

UNIVERSITA' DI NAPOLI FEDERICO II

Facoltà di Architettura

Corso di Laurea Magistrale in Architettura (quinquennale) 5UE

Programma del corso di
ANALISI MATEMATICA 1 E GEOMETRIA
anno accademico 2015/2016

prof. Alberto FIORENZA

SOLO studenti con cognomi da "E" a "O"

La prenotazione é **obbligatoria** e si effettua tramite il sito <http://www.segrepass.unina.it> , **rispettando le scadenze indicate**. Collegandosi al sito <http://wpage.unina.it/fiorenza/docente> é possibile consultare una pagina web relativa al corso svolto, contenente informazioni dettagliate (e periodicamente aggiornate) sulle prenotazioni (in particolare sono presenti le istruzioni per indicare al docente una preferenza sulla data effettiva dell'esame). E' anche disponibile una lista di domande tipiche che verranno poste all'esame (con una breve indicazione delle risposte).

Le date degli esami con gli orari e le aule sono rese note attraverso avvisi cartacei affissi in Dipartimento (via Forno vecchio, scala B, primo piano) e anche attraverso il sito <http://wpage.unina.it/fiorenza/docente>

Il docente non farà sostenere l'esame agli studenti privi di documento di riconoscimento. L'esame superato non potrà essere verbalizzato senza il "pin" (codice numerico di 5 cifre che lo studente deve conoscere quando si presenta per sostenere l'esame). Se il sito di Ateneo non consente la verbalizzazione dell'esame, é necessario mostrare l'attestato di ammissione agli esami (va bene quello che si ottiene dalla segreteria, oppure va bene anche una stampa da *segrepass* oppure va bene anche mostrare l'attestato dallo schermo di uno smartphone collegato al sito *segrepass*).

Le pagine indicate nel seguito si riferiscono al libro: P. Marcellini, C. Sbordone "Elementi di Matematica", Liguori Editore; solo per gli elementi di calcolo vettoriale le pagine indicate si riferiscono al file <http://www.mat.uniroma2.it/gealbis/capitolo1.main.pdf>

1 I NUMERI REALI

► Gli assiomi dei numeri reali (pag. 4); cenni di teoria degli insiemi (pag. 6): insieme contenuto in un altro, contenente; intersezione, unione tra insiemi; insieme differenza; simbolo di implicazione e di equivalenza. Numeri naturali, interi, razionali (pag. 8). Intervalli di R (pag. 17 e pagg. 60, 61): punti interni ad un intervallo, lunghezza di un intervallo, punto medio di un intervallo. Massimo, minimo, estremo superiore, estremo inferiore (pag. 12): massimo, minimo, **unicità del max e del min (con dim., pag. 13)**, maggiorante, minorante, insiemi limitati inferiormente, superiormente, insiemi limitati. **Teorema di esistenza dell'estremo superiore (con dim., pag. 13)**. Estremo superiore, estremo inferiore, proprietà caratteristiche dell'estremo superiore e dell'estremo inferiore. **Il massimo di un insieme non vuoto di numeri reali, se esiste, coincide con l'estremo superiore (con dim., vedere il sito web del corso)**. *Esercizio: max, min, sup e inf di $A = \{1/n : n \in \mathbf{N}\}$* . Principio di induzione (pag. 10): enunciato, **somma dei primi n numeri naturali (con dim., pag. 11)**, **somma dei primi n numeri naturali dispari (con dim., vedere il sito web del corso)**, disuguaglianza di Bernoulli (con dim., pag. 11).

2 LE FUNZIONI REALI

► Funzioni e loro proprietà (pag.17): rappresentazione geometrica di \mathbf{R}^2 , coppie ordinate, prodotto cartesiano di insiemi, ascissa e ordinata di un punto di \mathbf{R}^2 , funzioni (pag. 18), dominio, insieme di arrivo. Funzioni reali di una variabile reale.

Grafico di una funzione reale di una variabile reale. Codominio. Massimo, minimo, estremo superiore, estremo inferiore di una funzione e loro proprietà. Funzioni limitate superiormente, funzioni limitate inferiormente, funzioni limitate. Funzioni invertibili (pag. 20), funzioni suriettive e relazione tra le due definizioni. Proprietà dei grafici delle funzioni invertibili. Funzione inversa (pag. 21). Funzioni monotone (pag. 22): funzioni crescenti, decrescenti, strettamente crescenti, strettamente decrescenti, monotone, strettamente monotone. Relazioni tra monotonia e invertibilità. **Una funzione suriettiva e strettamente monotona è invertibile (con dim., pag. 24)**. Funzioni lineari (pag. 25): grafici, coefficiente angolare, monotonia, invertibilità, massimo, minimo, estremo superiore, estremo inferiore. Equazioni e disequazioni. Equazioni e disequazioni di primo grado. Funzione valore assoluto (pag. 25) e sue proprietà. Disuguaglianza triangolare. Disequazioni con il valore assoluto. Le potenze: definizione del simbolo a^b . La funzione potenza (pag. 26): definizioni, grafici e proprietà. **La funzione potenza con esponente naturale è strettamente crescente in $[0, +\infty[$ (con dim., pag. 10)**. Funzione radice (pag. 28); Disequazioni con la funzione potenza e la funzione radice. Funzione polinomio di secondo grado. Funzione esponenziale (pag. 29), logaritmo (pag. 31). Disequazioni esponenziali e logaritmiche. Circonferenze, lunghezza di una circonferenza, Il numero *pi greco*, archi di circonferenza, origine degli archi, archi notevoli. Le funzioni trigonometriche (pag. 34): definizione di funzione seno, coseno, tangente con grafici e proprietà; definizione delle funzioni arcoseno, arcocoseno, arcotangente (pag. 105). *Disequazioni risolvibili utilizzando i grafici delle funzioni elementari*.

3 LIMITI DI SUCCESSIONI

► Definizioni e prime proprietà (pag. 39): definizione di limite di successione, di successione convergente, divergente, regolare, oscillante, infinitesima. **Teorema sulla unicità del limite (con dim., pag. 46)**. Successioni limitate (pag. 47). Esistono successioni limitate non regolari (pag. 47). Teorema sulla limitatezza delle successioni convergenti. Teoremi di confronto (pag. 47): **teorema della permanenza del segno (con dim., pag. 48)**, **corollario sul limite di una successione non negativa (con dim., pag. 48)**, **corollario sul passaggio al limite in una disuguaglianza tra successioni (con dim., pag. 48)**, **teorema dei carabinieri (con dim., pag. 48)**, **teorema dei carabinieri per limiti infiniti (con dim., pag. 49)**, **teorema sul limite della somma di due successioni convergenti**. Operazioni con i limiti (pag. 50): caso delle successioni convergenti. Forme indeterminate (pag. 51). Limiti notevoli (n^b , a^n). Il seno di una successione infinitesima è una successione infinitesima ((13.22) pag. 54), il coseno di una successione infinitesima è una successione convergente a 1 ((13.23) pag. 54), se a_n è una successione infinitesima con $a_n \neq 0$ per ogni $n \in \mathbf{N}$, allora $(\text{sen}a_n)/a_n$ è una successione convergente a 1 ((13.26) pag. 54). Il numero e (pag. 55). La successione di Fibonacci: definizione per ricorrenza, limite del rapporto di termini consecutivi.

4 LIMITI DI FUNZIONI, FUNZIONI CONTINUE

► Definizioni (pag. 60): definizione di limite (pag. 61) e sua caratterizzazione (teorema pag. 62, caso (15.12) delle funzioni convergenti e caso (15.13) delle funzioni divergenti positivamente). Esempi e proprietà dei limiti di funzioni (pag. 63): primi esempi ((15.11) pag. 62) limiti delle funzioni elementari “riconoscibili dal grafico” ((16.1), (16.2) pag. 63, (16.3) pag. 64). Funzioni continue (pag. 66): continuità in un punto e in un intervallo (pag. 66), continuità delle funzioni elementari (pag. 67). Funzioni discontinue (paragrafo 18 pag. 67: solo la definizione, senza classificazione). Operazioni con i limiti di funzioni e forme indeterminate (pag. 65), limiti notevoli ((15.10) pag. 61, (15.19) pag. 63, **(16.9) pag. 65**, **(16.10) pag. 65**). Teorema sui limiti delle funzioni composte. *Esercizi sui limiti di funzioni*.
 ► Operazioni sulle funzioni continue (fondo pag. 66). Alcuni teoremi sulle funzioni continue (pag. 69): **teorema della permanenza del segno (con dim., pag. 69)**, teorema dell’esistenza degli zeri, **(primo) teorema sull’esistenza dei valori intermedi (pag. 74)**. Teorema di Weierstrass (pag. 73), massimo e minimo assoluti di una funzione, punti di massimo e di minimo assoluti. (Secondo) teorema sull’esistenza dei valori intermedi (pag. 74).

5 DERIVATE

► Definizione di derivata (pag. 98): funzione derivabile in un punto, derivata di una funzione in un punto (pag. 98), funzione derivata (pag. 93). **Teorema sulla continuità delle funzioni derivabili (la dim. è la (28.8) pag. 95)**. Operazioni con le derivate (pag. 96): derivata della somma, del prodotto, del rapporto. **Derivate delle funzioni composte (con dim. pag. 98)** e delle funzioni inverse (pag. 97). **Derivate delle funzioni elementari (con dim. pag. 99)**. **Derivate delle funzioni trigonometriche inverse (con dim. pag. 105)**. Significato geometrico della derivata, retta tangente (pag. 102). Funzioni elementari non derivabili in qualche punto del loro insieme di definizione (pag. 34, pag. 107). *Esercizi sul calcolo di derivate*.

6 APPLICAZIONI DELLE DERIVATE, INTEGRALI INDEFINITI

► Massimi e minimi relativi (pag. 111). **Teorema di Fermat (con dim., pag. 112)**. **Teorema di Rolle (con dim., pag. 113)**. **Teorema di Lagrange (con dim., pag. 113)**. Funzioni crescenti e funzioni decrescenti (pag. 115): **criterio di monotonia (con dim., pag. 115)**, **caratterizzazione delle funzioni costanti in un intervallo (con dim., pag. 116)**. Derivata seconda (pag. 95). Funzioni convesse e funzioni concave (pag. 118). Criterio di convessità, criterio di concavità (pag. 119). Primitive (pag. 139). **Caratterizzazione delle primitive di una funzione in un intervallo (con dim., pag. 139)**. L'integrale indefinito (pag. 141). Linearità dell'integrale indefinito ((45.4) pag. 141 e (45.5) pag. 142). Tabella degli integrali indefiniti fondamentali (pag. 142). *Esercizi sul calcolo di integrali indefiniti immediati.*

7 MATRICI, DETERMINANTI E SISTEMI LINEARI

► Matrici, matrici quadrate, ordine di una matrice quadrata, vettori riga e vettori colonna (pag. 75). Operazioni con le matrici (pag. 77): somma di matrici, prodotto per uno scalare, matrice trasposta, prodotto righe per colonne. *Esercizi sulle operazioni di somma, sottrazione, prodotto tra matrici.* Determinante di una matrice 2×2 (pag. 79). Determinante di una matrice 3×3 (pag. 81): minore complementare, complemento algebrico. Determinante di una matrice $n \times n$ (pag. 84). *Esercizi sul calcolo del determinante.* Proprietà dei determinanti (pag. 85). **Una matrice quadrata con due righe (o colonne) uguali, oppure più in generale proporzionali, oppure con una riga (o colonna) uguale alla somma di altre due ha determinante nullo, con dim.** Formula di Binet. Matrici inverse: matrice unitaria, delta di Kronecker; **le matrici unitarie fungono da elementi neutri per il prodotto righe per colonne**, matrici invertibili, matrice inversa, matrice singolare o degenerare (con esempio), **unicità della matrice inversa, caratterizzazione delle matrici invertibili, determinante della matrice inversa**, metodo per il calcolo della matrice inversa. *Esercizi sul calcolo della matrice inversa.* Sistemi lineari di n equazioni in n incognite: **teorema di Cramer (pag. 88), con dim.** Minori, rango. *Esercizi sul calcolo del rango.* Sistemi lineari di m equazioni in n incognite, teorema di Rouché - Capelli. *Esercizi sui sistemi lineari.*

8 ELEMENTI DI CALCOLO VETTORIALE

► Cenni sugli spazi vettoriali. Vettori di R^2 (pag. 1). Vettore nullo (pag. 1). Scalari (pag. 2). Operazioni sui vettori: somma, opposto, differenza, prodotto per uno scalare (pag. 2). Proprietà della somma e del prodotto per uno scalare (pag. 4). Prodotto scalare e sue proprietà (pag. 4). Norma o modulo di un vettore (pag. 5) e ulteriori proprietà: formula per il calcolo dell'angolo tra vettori, vettori ortogonali, disuguaglianza di Cauchy-Schwarz, **disuguaglianza triangolare, con dim.**

► Versori. Versori fondamentali di R^2 e R^3 (base canonica di R^2 e R^3): rappresentazione di un vettore tramite i versori fondamentali, combinazioni lineari di due vettori di R^2 e di k vettori di R^n , vettori linearmente indipendenti e vettori linearmente dipendenti. **Caratterizzazione della lineare dipendenza di k vettori di R^n , con dim.**; scrittura in forma matriciale delle combinazioni lineari di n vettori di R^n ; **caratterizzazione, in termini di dipendenza lineare, delle matrici (quadrate) con determinante nullo, con dim.**; **caratterizzazione, in termini di indipendenza lineare, delle matrici (quadrate) con determinante non nullo, con dim.** Prodotto vettoriale e sue proprietà. **Identità di Lagrange, con dim.** Prodotto misto e sue proprietà. Rappresentazione geometrica del determinante di una matrice 3×3 , rappresentazione geometrica del determinante di una matrice 2×2 . *Esercizi.*

9 ELEMENTI DI GEOMETRIA ANALITICA

► Formula della distanza dall'origine di un punto della retta, del piano, dello spazio. Formula della distanza tra due punti della retta, del piano, dello spazio.

► Rette nel piano: equazione cartesiana, equazione esplicita. Equazioni parametriche della retta: parametro, direzione, numeri direttori. Assi nel piano. Equazioni parametriche di un asse: parametro, direzione, numeri direttori, coseni direttori. **I coseni direttori di un asse rappresentano i coseni degli angoli che l'asse forma con gli assi coordinati, con dim.** Parallelismo e perpendicolarità tra rette del piano, per rette scritte in forma cartesiana e in forma esplicita. *Esercizi.*

► Cenni sulle coniche (in particolare sull'ellisse).