

L'esercizio che segue riguarda la definizione di punto di accumulazione: un punto $x_0 \in \mathbf{R}$ si dice di accumulazione per un insieme $A \subseteq \mathbf{R}$ se $\forall \delta > 0$ l'insieme $(]x_0 - \delta, x_0 + \delta[\setminus \{x_0\}) \cap A$ è diverso dal vuoto.

Posto $A =]3, 6[\cup]8, 11[$ (quindi A è unione dell'intervallo aperto di estremi 3 e 6 e dell'intervallo aperto di estremi 8 e 11), stabilire se i numeri assegnati sono o non sono punti di accumulazione per l'insieme A . In caso affermativo, fissato $\delta > 0$, scrivere quale insieme è diverso dal vuoto, e, scelto $\delta = 2$, esibire un suo elemento. In caso negativo, esiste un $\delta > 0$ tale che un certo insieme sia vuoto. Scrivere tale insieme ed esibire un δ .

È vero che 1 è un punto di accumulazione per A ?

☐	si
☒	no

...infatti $\exists \delta > 0 : (]1 - \delta, 1 + \delta[\setminus \{1\}) \cap (]3, 6[\cup]8, 11[) = \emptyset$. Per esempio $\delta = 2$: risulta

$$(]1 - 1, 3[\setminus \{1\}) \cap (]3, 6[\cup]8, 11[) = \emptyset$$

È vero che 2 è un punto di accumulazione per A ?

☐	si
☒	no

...infatti $\exists \delta > 0 : (]2 - \delta, 2 + \delta[\setminus \{2\}) \cap (]3, 6[\cup]8, 11[) = \emptyset$. Per esempio $\delta = 1$: risulta

$$(]1, 3[\setminus \{2\}) \cap (]3, 6[\cup]8, 11[) = \emptyset$$

È vero che 3 è un punto di accumulazione per A ?

☒	si
☐	no

...infatti $\forall \delta > 0 (]3 - \delta, 3 + \delta[\setminus \{3\}) \cap (]3, 6[\cup]8, 11[) \neq \emptyset$. Se per esempio $\delta = 2$, risulta

$$4 \in (]1, 5[\setminus \{3\}) \cap (]3, 6[\cup]8, 11[)$$

È vero che 4 è un punto di accumulazione per A ?

☒	si
☐	no

...infatti $\forall \delta > 0 (]4 - \delta, 4 + \delta[\setminus \{4\}) \cap (]3, 6[\cup]8, 11[) \neq \emptyset$. Se per esempio $\delta = 2$, risulta

$$5 \in (]2, 6[\setminus \{4\}) \cap (]3, 6[\cup]8, 11[)$$

È vero che 5 è un punto di accumulazione per A ?

☒	si
☐	no

...infatti $\forall \delta > 0 (]5 - \delta, 5 + \delta[\setminus \{5\}) \cap (]3, 6[\cup]8, 11[) \neq \emptyset$. Se per esempio $\delta = 2$, risulta

$$4 \in (]3, 7[\setminus \{5\}) \cap (]3, 6[\cup]8, 11[)$$

È vero che 6 è un punto di accumulazione per A ?

☒	si
☐	no

...infatti $\forall \delta > 0 \ (]6 - \delta, 6 + \delta[\setminus \{6\}) \cap (]3, 6[\cup]8, 11[) \neq \emptyset$. Se per esempio $\delta = 2$, risulta

$$5 \in (]4, 8[\setminus \{6\}) \cap (]3, 6[\cup]8, 11[)$$

È vero che 7 è un punto di accumulazione per A ?

☐	si
☒	no

...infatti $\exists \delta > 0 : (]7 - \delta, 7 + \delta[\setminus \{7\}) \cap (]3, 6[\cup]8, 11[) = \emptyset$. Per esempio $\delta = 1$: risulta

$$(]6, 8[\setminus \{7\}) \cap (]3, 6[\cup]8, 11[) = \emptyset$$

È vero che 8 è un punto di accumulazione per A ?

☒	si
☐	no

...infatti $\forall \delta > 0 \ (]8 - \delta, 8 + \delta[\setminus \{8\}) \cap (]3, 6[\cup]8, 11[) \neq \emptyset$. Se per esempio $\delta = 2$, risulta

$$9 \in (]6, 10[\setminus \{8\}) \cap (]3, 6[\cup]8, 11[)$$

È vero che 9 è un punto di accumulazione per A ?

☒	si
☐	no

...infatti $\forall \delta > 0 \ (]9 - \delta, 9 + \delta[\setminus \{9\}) \cap (]3, 6[\cup]8, 11[) \neq \emptyset$. Se per esempio $\delta = 2$, risulta

$$10 \in (]7, 11[\setminus \{9\}) \cap (]3, 6[\cup]8, 11[)$$

È vero che 10 è un punto di accumulazione per A ?

☒	si
☐	no

...infatti $\forall \delta > 0 \ (]10 - \delta, 10 + \delta[\setminus \{10\}) \cap (]3, 6[\cup]8, 11[) \neq \emptyset$. Se per esempio $\delta = 2$, risulta

$$9 \in (]8, 12[\setminus \{10\}) \cap (]3, 6[\cup]8, 11[)$$

È vero che 11 è un punto di accumulazione per A ?

☒	si
☐	no

...infatti $\forall \delta > 0 \ (]11 - \delta, 11 + \delta[\setminus \{11\}) \cap (]3, 6[\cup]8, 11[) \neq \emptyset$. Se per esempio $\delta = 2$, risulta

$$10 \in (]9, 13[\setminus \{11\}) \cap (]3, 6[\cup]8, 11[)$$

È vero che 12 è un punto di accumulazione per A ?

☐	si
☒	no

...infatti $\exists \delta > 0 : (]12 - \delta, 12 + \delta[\setminus \{12\}) \cap (]3, 6[\cup]8, 11[) = \emptyset$. Per esempio $\delta = 1$: risulta

$$(]11, 13[\setminus \{12\}) \cap (]3, 6[\cup]8, 11[) = \emptyset$$