvibili utilizzando i grafici delle funzioni elementari.*

3 LIMITI DI SUCCESSIONI

► Definizioni e prime proprietà (pag. 39): definizione di successione convergente, divergente, regolare, oscillante, infinitesima. **Teorema sulla unicità del limite (con dim., pag. 46)**. Successioni limitate (pag. 47). Esistono successioni limitate non regolari (pag. 47). **Teorema sulla limitatezza delle successioni convergenti (con dim., pag. 47)**. Teoremi di confronto (pag. 47): **teorema della permanenza del segno (con dim., pag. 48)**, **corollario sul limite di una successione non negativa (con dim., pag. 48)**, **corollario sul passaggio al limite in una disuguaglianza tra successioni (con dim., pag. 48)**, **teorema dei carabinieri (con dim., pag. 48)**, **teorema dei carabinieri per limiti infiniti (con dim., pag. 49)**. Operazioni con i limiti (pag. 50). Forme indeterminate (pag. 51). Limiti notevoli (n^b , a^n). **Il seno di una successione infinitesima e' una successione infinitesima ((13.22) con dim., pag. 54)**, **il coseno di una successione infinitesima e' una successione convergente a 1 ((13.23) con dim., pag. 54)**, **se a_n e' una successione infinitesima con $a_n \neq 0$ per ogni $n \in \mathbf{N}$, allora $(\text{sen} a_n)/a_n$ e' una successione convergente a 1 ((13.26) con dim., pag. 54)**. Il numero e (pag. 55). La successione di Fibonacci: definizione per ricorrenza, proprietà di Keplero.

4 LIMITI DI FUNZIONI, FUNZIONI CONTINUE

► Definizioni (pag. 60): definizione di limite (pag. 61) e sua caratterizzazione (teorema "ponte" pag. 62, caso (15.12) delle funzioni convergenti e caso (15.13) delle funzioni divergenti positivamente). Esempi e proprietà dei limiti di funzioni (pag. 63): primi esempi ((15.11) pag. 62) limiti delle funzioni elementari "riconoscibili dal grafico" ((16.1), (16.2) pag. 63, (16.3) pag. 64), proprietà di continuità delle funzioni elementari (pag. 67), operazioni con i limiti di funzioni (pag. 65), limiti notevoli ((15.10) pag. 61, (15.19) pag. 63, (16.8) pag. 64, (16.9) pag. 65, (16.10) pag. 65), funzioni composte, **teorema sui limiti delle funzioni composte (pag. 65)**. *Esercizi sui limiti di funzioni.*

► Funzioni continue (pag. 66): continuità in un punto e in un intervallo (pag. 66), proprietà di continuità delle funzioni elementari (pag. 67). Funzioni discontinue (paragrafo 18 pag. 67: solo la definizione, senza classificazione). Operazioni sulle funzioni continue (fondo pag. 66). Alcuni teoremi sulle funzioni continue (pag. 69): **teorema della permanenza del segno (con dim., pag. 69)**, **teorema dell'esistenza degli zeri (con dim., pag. 70)**, **(primo) teorema sull'esistenza dei valori intermedi (pag. 74)**. Teorema di Weierstrass (pag. 73), massimo e minimo assoluti di una funzione, punti di massimo e di minimo assoluti. (Secondo) teorema sull'esistenza dei valori intermedi (pag. 74).

5 DERIVATE

► Definizione di derivata (pag. 98): funzione derivabile in un punto, derivata di una funzione in un punto (pag. 98), funzione derivata (pag. 93). **Teorema sulla continuità delle funzioni derivabili (la dim. e' la (28.8) pag. 95)**. Derivata seconda (pag. 95). Operazioni con le derivate (pag. 96): **derivata della somma, del prodotto, del rapporto (con dim. pag. 96)**. **Derivata delle funzioni composte (con dim. pag. 98)** e delle funzioni inverse (pag. 97). **Derivate delle funzioni elementari (con dim. pag. 99, eccetto (31.5))**. *Esercizi sul calcolo di derivate.* Significato geometrico della derivata, retta tangente (pag. 102). **Derivate delle funzioni trigonometriche inverse (con dim. pag. 105)**. Funzioni elementari non derivabili in qualche punto del loro insieme di definizione (pag. 34, pag. 107).

6 APPLICAZIONI DELLE DERIVATE, INTEGRALI INDEFINITI

► Massimi e minimi relativi (pag. 111). **Teorema di Fermat (con dim., pag. 112)**. **Teorema di Rolle (con dim., pag. 113)**. **Teorema di Lagrange (con dim., pag. 113)**. Funzioni crescenti e funzioni decrescenti (pag. 115): **criterio di monotonia (con dim., pag. 115)**, **caratterizzazione delle funzioni costanti in un intervallo (con dim., pag. 116)**. Funzioni convesse e funzioni concave (pag. 118). Primitive (pag. 139). **Caratterizzazione delle primitive di una funzione in un intervallo (con dim., pag. 139)**. L'integrale indefinito (pag. 141). Linearità dell'integrale indefinito ((45.4) pag. 141 e (45.5) pag. 142). Tabella degli integrali indefiniti fondamentali (pag. 142).

7 MATRICI, DETERMINANTI E SISTEMI LINEARI

► Matrici, matrici quadrate, ordine di una matrice quadrata, vettori riga e vettori colonna (pag. 75). Operazioni con le matrici (pag. 77): somma di matrici, prodotto per uno scalare, matrice trasposta, prodotto righe per colonne. Determinante di una matrice 2×2 (pag. 79). Determinante di una matrice 3×3 (pag. 81): minore complementare, complemento algebrico. Determinante di una matrice $n \times n$ (pag. 84). Formula di Binet. *Esercizi sul calcolo del determinante*. Proprietà dei determinanti (pag. 85). Matrici inverse. Sistemi lineari di n equazioni in n incognite. Teorema di Cramer (pag. 88). Minori, rango, sistemi lineari di m equazioni in n incognite, teorema di Rouché - Capelli. *Esercizi sui sistemi lineari*.

8 ELEMENTI DI CALCOLO VETTORIALE

► Vettori di R^2 (pag. 1). Vettore nullo (pag. 1). Scalari (pag. 2). Operazioni sui vettori: somma, opposto, differenza, prodotto per uno scalare (pag. 2). Proprietà della somma e del prodotto per uno scalare (pag. 4). Prodotto scalare e sue proprietà (pag. 4). Norma o modulo di un vettore (pag. 5) e ulteriori proprietà: formula per il calcolo dell'angolo tra vettori, vettori ortogonali, disuguaglianza di Cauchy-Schwarz, disuguaglianza triangolare (pag. 6).

► Versori. Versori fondamentali di R^2 e R^3 (base canonica di R^2 e R^3): rappresentazione di un vettore tramite i versori fondamentali, combinazioni lineari di due vettori di R^2 e di k vettori di R^n , vettori linearmente indipendenti e vettori linearmente dipendenti. Dipendenza lineare di righe (o colonne) di una matrice quadrata, determinanti e sistemi lineari. Prodotto vettoriale e sue proprietà, prodotto misto e sue proprietà. *Esercizi*.

9 ELEMENTI DI GEOMETRIA ANALITICA

► Formula della distanza dall'origine di un punto della retta, del piano, dello spazio. Formula della distanza tra due punti della retta, del piano, dello spazio.

► Rette nel piano: equazione cartesiana, equazione esplicita. Equazioni parametriche della retta: parametro, direzione, numeri direttori. Assi nel piano. Equazioni parametriche di un asse: parametro, direzione, numeri direttori, coseni direttori. Parallelismo e perpendicolarità tra rette del piano, per rette scritte in forma cartesiana e in forma esplicita.