

## ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

**NOME:**

**COGNOME:**

**MATRICOLA:**

1. Determinare l'insieme dei maggioranti e dei minoranti dell'insieme  $[0, 1]$

Insieme dei maggioranti :  $[1, +\infty[$       Insieme dei minoranti :  $] - \infty, 0]$

2. Scrivere il significato (= la definizione) della seguente uguaglianza:  $\lim_{x \rightarrow 1} \arctg x = \frac{\pi}{4}$

$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : |\arctg x - \frac{\pi}{4}| < \varepsilon \quad \forall x \in ]1 - \delta, 1 + \delta[ \setminus \{1\}$

3. Calcolare  $D \left( \frac{x \log x}{x-1} \right) = \frac{x - \log x - 1}{(x-1)^2}$

4. Assegnati i seguenti vettori  $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$ , calcolare il modulo di  $\mathbf{u}$ , il versore di  $\mathbf{u}$ , il vettore  $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$ , il prodotto scalare  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$  e l'angolo  $\widehat{\mathbf{u}\mathbf{v}}$ :  $\mathbf{u}=(2, -3, -1)$      $\mathbf{v}=(-2, 3, 1)$

**Risposta:**  $|\mathbf{u}| = \sqrt{14}$ ,  $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left( \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}, -\frac{3}{\sqrt{14}}, -\frac{1}{\sqrt{14}} \right)$ ,  $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(-4, 6, 2)$ ,  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}=-14$ ,  $\widehat{\mathbf{u}\mathbf{v}}=\pi$

5. Determinare, giustificando la risposta, il rango della matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 5 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  **Risposta :3**

Tutti gli esercizi proposti negli esami scritti sono stati già pubblicati, insieme alle risposte, durante il periodo delle lezioni, nella pagina web del corso <http://wpage.unina.it/fiorenza/docente/an1geo2223.htm> Nel caso della seduta di esame di oggi 17 Gennaio 2023, l'esercizio 1 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 3 della pagina web, l'esercizio 2 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 10 della pagina web, l'esercizio 3 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 14 oppure n. 15 della pagina web, l'esercizio 4 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 18 della pagina web, l'esercizio 5 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 23 della pagina web.

## ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

**NOME:**

**COGNOME:**

**MATRICOLA:**

1. Determinare l'insieme dei maggioranti e dei minoranti dell'insieme  $]0, 1[$

Insieme dei maggioranti :  $[1, +\infty[$       Insieme dei minoranti :  $] - \infty, 0]$

2. Scrivere il significato (= la definizione) della seguente uguaglianza:  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$

$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : x^2 < \varepsilon \quad \forall x \in ] - \delta, \delta[ \setminus \{0\}$

3. Calcolare  $D \left( \frac{\sin x}{e^{3x} + x^2} \right) = \frac{\cos x}{e^{3x} + x^2} - \frac{(3e^{3x} + 2x) \sin x}{(e^{3x} + x^2)^2}$

4. Assegnati i seguenti vettori  $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$ , calcolare il modulo di  $\mathbf{u}$ , il versore di  $\mathbf{u}$ , il vettore  $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$ , il prodotto scalare  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$  e l'angolo  $\widehat{\mathbf{u}\mathbf{v}}$ :  $\mathbf{u}=(2, 2, -1)$        $\mathbf{v}=(2, 8, 2)$

**Risposta:**  $|\mathbf{u}| = 3$ ,  $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left( \frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3} \right)$ ,  $\mathbf{u}+3\mathbf{v}=(8, 26, 5)$ ,  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}=18$ ,  $\widehat{\mathbf{u}\mathbf{v}}=\frac{\pi}{4}$

5. Determinare, giustificando la risposta, il rango della matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 11 & 5 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  **Risposta :**2

Tutti gli esercizi proposti negli esami scritti sono stati già pubblicati, insieme alle risposte, durante il periodo delle lezioni, nella pagina web del corso <http://wpage.unina.it/fiorenza/docente/an1geo2223.htm> Nel caso della seduta di esame di oggi 17 Gennaio 2023, l'esercizio 1 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 3 della pagina web, l'esercizio 2 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 10 della pagina web, l'esercizio 3 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 14 oppure n. 15 della pagina web, l'esercizio 4 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 18 della pagina web, l'esercizio 5 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 23 della pagina web.

## ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

**NOME:**

**COGNOME:**

**MATRICOLA:**

1. Determinare l'insieme dei maggioranti e dei minoranti dell'insieme  $\{1\} \cup [3, 5]$

Insieme dei maggioranti :  $[5, +\infty[$       Insieme dei minoranti :  $] - \infty, 1]$

2. Scrivere il significato (= la definizione) della seguente uguaglianza, dove i simboli  $f$  e  $x_0$  denotano rispettivamente una funzione reale definita in un insieme  $A \subseteq \mathbf{R}$  e un punto di accumulazione per  $A$ :  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$

$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : |f(x)| < \varepsilon \quad \forall x \in (]x_0 - \delta, x_0 + \delta[ \setminus \{x_0\}) \cap A$

3. Calcolare  $D \left( \frac{\cos x}{x + e^x} \right) = - \frac{(x + e^x) \operatorname{sen} x + (e^x + 1) \cos x}{(x + e^x)^2}$

4. Assegnati i seguenti vettori  $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$ , calcolare il modulo di  $\mathbf{u}$ , il versore di  $\mathbf{u}$ , il vettore  $\mathbf{u} + 3\mathbf{v}$ , il prodotto scalare  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$  e l'angolo  $\widehat{\mathbf{u}\mathbf{v}}$ :  $\mathbf{u} = \left( -\frac{1}{2}, 0, -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \quad \mathbf{v} = (2\sqrt{3}, 0, 2)$

**Risposta:**  $|\mathbf{u}| = 1, \frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left( -\frac{1}{2}, 0, -\frac{\sqrt{3}}{2} \right), \mathbf{u} + 3\mathbf{v} = \left( -\frac{1}{2} + 6\sqrt{3}, 0, 6 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right), \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = -2\sqrt{3}, \widehat{\mathbf{u}\mathbf{v}} = \frac{5\pi}{6}$

5. Determinare, giustificando la risposta, il rango della matrice  $\begin{pmatrix} 6 & 4 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 8 & 8 & 4 \end{pmatrix}$  **Risposta :2**

Tutti gli esercizi proposti negli esami scritti sono stati già pubblicati, insieme alle risposte, durante il periodo delle lezioni, nella pagina web del corso <http://wpage.unina.it/fiorenza/docente/an1geo2223.htm> Nel caso della seduta di esame di oggi 17 Gennaio 2023, l'esercizio 1 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 3 della pagina web, l'esercizio 2 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 10 della pagina web, l'esercizio 3 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 14 oppure n. 15 della pagina web, l'esercizio 4 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 18 della pagina web, l'esercizio 5 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 23 della pagina web.

## ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

**NOME:**

**COGNOME:**

**MATRICOLA:**

1. Determinare l'insieme dei maggioranti e dei minoranti dell'insieme  $\{1\} \cup ]3, 5]$

Insieme dei maggioranti :  $[5, +\infty[$       Insieme dei minoranti :  $] - \infty, 1]$

2. Scrivere il significato (= la definizione) della seguente uguaglianza, dove  $\ell \in \mathbf{R}$  e  $f$  denota una funzione reale definita in un insieme  $A \subseteq \mathbf{R}$  per il quale 0 è di accumulazione:  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \ell$

$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : |f(x) - \ell| < \varepsilon \quad \forall x \in (] - \delta, \delta[ \setminus \{0\}) \cap A$

3. Calcolare  $D(1 + \log(x + 1)) = \frac{1}{x + 1}$

4. Assegnati i seguenti vettori  $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$ , calcolare il modulo di  $\mathbf{u}$ , il versore di  $\mathbf{u}$ , il vettore  $\mathbf{u} + 3\mathbf{v}$ , il prodotto scalare  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$  e l'angolo  $\widehat{\mathbf{u}\mathbf{v}}$ :  $\mathbf{u} = (8, -2, 2)$        $\mathbf{v} = \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

**Risposta:**  $|\mathbf{u}| = 6\sqrt{2}$ ,  $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{2\sqrt{2}}{3}, -\frac{1}{3\sqrt{2}}, \frac{1}{3\sqrt{2}}\right)$ ,  $\mathbf{u} + 3\mathbf{v} = \left(\frac{19}{2}, \frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ,  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$ ,  $\widehat{\mathbf{u}\mathbf{v}} = \frac{\pi}{2}$

5. Determinare, giustificando la risposta, il rango della matrice  $\begin{pmatrix} 6 & 6 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 8 & 8 & 4 \end{pmatrix}$  **Risposta :** 1

Tutti gli esercizi proposti negli esami scritti sono stati già pubblicati, insieme alle risposte, durante il periodo delle lezioni, nella pagina web del corso <http://wpage.unina.it/fiorenza/docente/an1geo2223.htm> Nel caso della seduta di esame di oggi 17 Gennaio 2023, l'esercizio 1 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 3 della pagina web, l'esercizio 2 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 10 della pagina web, l'esercizio 3 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 14 oppure n. 15 della pagina web, l'esercizio 4 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 18 della pagina web, l'esercizio 5 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 23 della pagina web.

## ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

**NOME:**

**COGNOME:**

**MATRICOLA:**

1. Determinare l'insieme dei maggioranti e dei minoranti dell'insieme  $\{1\} \cup ]3, 5[$

Insieme dei maggioranti :  $[5, +\infty[$       Insieme dei minoranti :  $] - \infty, 1]$

2. Scrivere il significato (= la definizione) della seguente uguaglianza, dove  $f$  denota una funzione reale definita in un insieme  $A \subseteq \mathbf{R}$  per il quale 0 è di accumulazione:  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$

$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : |f(x)| < \varepsilon \quad \forall x \in (]-\delta, \delta[ \setminus \{0\}) \cap A$

3. Calcolare  $D \left( \frac{\cos x}{x + \operatorname{sen} x} \right) = -\frac{x \operatorname{sen} x + \cos x + 1}{(x + \operatorname{sen} x)^2}$

4. Assegnati i seguenti vettori  $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$ , calcolare il modulo di  $\mathbf{u}$ , il versore di  $\mathbf{u}$ , il vettore  $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$ , il prodotto scalare  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$  e l'angolo  $\widehat{\mathbf{u}\mathbf{v}}$ :  $\mathbf{u} = (1, 1, -\frac{1}{2})$        $\mathbf{v} = (2, 8, 2)$

**Risposta:**  $|\mathbf{u}| = \frac{3}{2}$ ,  $\frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left( \frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3} \right)$ ,  $\mathbf{u}+3\mathbf{v} = \left( 7, 25, \frac{11}{2} \right)$ ,  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 9$ ,  $\widehat{\mathbf{u}\mathbf{v}} = \frac{\pi}{4}$

5. Determinare, giustificando la risposta, il rango della matrice  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  **Risposta :** 1

Tutti gli esercizi proposti negli esami scritti sono stati già pubblicati, insieme alle risposte, durante il periodo delle lezioni, nella pagina web del corso <http://wpage.unina.it/fiorenza/docente/an1geo2223.htm> Nel caso della seduta di esame di oggi 17 Gennaio 2023, l'esercizio 1 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 3 della pagina web, l'esercizio 2 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 10 della pagina web, l'esercizio 3 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 14 oppure n. 15 della pagina web, l'esercizio 4 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 18 della pagina web, l'esercizio 5 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 23 della pagina web.

## ESAME DI ANALISI MATEMATICA E GEOMETRIA

**NOME:**

**COGNOME:**

**MATRICOLA:**

1. Determinare l'insieme dei maggioranti e dei minoranti dell'insieme  $\{1\} \cup [3, 5[$

Insieme dei maggioranti :  $[5, +\infty[$       Insieme dei minoranti :  $] - \infty, 1]$

2. Scrivere il significato (= la definizione) della seguente uguaglianza, dove i simboli  $f, x_0, \ell$  denotano rispettivamente una funzione reale definita in un insieme  $A \subseteq \mathbf{R}$ , un punto di accumulazione per  $A$ , un numero reale:  $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \ell$

$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : ||f(x)| - \ell| < \varepsilon \quad \forall x \in (]x_0 - \delta, x_0 + \delta[ \setminus \{x_0\}) \cap A$

3. Calcolare  $D \left( e^{\frac{2x+3}{4x+5}} \right) = -\frac{2e^{\frac{2x+3}{4x+5}}}{(4x+5)^2}$

4. Assegnati i seguenti vettori  $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$ , calcolare il modulo di  $\mathbf{u}$ , il versore di  $\mathbf{u}$ , il vettore  $\mathbf{u}+3\mathbf{v}$ , il prodotto scalare  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$  e l'angolo  $\widehat{\mathbf{u}\mathbf{v}}$ :  $\mathbf{u}=(6, 6, -3) \quad \mathbf{v}=\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}, \frac{1}{3}\right)$

**Risposta:**  $|\mathbf{u}| = 9, \frac{\mathbf{u}}{|\mathbf{u}|} = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right), \mathbf{u}+3\mathbf{v}=(7, 10, -2), \mathbf{u} \cdot \mathbf{v}=9, \widehat{\mathbf{u}\mathbf{v}}=\frac{\pi}{4}$

5. Determinare, giustificando la risposta, il rango della matrice  $\begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$  **Risposta :2**

Tutti gli esercizi proposti negli esami scritti sono stati già pubblicati, insieme alle risposte, durante il periodo delle lezioni, nella pagina web del corso <http://wpage.unina.it/fiorenza/docente/an1geo2223.htm> Nel caso della seduta di esame di oggi 17 Gennaio 2023, l'esercizio 1 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 3 della pagina web, l'esercizio 2 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 10 della pagina web, l'esercizio 3 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 14 oppure n. 15 della pagina web, l'esercizio 4 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 18 della pagina web, l'esercizio 5 fa parte dell'elenco degli esercizi n. 23 della pagina web.