Svolgimento degli esercizi sulle rette

Osservazioni utilizzate per lo svolgimento (le notazioni sono state introdotte nel corso):

(1) $$r \mathbin{/\!/} (\alpha,\beta) \;\Rightarrow\; r : \begin{cases} x = x_0 + \alpha t \\ y = y_0 + \beta t \end{cases} \qquad \big((x_0,y_0) \in \mathbb{R}^2\big)$$

(2) $$r \perp (\alpha,\beta) \;\Rightarrow\; r : \begin{cases} x = x_0 - \beta t \\ y = y_0 + \alpha t \end{cases} \qquad \big((x_0,y_0) \in \mathbb{R}^2\big)$$

(3) $$r \mathbin{/\!/} (\alpha,\beta) \;\Rightarrow\; r : \beta x - \alpha y + c = 0 \qquad (c \in \mathbb{R})$$

(4) $$r \perp (\alpha,\beta) \;\Rightarrow\; r : \alpha x + \beta y + c = 0 \qquad (c \in \mathbb{R})$$

(5) $$r \mathbin{/\!/} (\alpha,\beta)\,,\ \alpha \neq 0 \;\Rightarrow\; r : y = \frac{\beta}{\alpha} x + q \qquad (q \in \mathbb{R})$$

(6) $$r \perp (\alpha,\beta)\,,\ \beta \neq 0 \;\Rightarrow\; r : y = -\frac{\alpha}{\beta} x + q \qquad (q \in \mathbb{R})$$

(7) $$\vec{v} \mathbin{/\!/} r\,,\ r \perp r' \;\Rightarrow\; \vec{v} \perp r'$$

(8) $$\vec{v} \perp r\,,\ r \perp r' \;\Rightarrow\; \vec{v} \mathbin{/\!/} r'$$

Svolgimento di ogni esercizio (dal n. 1 al n. 25):

1. Basta sostituire $(1,-1)$ con $(0,2)$.

2. Usando (7), $(3,-1) \mathbin{/\!/} r\,,\ r \perp r' \;\Rightarrow\; (3,-1) \perp r'$; usando (4), $r' : 3x - y + c = 0$; sostituendo $(1,2)$ si ottiene $c = -1$.

3. $(3,-4) \mathbin{/\!/} r\,,\ r \mathbin{/\!/} r' \;\Rightarrow\; (3,-4) \mathbin{/\!/} r'$; usando (5), $r' : y = -\frac{4}{3}x + q$; sostituendo $(-1,2)$ si ottiene $q = \frac{2}{3}$.

4. $(\alpha,\beta) \perp (-3,1)$, quindi ad esempio $(\alpha,\beta) = (1,3)$. Va bene anche $(\alpha,\beta) = (\lambda, 3\lambda)$ con qualunque $\lambda \neq 0$. L'informazione su P non serve per arrivare alla risposta: te ne sei accorto?

5. $r \mathbin{/\!/} (-2,1)$, quindi $r' \mathbin{/\!/} (-2,1)$; usando (5), $r' \mathbin{/\!/} (-2,1) \;\Rightarrow\; r' : y = -\frac{1}{2}x + q \;\Rightarrow\; m = -\frac{1}{2}$

6. Usando (7), $(-2,3) \mathbin{/\!/} r\,,\ r \perp r' \;\Rightarrow\; (-2,3) \perp r'$; usando (2), $r : \begin{cases} x = x_0 + 3t \\ y = y_0 + 2t \end{cases}$; infine, si sostituisce $(x_0,y_0) = (1,-2)$.

7. $(-3,-1) \mathbin{/\!/} r\,,\ r \mathbin{/\!/} r' \;\Rightarrow\; (-3,-1) \mathbin{/\!/} r'$; usando (3), $r' : x - 3y + c = 0$; sostituendo $(-1,-3)$ si ottiene $c = -8$.

8. Usando (7), $(3,-1) \mathbin{/\!/} r\,,\ r \perp r' \;\Rightarrow\; (3,-1) \perp r'$; usando (6), $r' : y = 3x + q$; sostituendo $(1,-3)$ si ottiene $q = -6$.

9. $(3,-1) \mathbin{/\!/} r$, quindi ad esempio $(\alpha,\beta) = (3,-1)$. Va bene anche $(\alpha,\beta) = (3\lambda, -\lambda)$ con qualunque $\lambda \neq 0$. L'informazione su P non serve per arrivare alla risposta: te ne sei accorto?

10. Usando (7), $(-1,4) \mathbin{/\!/} r\,,\ r \perp r' \;\Rightarrow\; (-1,4) \perp r'$; usando (6), $r' : y = \frac{1}{4}x + q$, quindi $m = \frac{1}{4}$. L'informazione su P non serve per arrivare alla risposta: te ne sei accorto?

11. $(2,-1) \perp r\,,\ r \mathbin{/\!/} r' \;\Rightarrow\; (2,-1) \perp r'$; usando (2), $r' : \begin{cases} x = x_0 + t \\ y = y_0 + 2t \end{cases}$; infine, si sostituisce $(x_0,y_0) = (0,2)$.

12. Usando (8), $(1,4) \perp r\,,\ r \perp r' \;\Rightarrow\; (1,4) \mathbin{/\!/} r'$; usando (3), $r' : 4x - y + c = 0$; sostituendo $(1,2)$ si ottiene $c = -2$. Sia $4x - y - 2 = 0$, sia $-4x + y + 2 = 0$ sono risposte valide.

13. $(3,-2) \perp r\,,\ r \,/\!/\, r' \ \Rightarrow\ (3,-2) \perp r'$; usando (6), $r'\ :\ y = \frac{3}{2}x + q$; sostituendo $(-1,2)$ si ottiene $q = \frac{7}{2}$.

14. Usando (8), $(3,-1) \perp r\,,\ r \perp r' \ \Rightarrow\ (3,-1) \,/\!/\, r'$, quindi ad esempio $(\alpha,\beta) = (3,-1)$. Va bene anche $(\alpha,\beta) = (3\lambda,-\lambda)$ con qualunque $\lambda \neq 0$.

15. Basta portare y a secondo membro, quindi $m = 2$. L'informazione su P non serve per arrivare alla risposta: te ne sei accorto?

16. Usando (8), $(2,7) \perp r\,,\ r \perp r' \ \Rightarrow\ (2,7) \,/\!/\, r'$; usando (1), $r'\ :\ \begin{cases} x = x_0 + 2t \\ y = y_0 + 7t \end{cases}$; infine, si sostituisce $(x_0,y_0) = (1,-2)$. Sia $r'\ :\ \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 7t \end{cases}$, sia $r'\ :\ \begin{cases} x = 1 + \frac{2}{7}t \\ y = -2 + t \end{cases}$ sono risposte valide: va bene ogni $r'\ :\ \begin{cases} x = 1 + 2\lambda t \\ y = -2 + 7\lambda t \end{cases}$ con $\lambda \neq 0$.

17. r' é del tipo $4x - 3y + c = 0$; sostituendo $(-1,-3)$ si ottiene $c = -5$.

18. Usando (8), $(3,2) \perp r\,,\ r \perp r' \ \Rightarrow\ (3,2) \,/\!/\, r'$; usando (5), $r'\ :\ y = \frac{2}{3}x + q$; sostituendo $(1,-3)$ si ottiene $q = -\frac{11}{3}$.

19. $(3,7) \perp r\,,\ r \,/\!/\, r' \ \Rightarrow\ (3,7) \perp r'$; usando (2), $r'\ :\ \begin{cases} x = x_0 - 7t \\ y = y_0 + 3t \end{cases}$, quindi ad esempio $(\alpha,\beta) = (-7,3)$. Va bene anche $(\alpha,\beta) = (-7\lambda,3\lambda)$ con qualunque $\lambda \neq 0$, quindi, ponendo $\lambda = -1$, va bene anche $(\alpha,\beta) = (7,-3)$.

20. Usando (8), $(2,5) \perp r\,,\ r \perp r' \ \Rightarrow\ (2,5) \,/\!/\, r'$; usando (5), $r'\ :\ y = \frac{5}{2}x + q$, quindi $m = \frac{5}{2}$.

21. $(1,3) \,/\!/\, r\,,\ r \,/\!/\, r' \ \Rightarrow\ (1,3) \,/\!/\, r'$; usando (1), $r'\ :\ \begin{cases} x = x_0 + t \\ y = y_0 + 3t \end{cases}$; infine, si sostituisce $(x_0,y_0) = (0,2)$.

22. Usando (7), $(1,5) \,/\!/\, r\,,\ r \perp r' \ \Rightarrow\ (1,5) \perp r'$; usando (4), $r'\ :\ x + 5y + c = 0$; sostituendo $(1,2)$ si ottiene $c = -11$.

23. r' é del tipo $y = 5x + q$; sostituendo $(-1,2)$ si ottiene $q = 7$.

24. Usando (7), $(1,1) \,/\!/\, r\,,\ r \perp r' \ \Rightarrow\ (1,1) \perp r'$, quindi ad esempio $(\alpha,\beta) = (1,-1)$. Va bene anche $(\alpha,\beta) = (\lambda,-\lambda)$ con qualunque $\lambda \neq 0$. Si arriva alla stessa conclusione anche notando che r é parallela alla bisettrice del primo e terzo quadrante, quindi r' deve essere parallela alla bisettrice del secondo e quarto quadrante.

25. $r' \,/\!/\, r$, quindi hanno lo stesso coefficiente angolare; ne segue che $m = 3$.

Nel foglio con i testi degli esercizi e con le risposte finali c'é una risposta con un segno sbagliato: l'hai trovata?