



# *Controllo di un simulatore di elicottero*



*Università degli studi di Napoli Federico II*

*Sistemi di Controllo Multivariabile  
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria dell'Automazione  
Docente Prof. F. Amato*

*Francesco Alderisio – Francesco Morsillo*



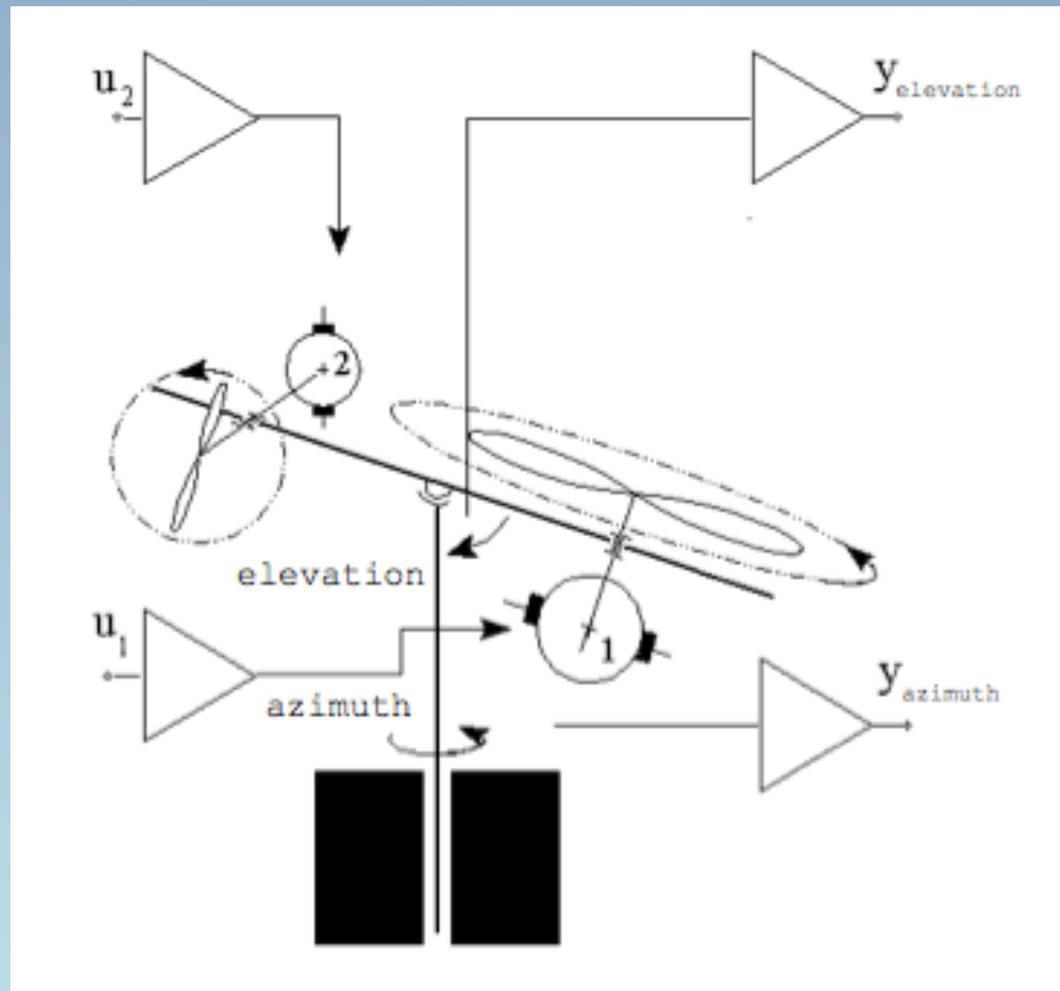
# *Sistema controllato*



Helicopter Simulator CE150

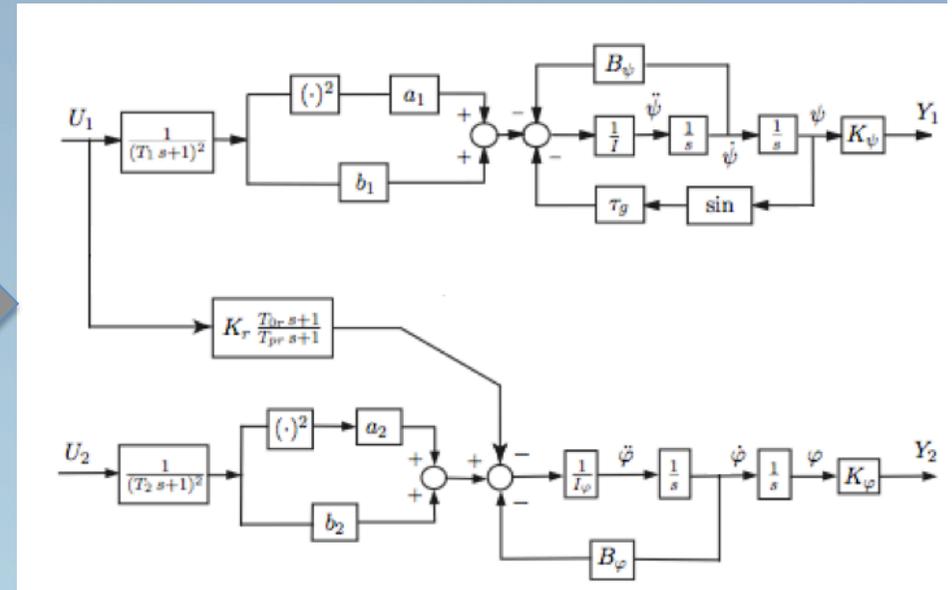
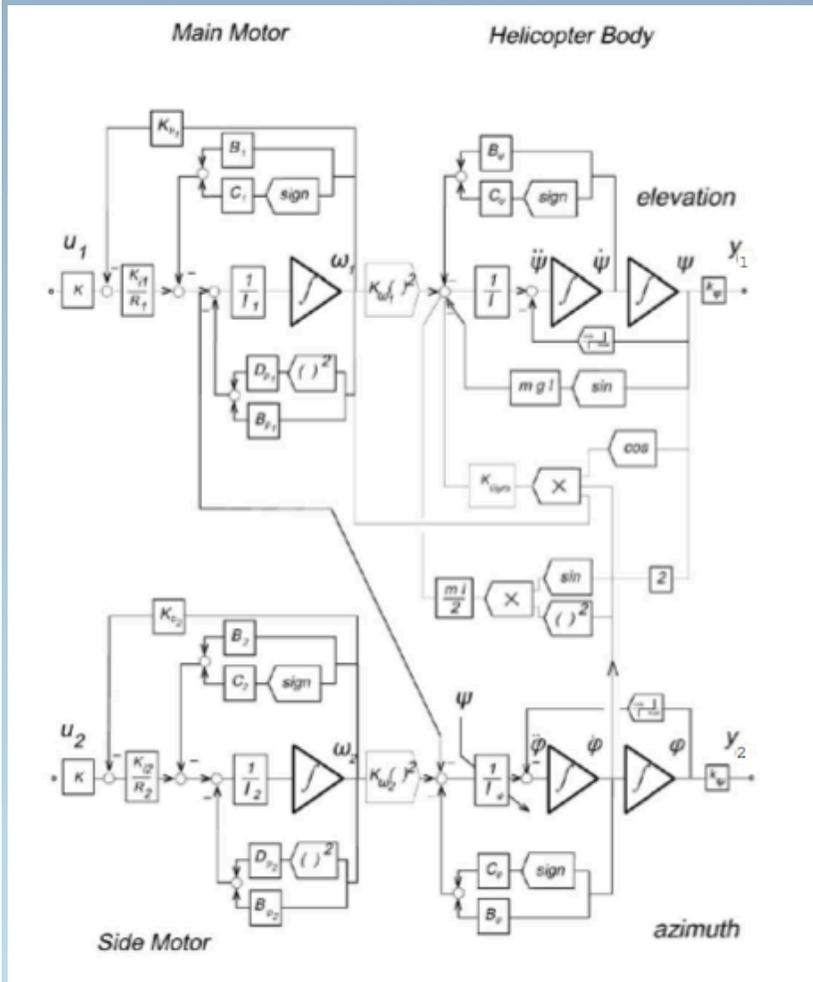


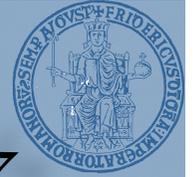
# Modellizzazione del sistema controllato 1/7





# Modellizzazione del sistema controllato 2/7





# Modellizzazione del sistema controllato 3/7

Sistema non lineare

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{-\tau_g \sin(x_1) - B_\psi x_2 + b_1 x_3 + a_1 x_3^2}{I} \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = -\frac{1}{T_1^2} x_3 - \frac{2}{T_1} x_4 + \frac{1}{T_1^2} u_1 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = \frac{-B_\varphi x_6 + b_2 x_7 + a_2 \text{sign}(x_7) x_7^2 - C x_9 - D u_1}{I_\varphi} \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = -\frac{1}{T_2^2} x_7 - \frac{2}{T_2} x_8 + \frac{1}{T_2^2} u_2 \\ \dot{x}_9 = A x_9 + u_1 \\ y_1 = x_1 \\ y_2 = x_5 \end{array} \right.$$



# Modellizzazione del sistema controllato 4/7

Sistema linearizzato nello spazio di stato

$$\begin{cases} \delta \dot{x} = A_e \delta x + B_e \delta u \\ \delta y = C_e \delta x \end{cases}$$

$$x = x_e + \delta x$$

$$\dot{x} = \delta \dot{x}$$

$$u = u_e + \delta u$$

$$y = y_e + \delta y$$

$$A_e = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{B_\psi}{I} & \frac{b_1 + 2a_1 x_{3e}}{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_1^2} & -\frac{2}{T_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{B_\varphi}{I_\varphi} & \frac{b_2 + 2a_2 x_{7e}}{I_\varphi} & 0 & \frac{C}{I_\varphi} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_2^2} & -\frac{2}{T_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A \end{bmatrix}$$

$$B_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{T_1^2} & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{D}{I_\varphi} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_2^2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D_e = 0$$



# Modellizzazione del sistema controllato 5/7

Punto di equilibrio

$$x_{1e} = \frac{\pi}{2}$$

$$x_{2e} = 0$$

$$x_{3e} = 0.5889$$

$$x_{4e} = 0$$

$$x_{5e} = 0$$

$$x_{6e} = 0$$

$$x_{7e} = 0.0310$$

$$x_{8e} = 0$$

$$x_{9e} = 0.44128$$

$$u_{1e} = 0.5889$$

$$u_{2e} = 0.0310$$

$$y_{1e} = \frac{\pi}{2}$$

$$y_{2e} = 0$$



# Modellizzazione del sistema controllato 6/7

Matrice di trasferimento

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix}$$

$$G_{11}(s) = \frac{3995}{s^4 + 21.14s^3 + 122.9s^2 + 114.4s}$$

$$G_{12}(s) = 0$$

$$G_{21}(s) = -\frac{1.401s + 0.5148}{s^3 + 3.432s^2 + 2.798s}$$

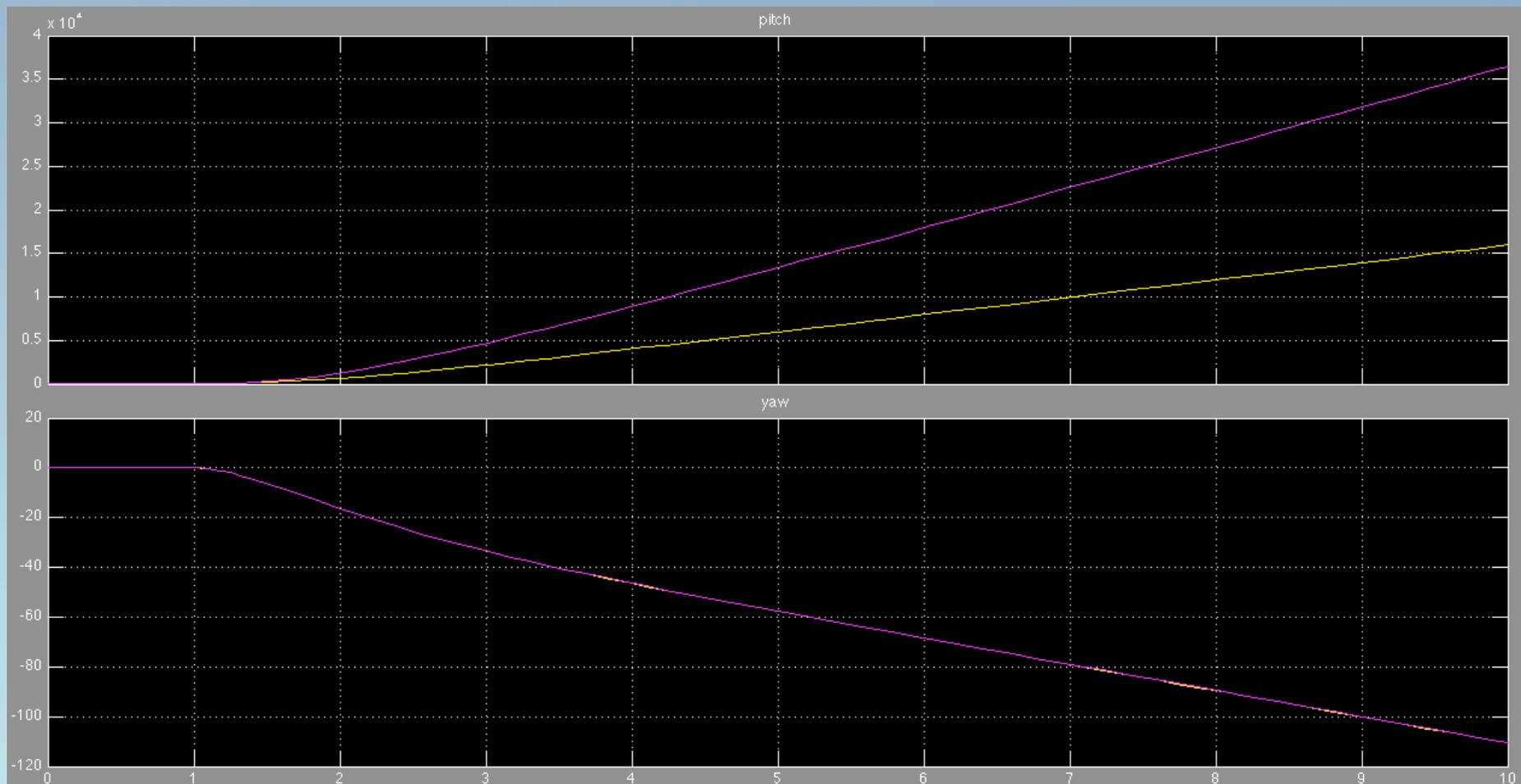
$$G_{22}(s) = \frac{121.5}{s^4 + 10.1s^3 + 32.79s^2 + 33.58s}$$



# Modellazione del sistema controllato 7/7

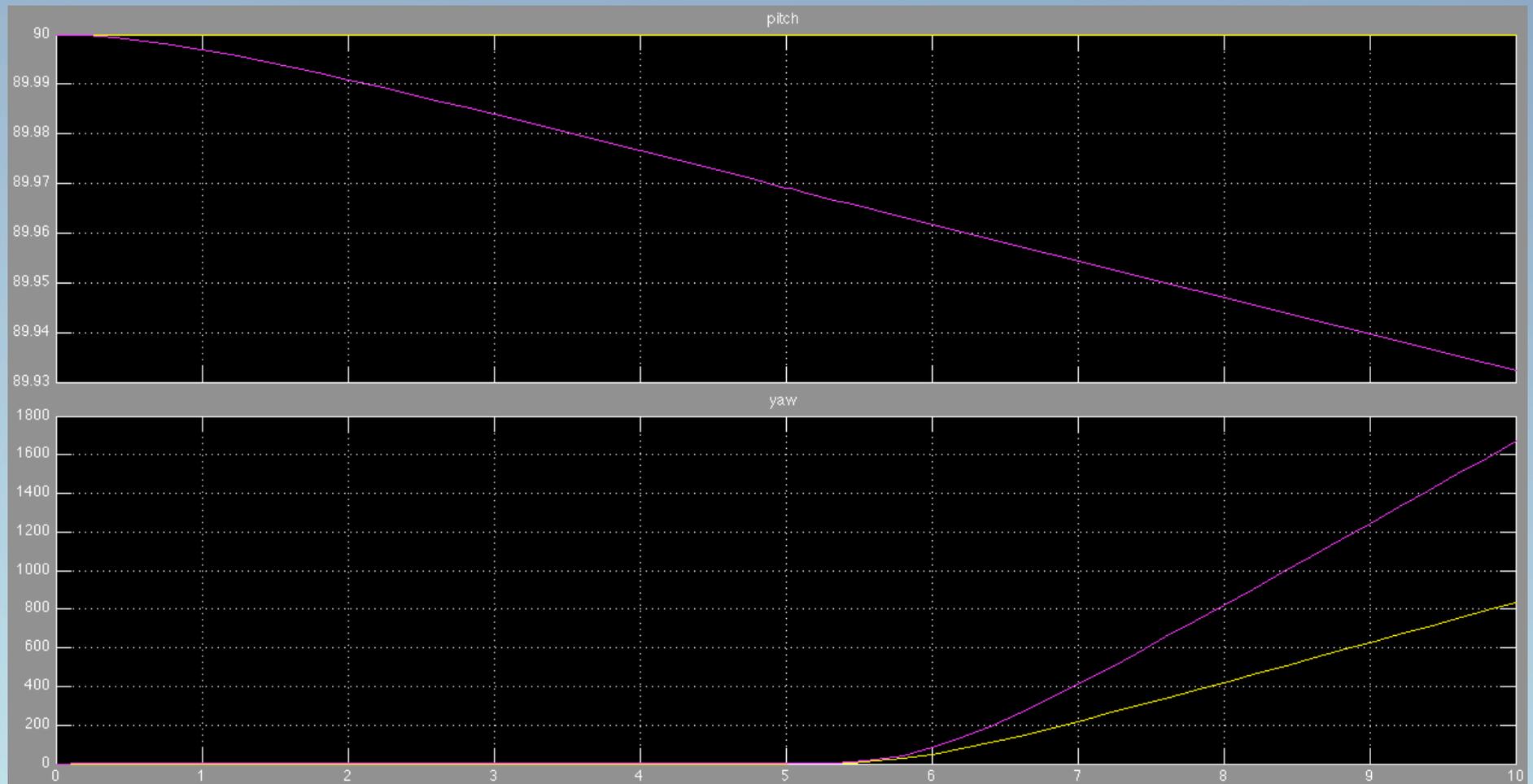
Risposta al gradino

Primo canale





## Secondo canale





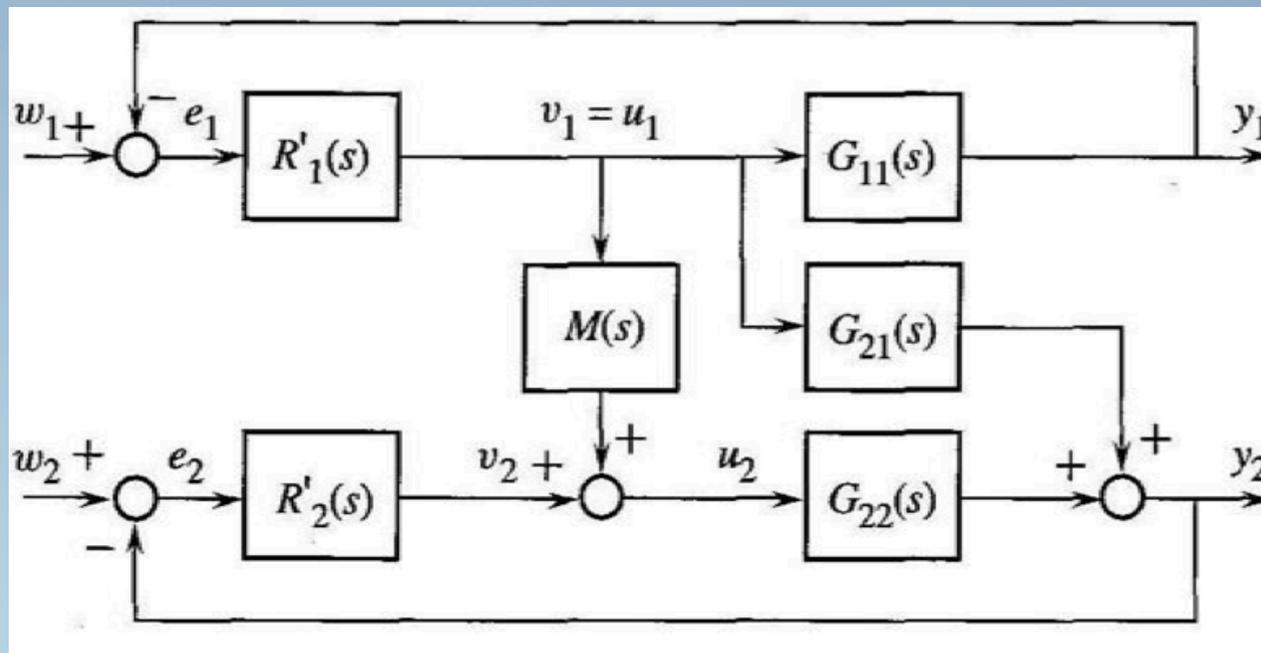
# *Tecniche di controllo utilizzate*

- Disaccoppiamento
- Stabilizzazione con retroazione di stato e allocazione dei poli in una determinata regione del piano di Gauss
- Controllo ottimo LQR con retroazione di stato
- Controllo ottimo LQR con retroazione di uscita



# Disaccoppiamento 1/5

Schema di controllo generale



$$M(s) = 461 \frac{(s+4)^2(s+0.37)}{(s+1.33)(s+200)^2}$$

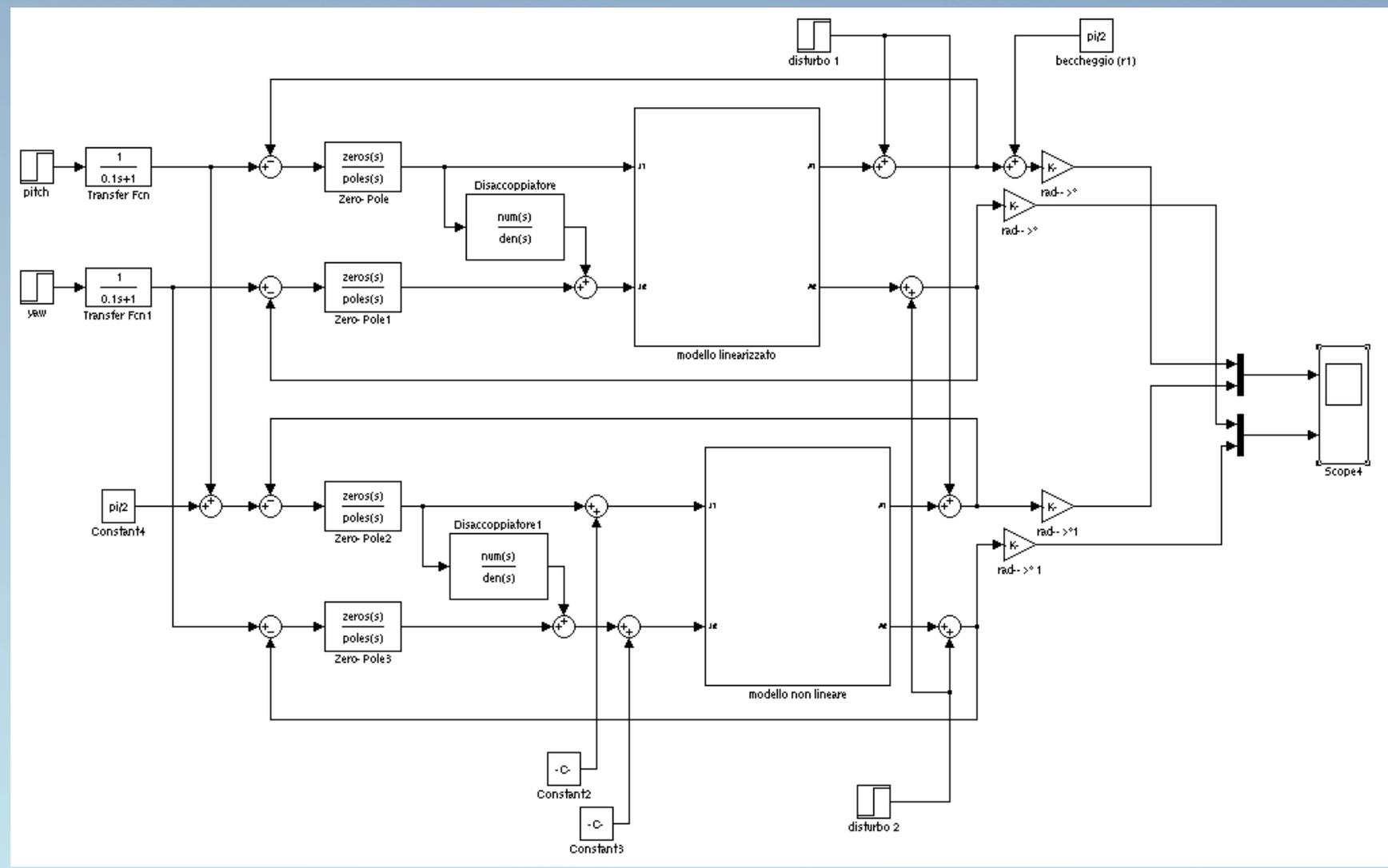
$$R'_1(s) = 180 \frac{(s+6)(s+3.5)}{(s+100)^2}$$

$$R'_2(s) = 730 \frac{(s+3)(s+2.3)}{(s+100)^2}$$



# Disaccoppiamento 2/5

Schema di controllo Simulink

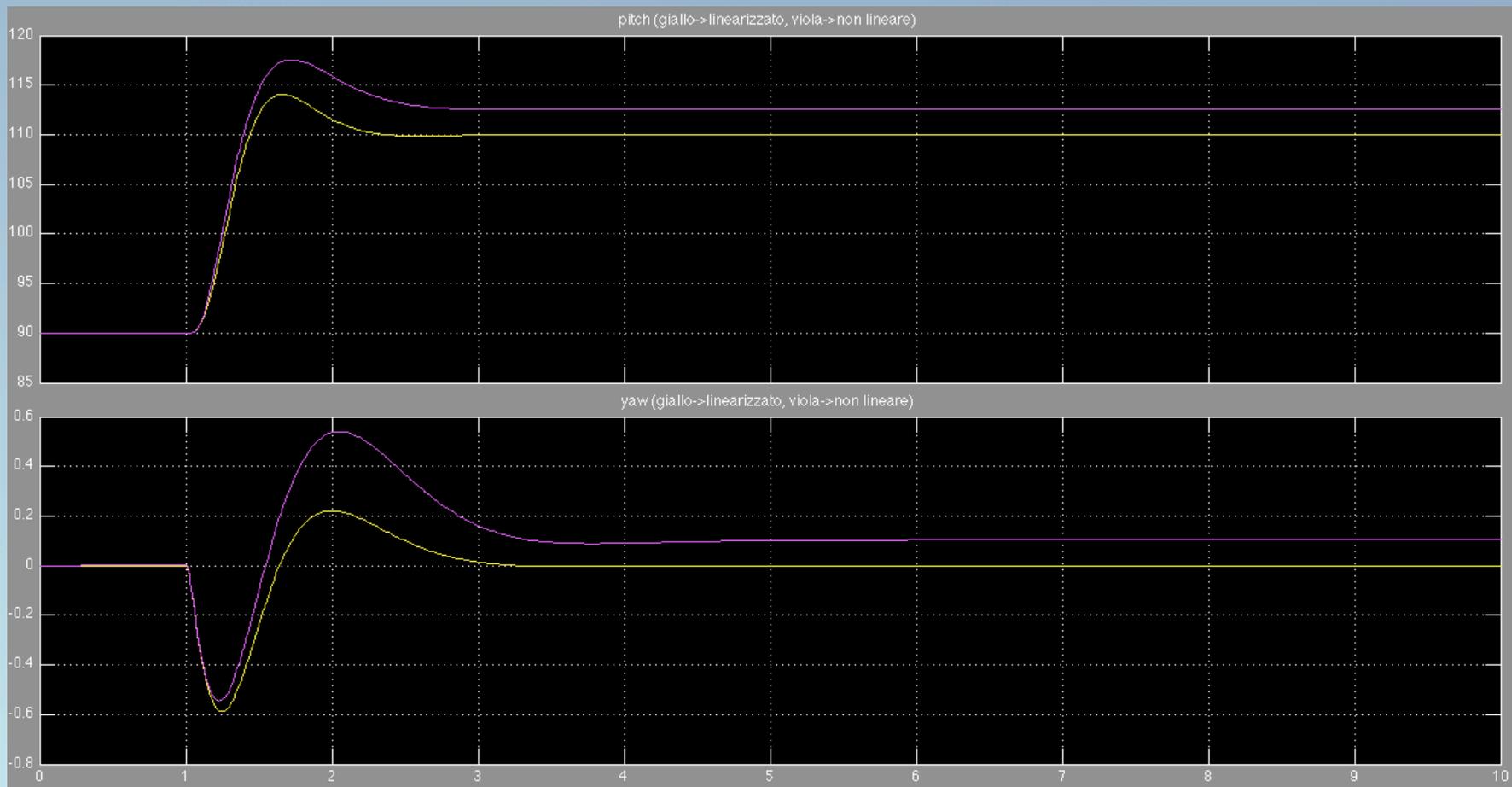




# Disaccoppiamento 3/5

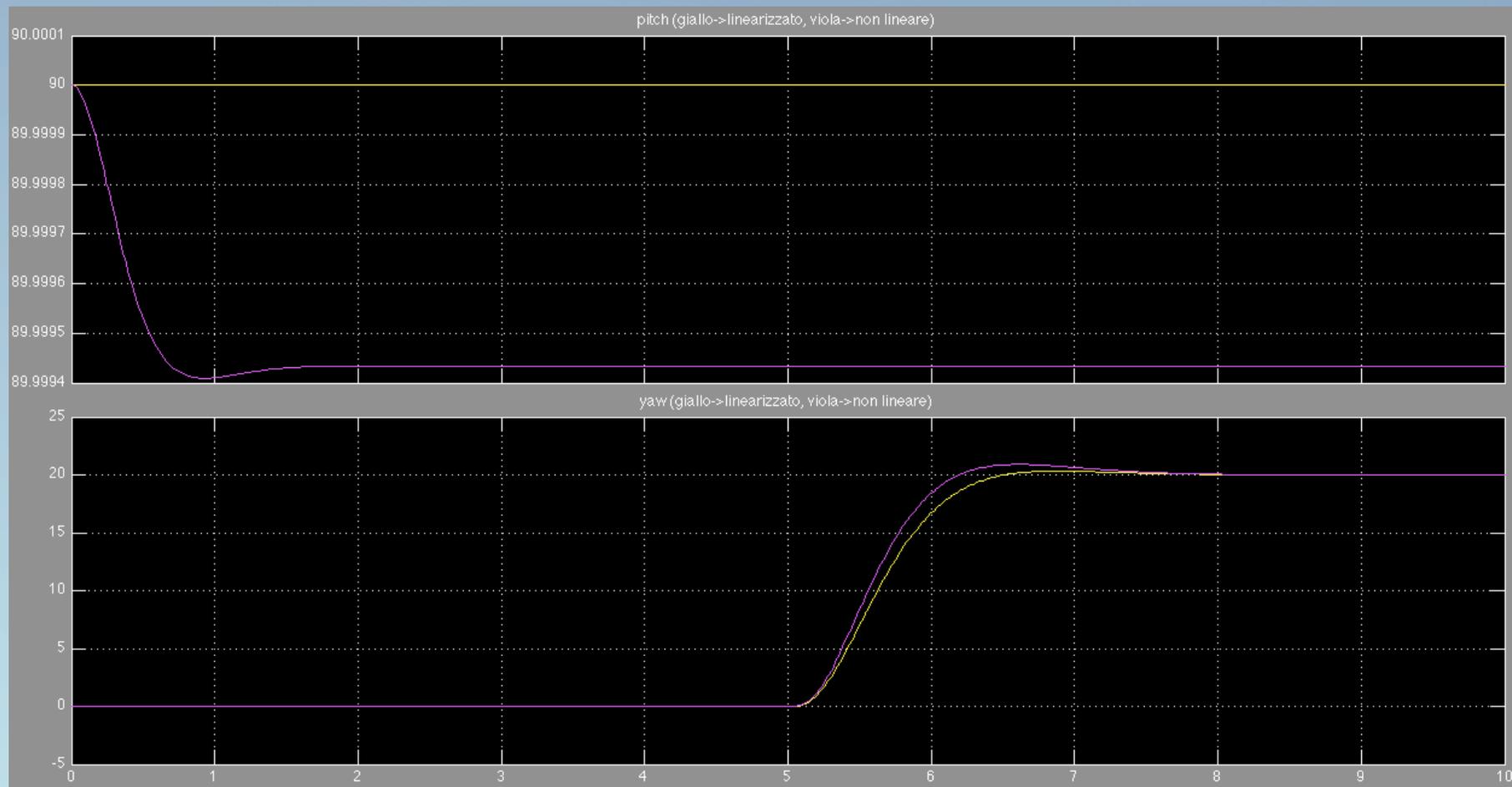
Risposta al gradino  $\left(A = \frac{\pi}{9}\right)$

Primo canale





## Secondo canale

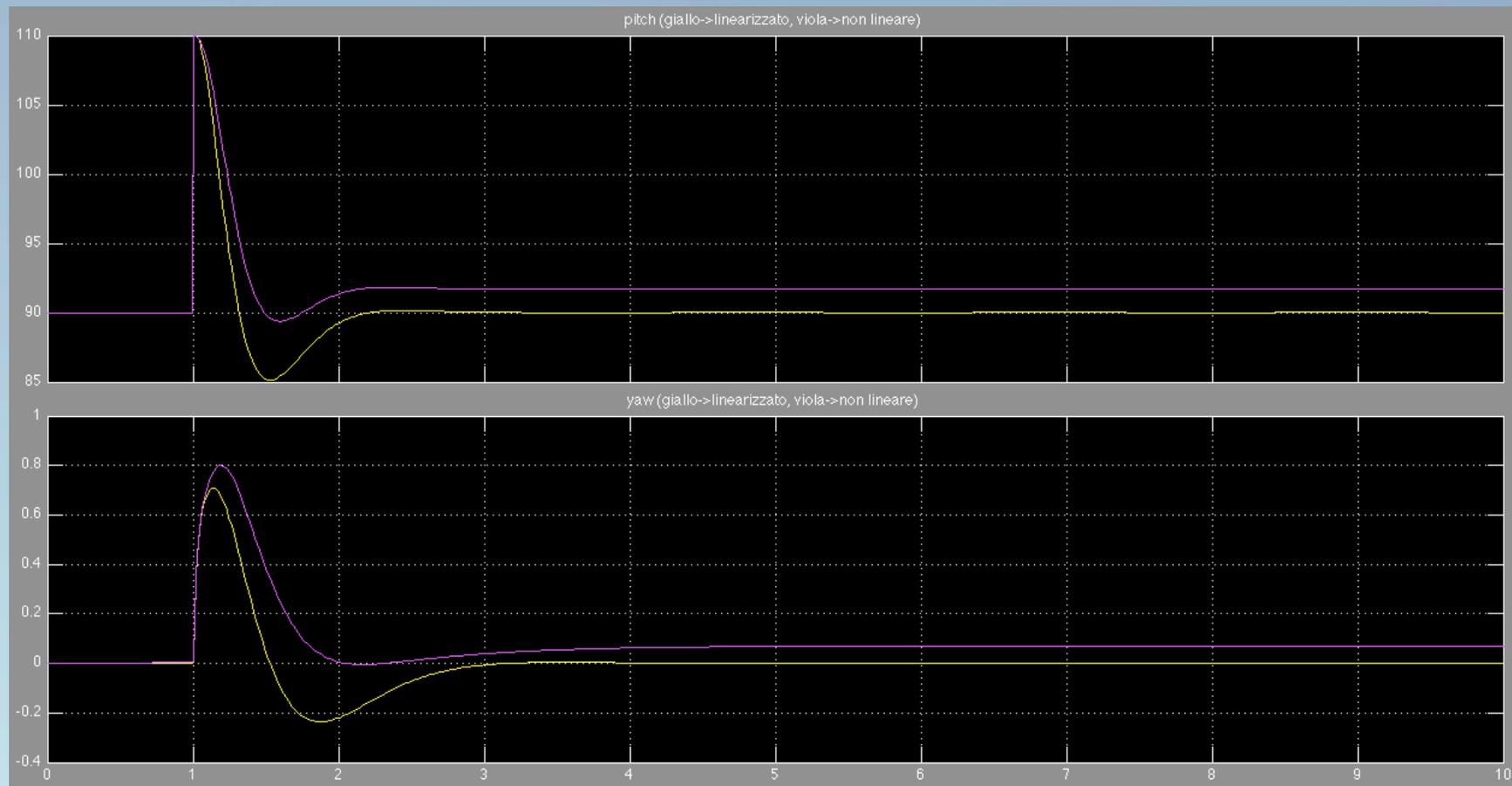




# Disaccoppiamento 4/5

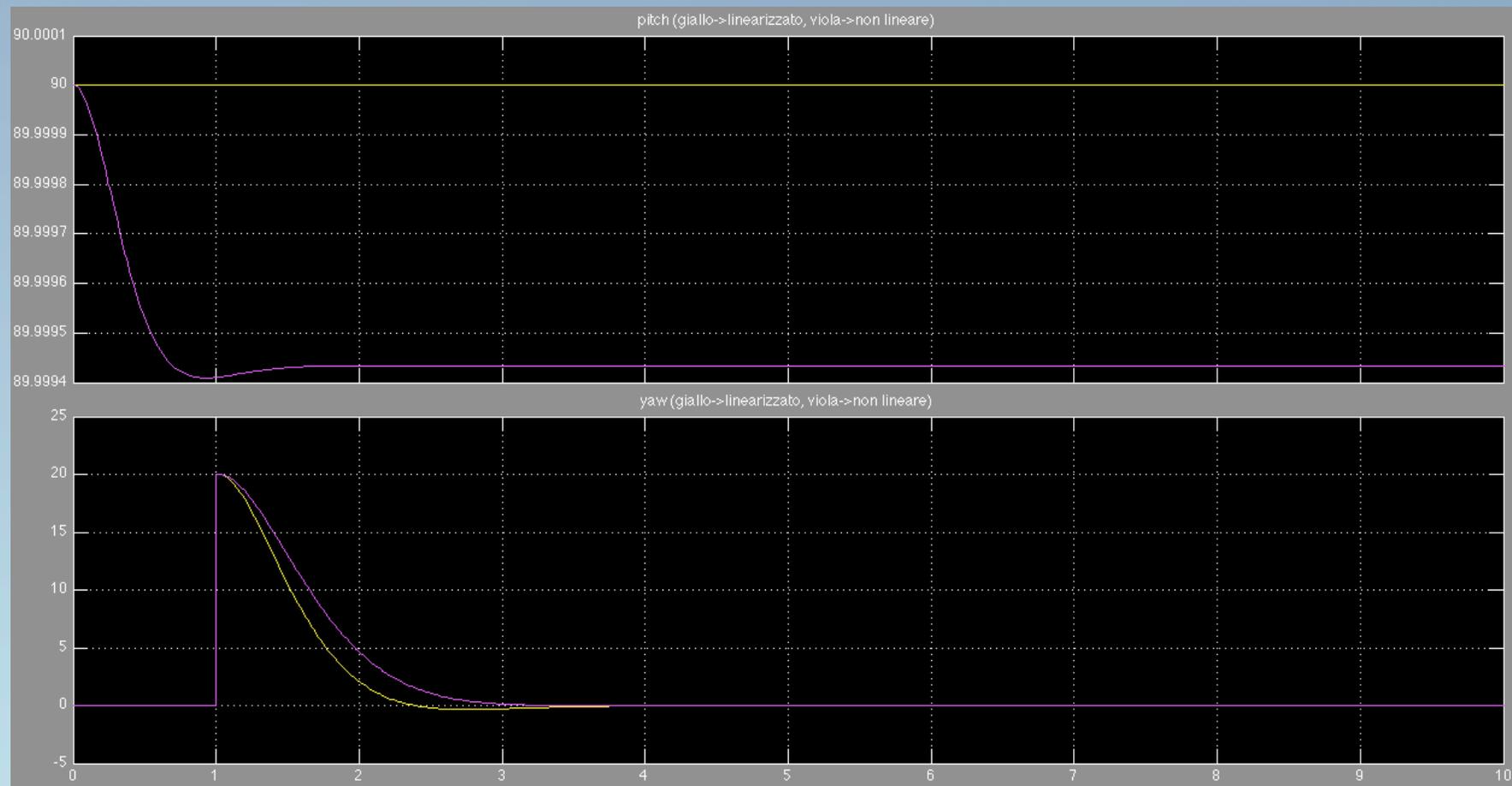
Reiezione di un disturbo a gradino  $\left(A = \frac{\pi}{9}\right)$

Primo canale





## Secondo canale

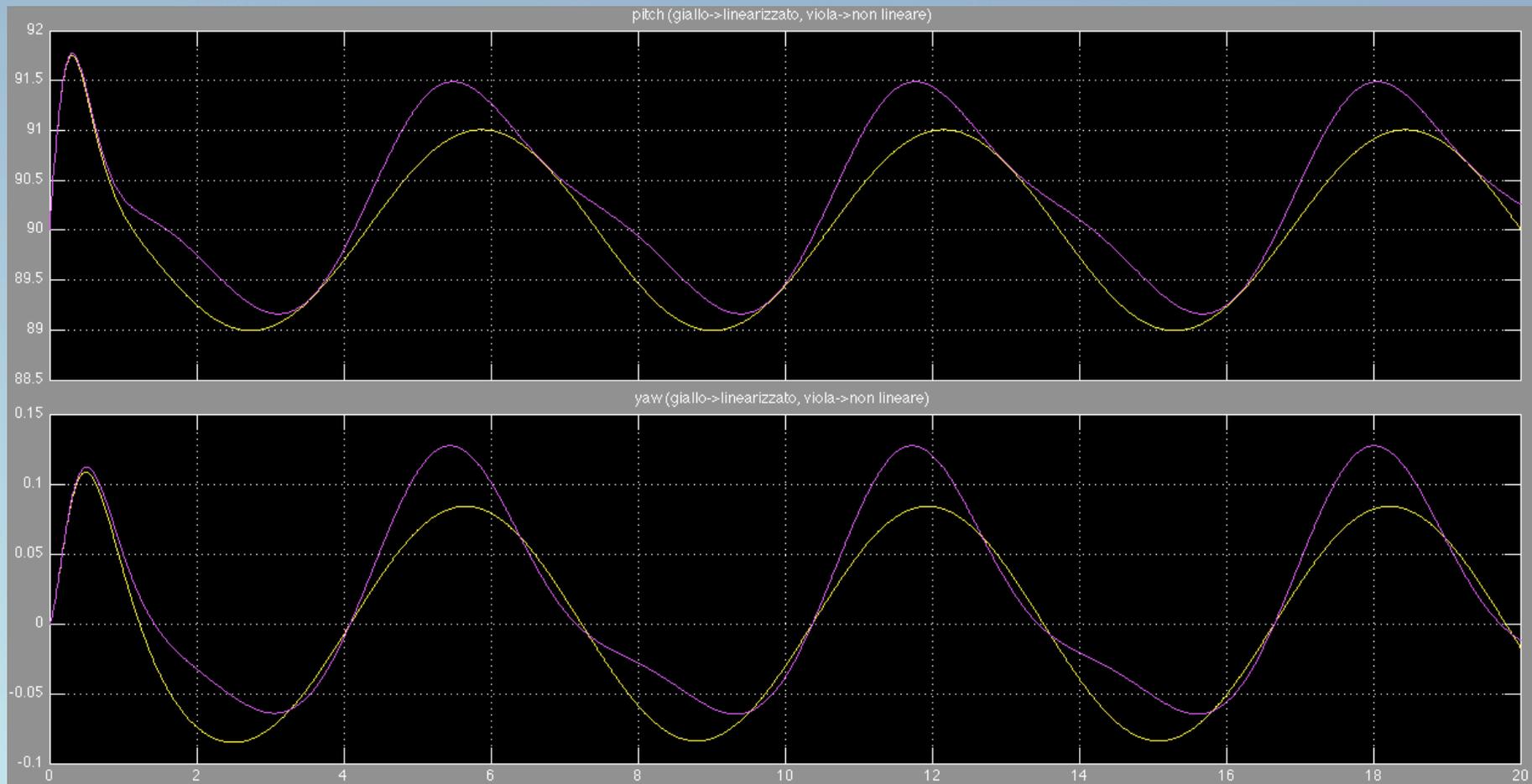




# Disaccoppiamento 5/5

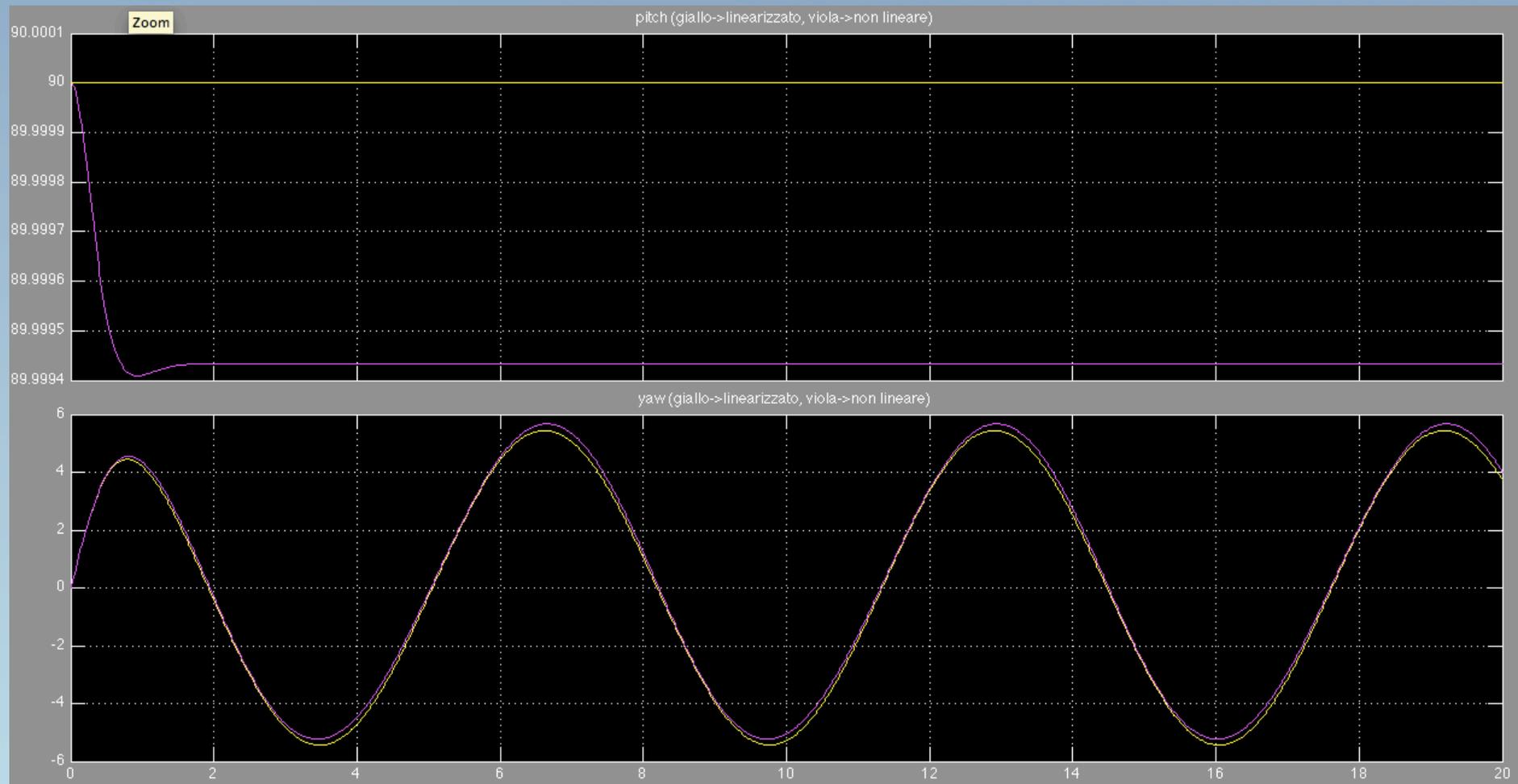
Reiezione di un disturbo sinusoidale  $\left(A = \frac{\pi}{18}, \omega = 1 \text{ rad/s}\right)$

Primo canale

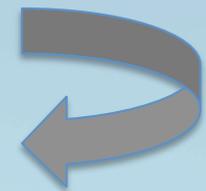




## Secondo canale



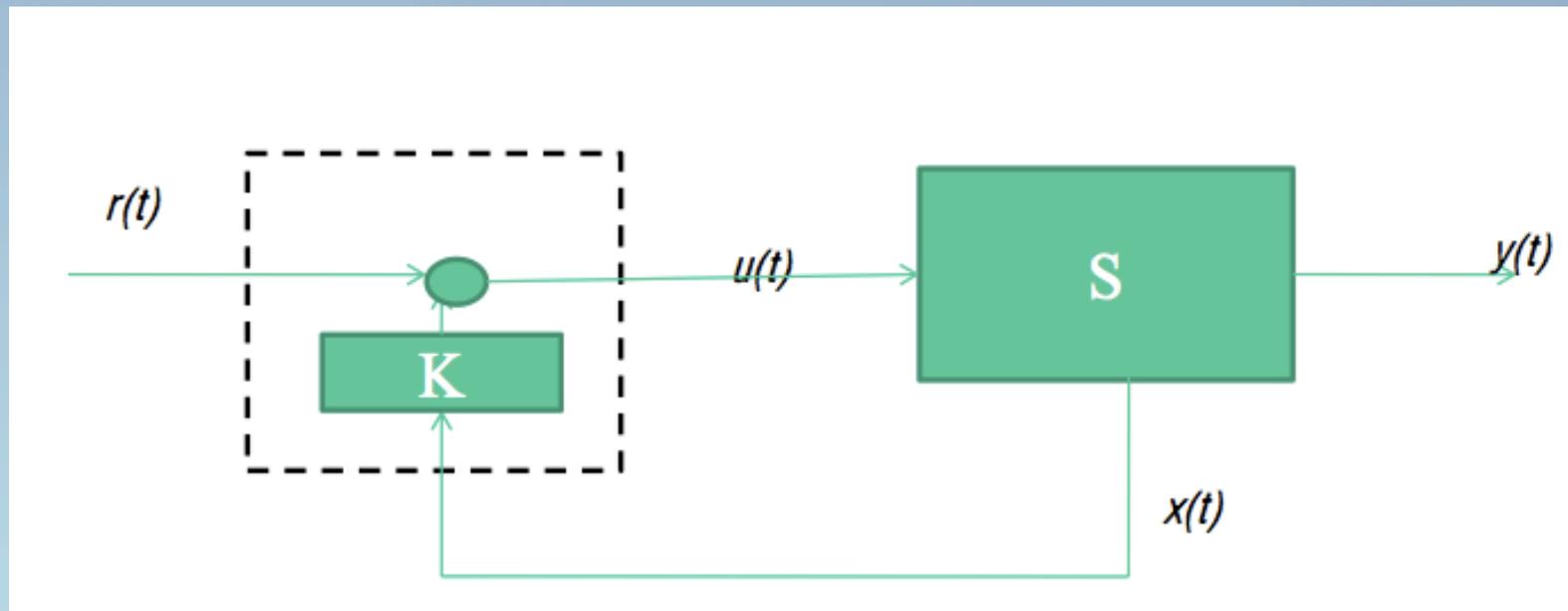
Ritorna a “tecniche di controllo utilizzate”





# Stabilizzazione con retroazione di stato e allocazione dei poli in una determinata regione del piano di Gauss 1/5

Schema di controllo generale

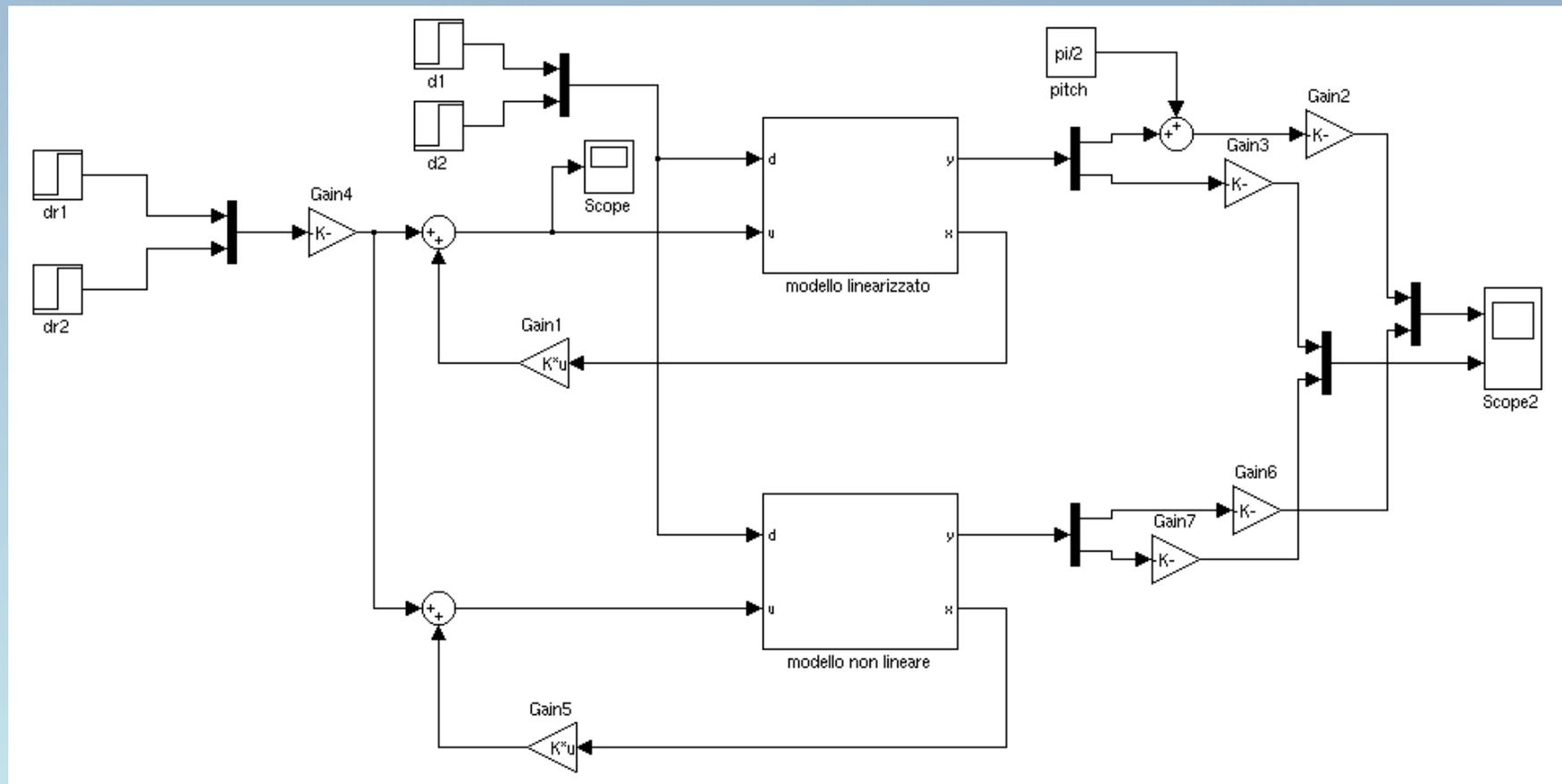


$$K = 1000 * \begin{pmatrix} -0.0415 & 0.1108 & 1.1225 & 0.0605 & -0.0002 & -0.0001 & 0 & 0 & -6.0795 \\ -0.0037 & 0.0056 & 0.0584 & 0.0033 & -0.1107 & -0.0312 & -0.0362 & -0.0017 & -0.3626 \end{pmatrix}$$



# Stabilizzazione con retroazione di stato e allocazione dei poli in una determinata regione del piano di Gauss 2/5

Schema di controllo Simulink

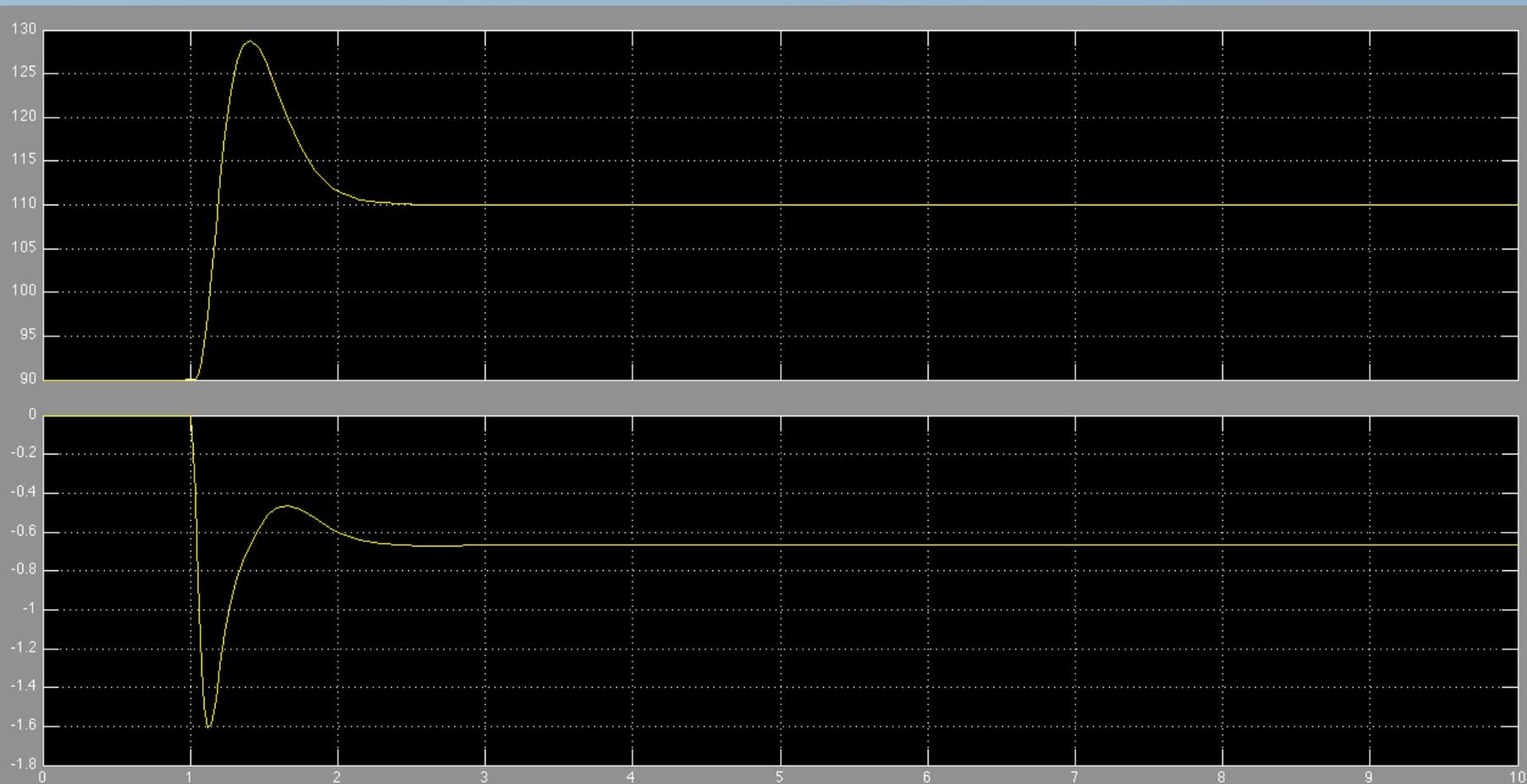




# Stabilizzazione con retroazione di stato e allocazione dei poli in una determinata regione del piano di Gauss 3/5

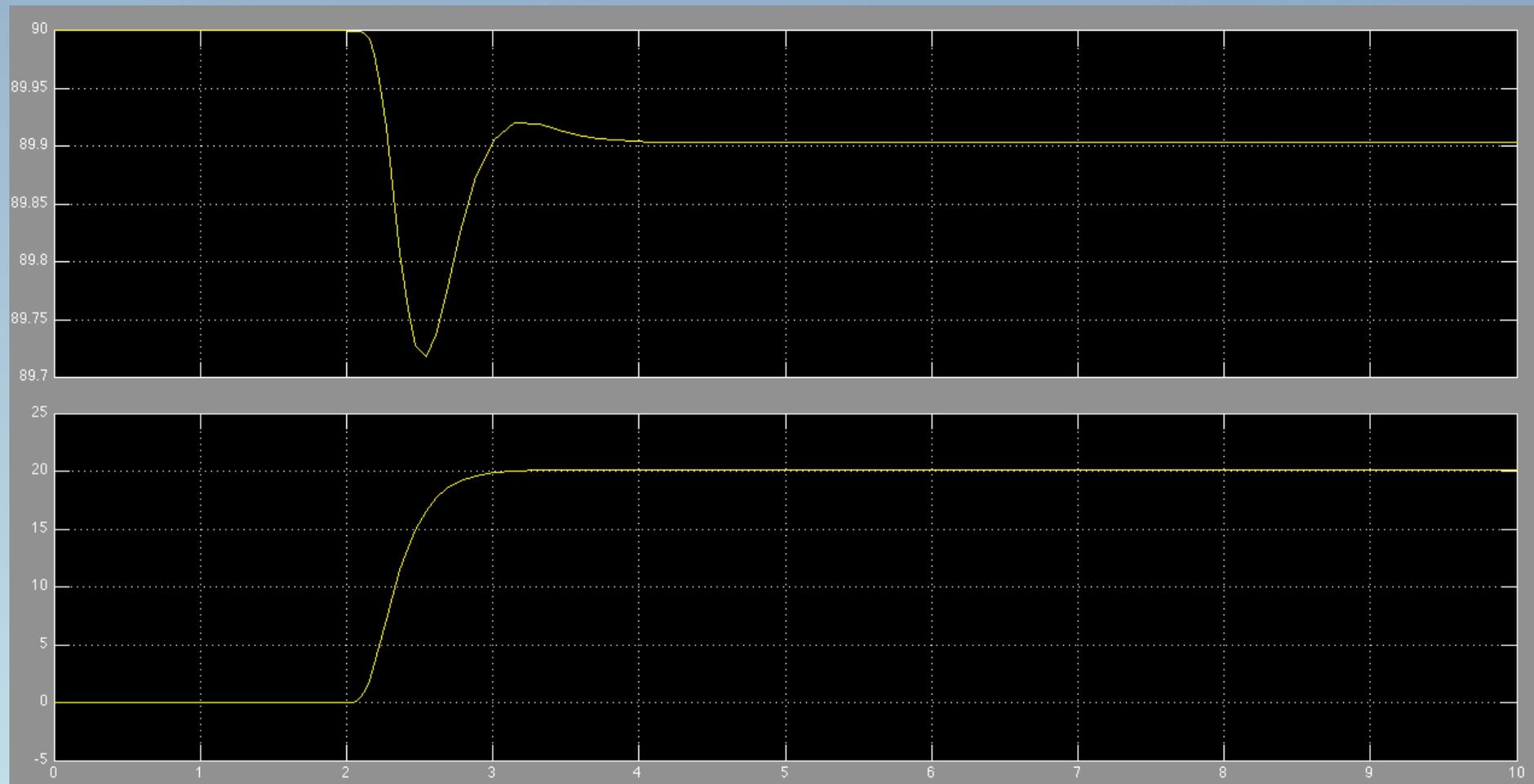
Risposta al gradino  $\left(A = \frac{\pi}{9}\right)$

Primo canale





## Secondo canale

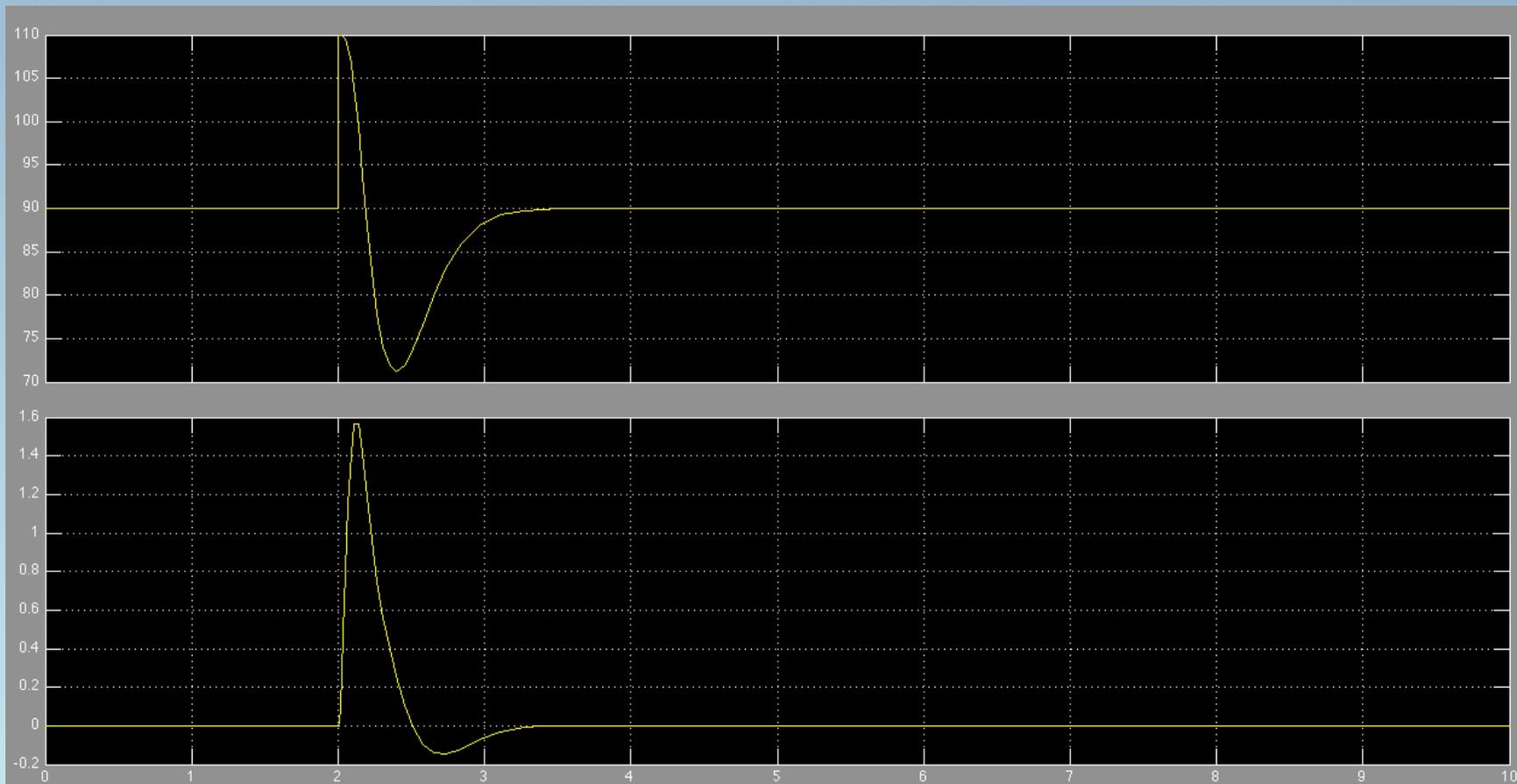




# Stabilizzazione con retroazione di stato e allocazione dei poli in una determinata regione del piano di Gauss 4/5

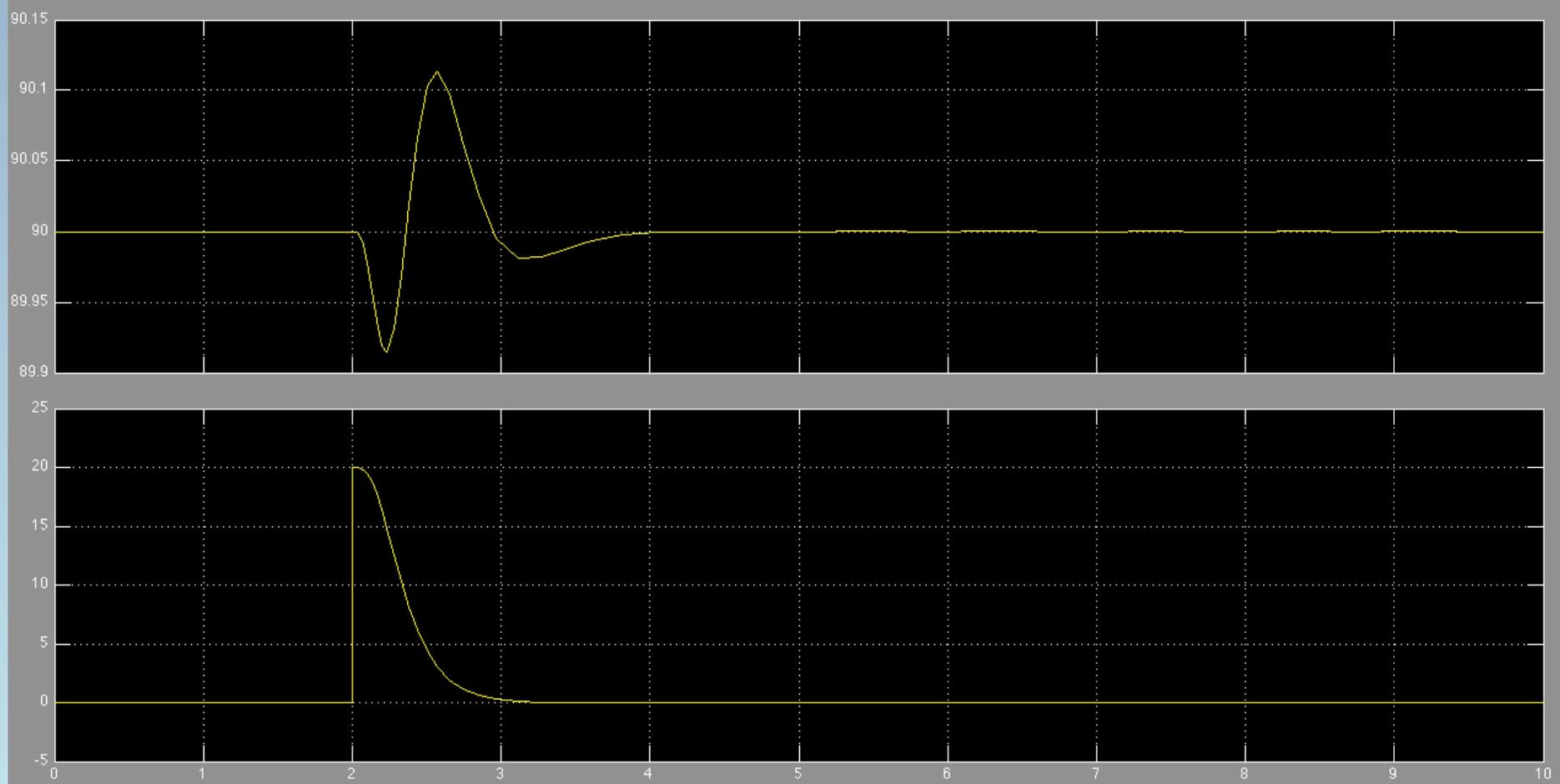
Reiezione di un disturbo a gradino  $\left(A = \frac{\pi}{9}\right)$

Primo canale





## Secondo canale

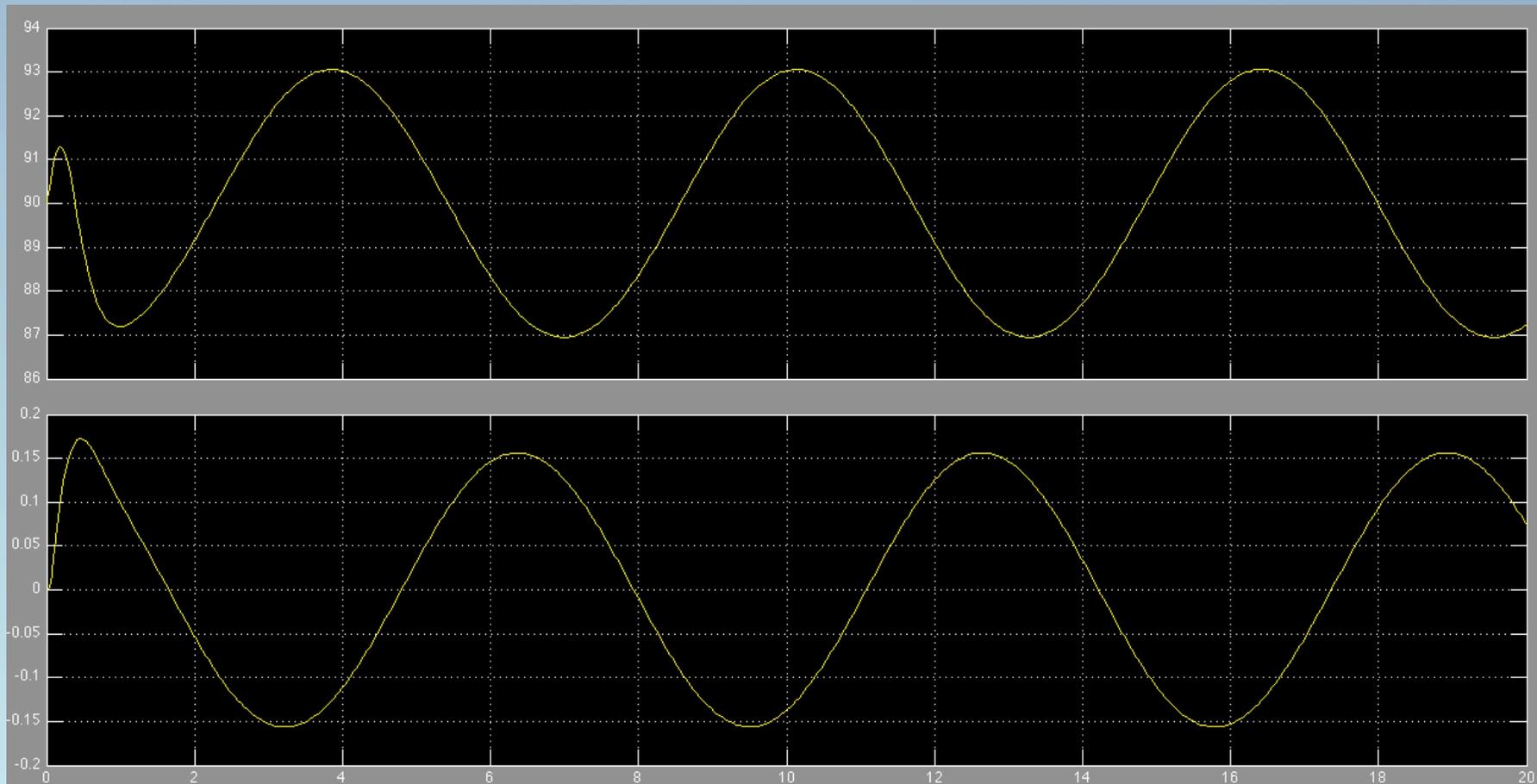




# Stabilizzazione con retroazione di stato e allocazione dei poli in una determinata regione del piano di Gauss 5/5

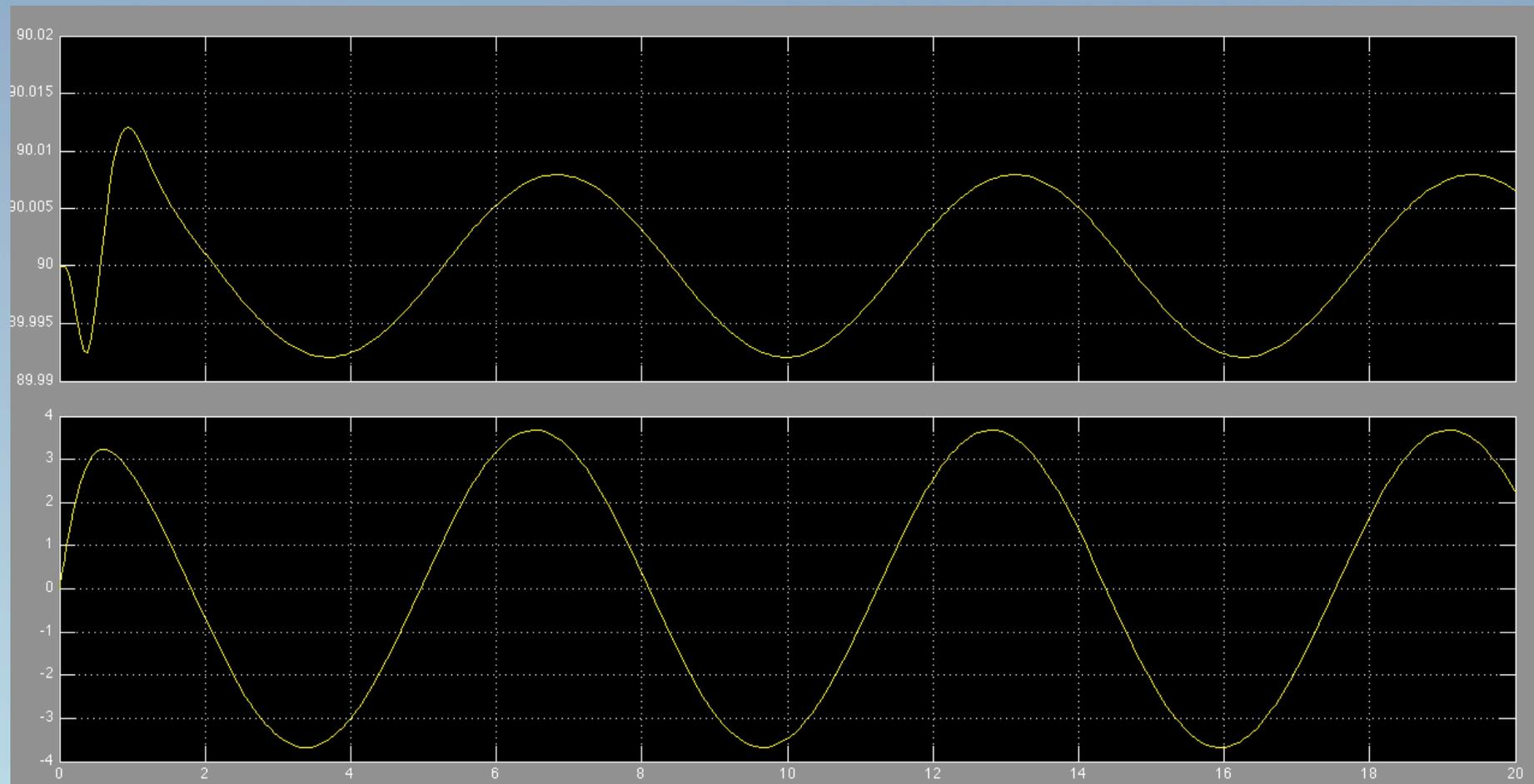
Reiezione di un disturbo sinusoidale  $\left(A = \frac{\pi}{18}, \omega = 1 \text{ rad/s}\right)$

Primo canale

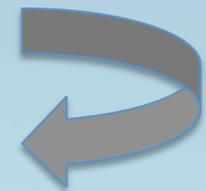




## Secondo canale



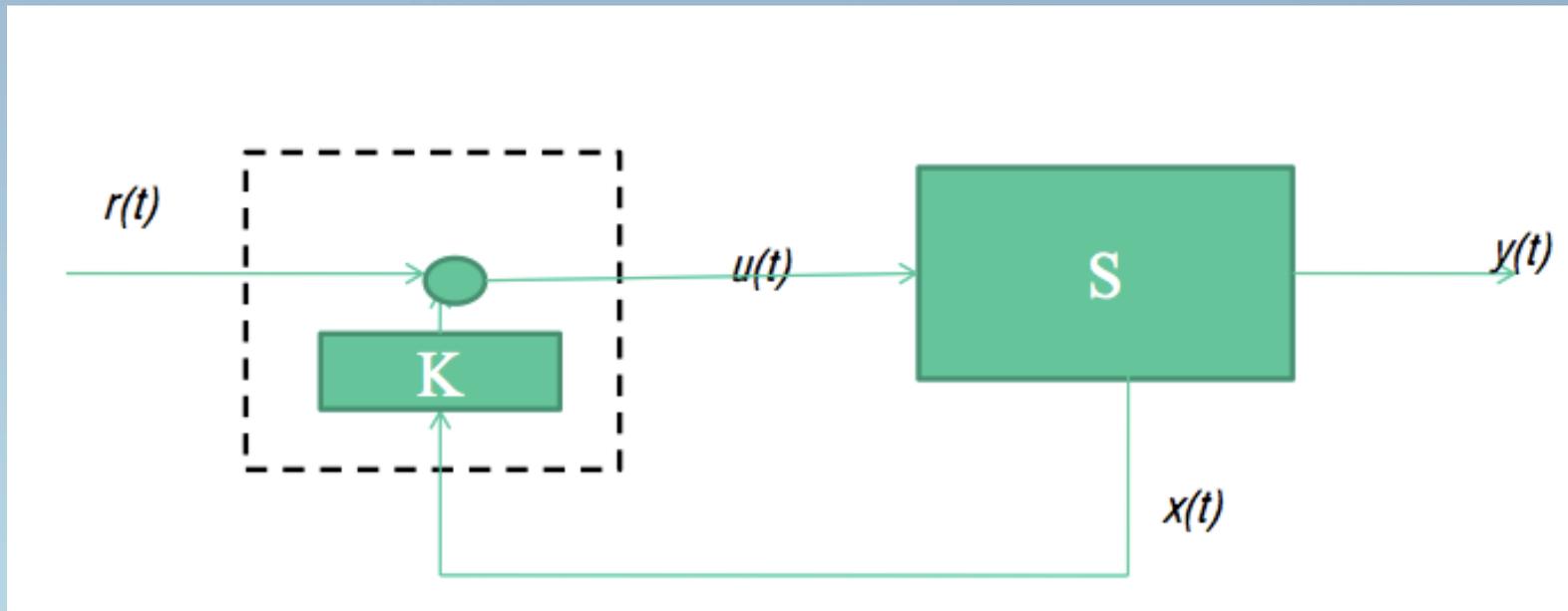
Ritorna a “tecniche di controllo utilizzate”





# Controllo ottimo LQR con retroazione di stato 1/6

Schema di controllo generale

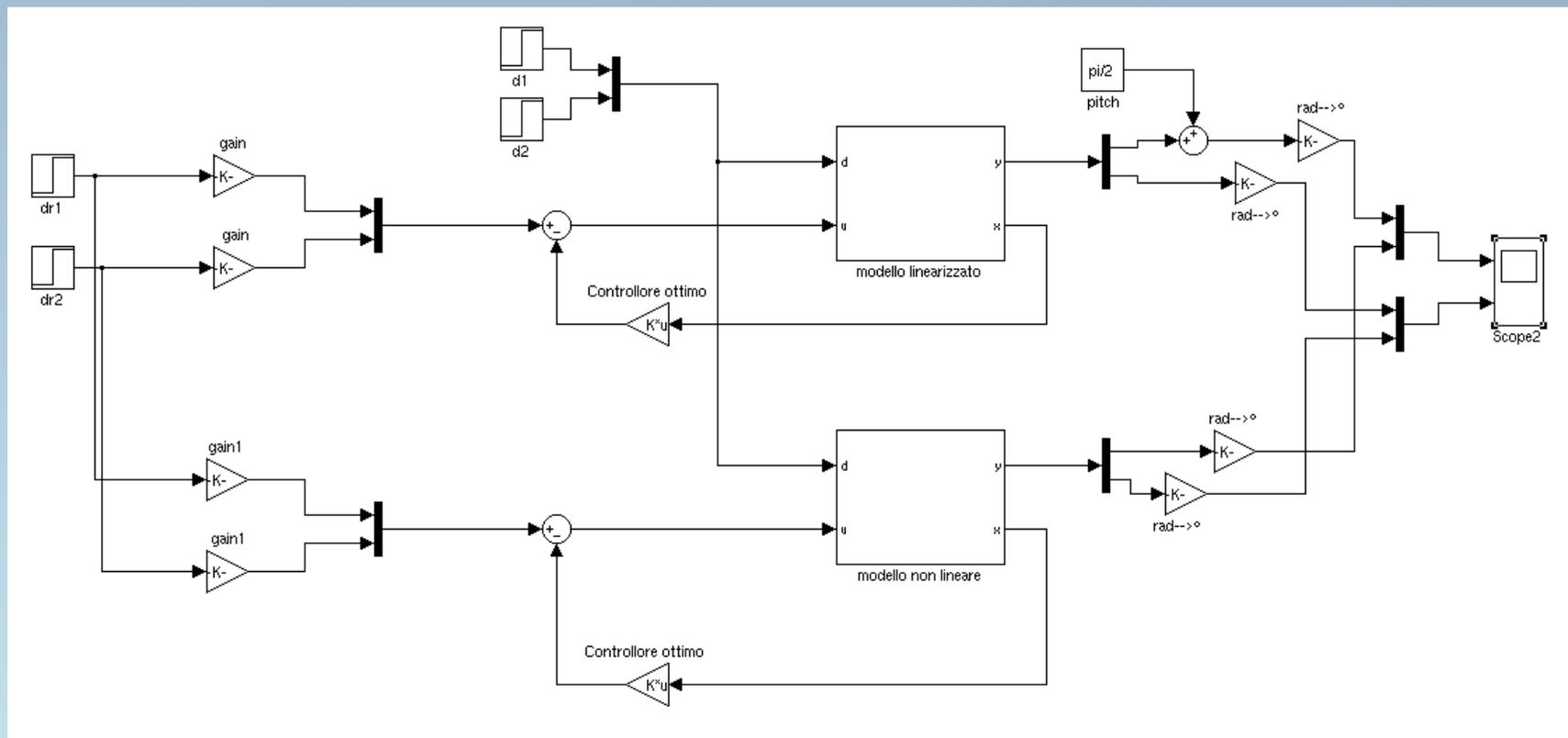


$$K = \begin{bmatrix} 1.41 & 0.418 & 2.11 & 0.0903 & -0.0502 & -0.0026 & 0.0059 & 0.0007 & 0.0010 \\ 0.0794 & 0.0458 & 0.328 & 0.0157 & 4.47 & 1.49 & 3.27 & 0.318 & 0.578 \end{bmatrix}$$



# Controllo ottimo LQR con retroazione di stato 2/6

Schema di controllo Simulink

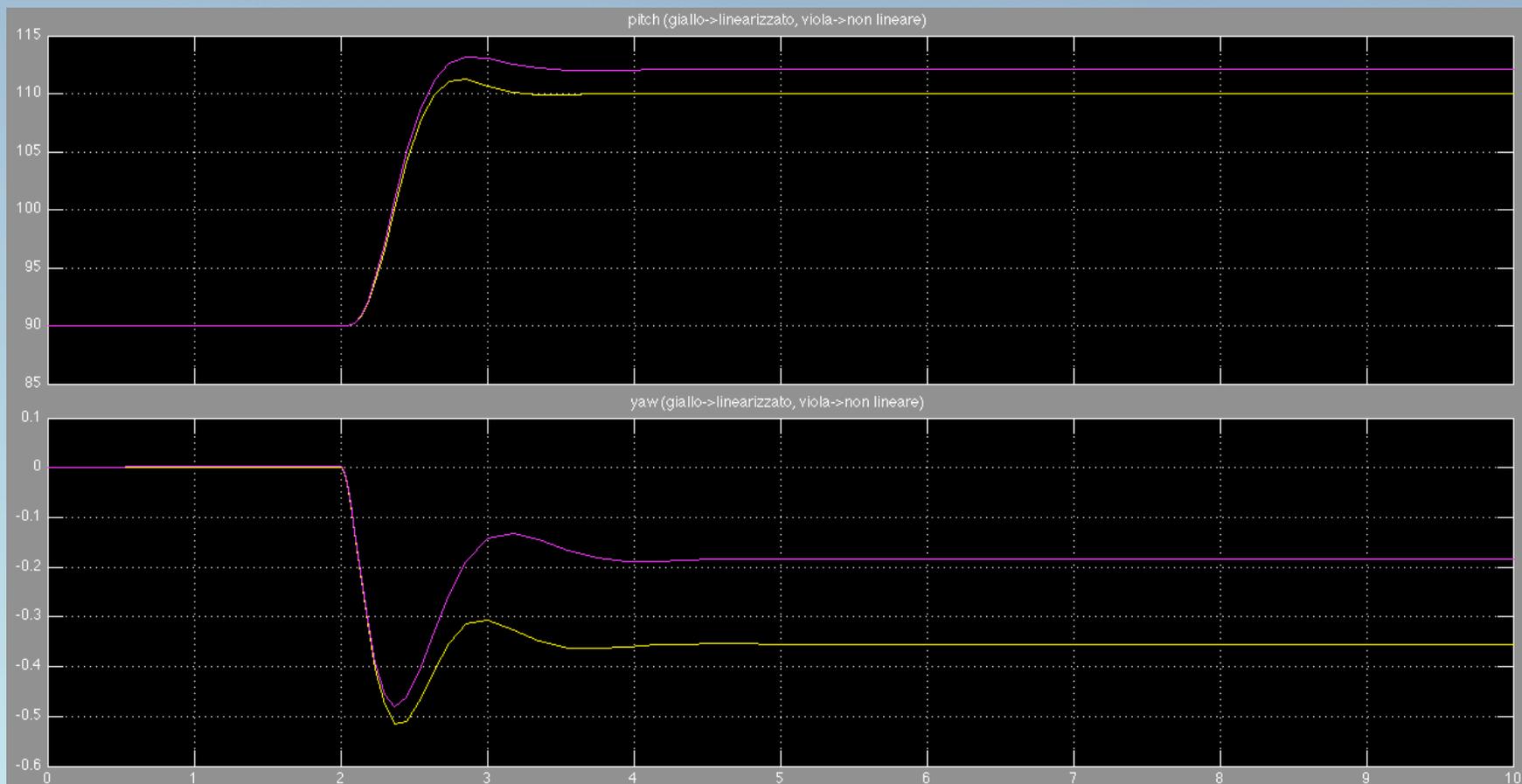




# Controllo ottimo LQR con retroazione di stato 3/6

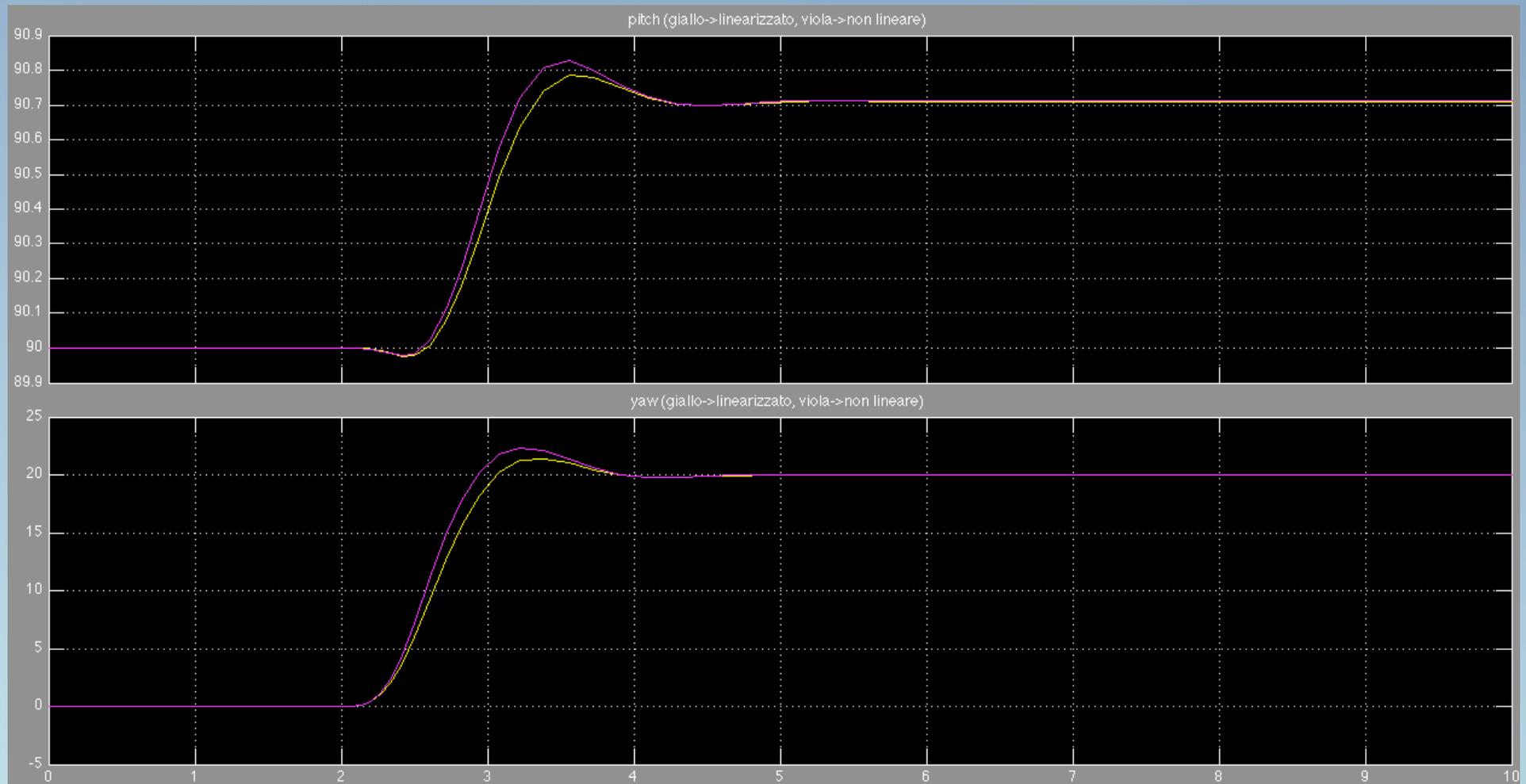
Risposta al gradino  $\left(A = \frac{\pi}{9}\right)$

Primo canale





## Secondo canale

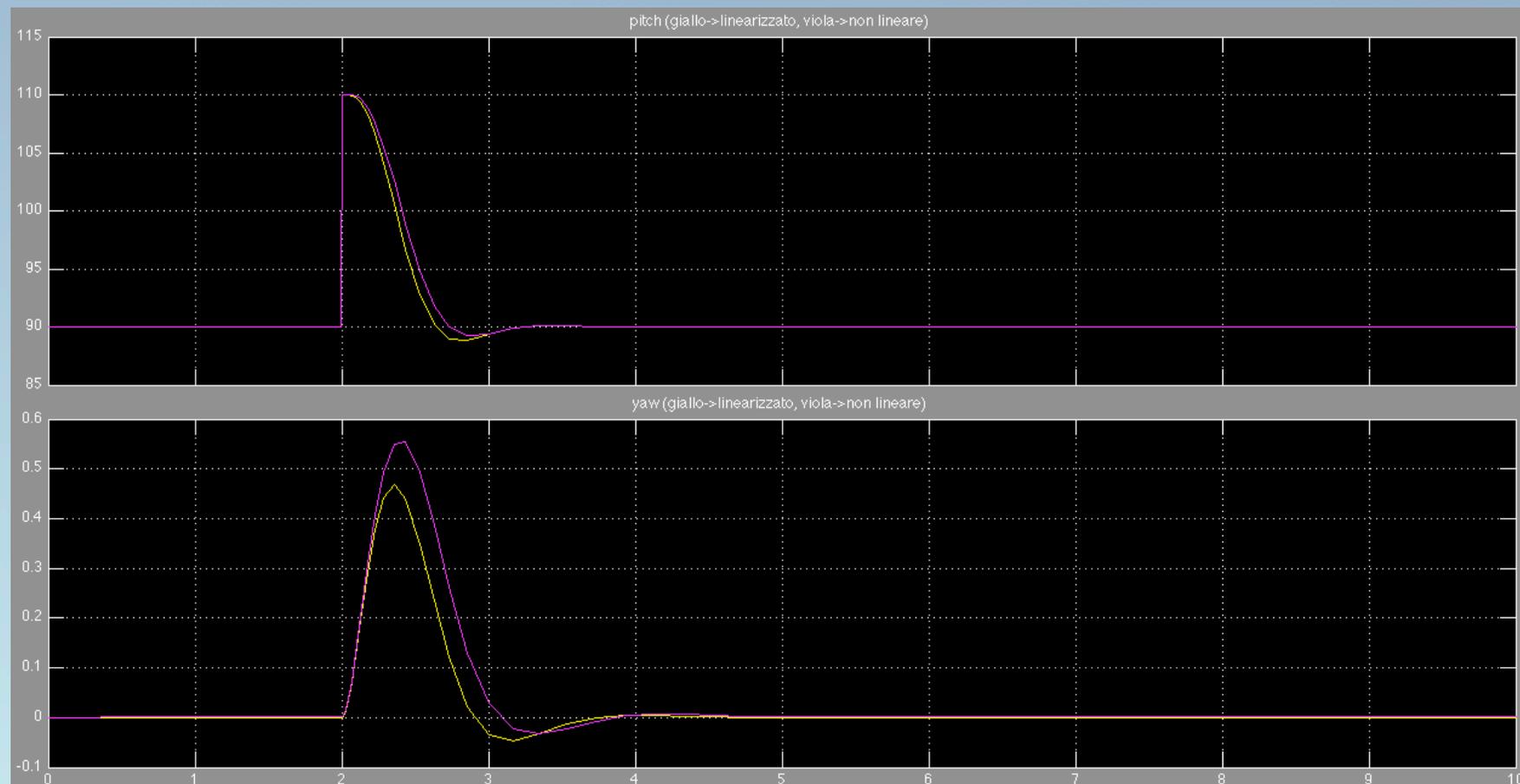




# Controllo ottimo LQR con retroazione di stato 4/6

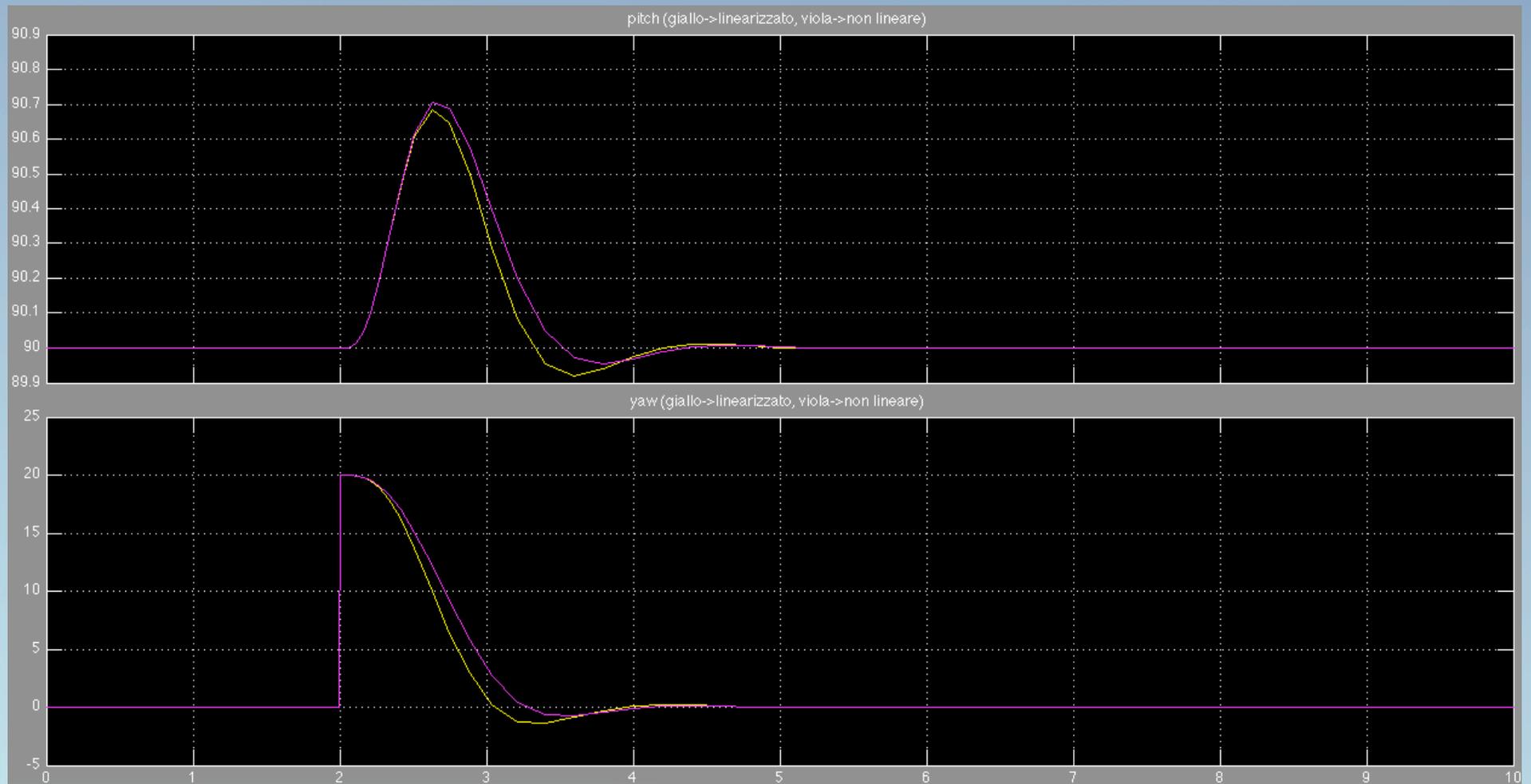
Reiezione di un disturbo a gradino  $\left(A = \frac{\pi}{9}\right)$

Primo canale





## Secondo canale

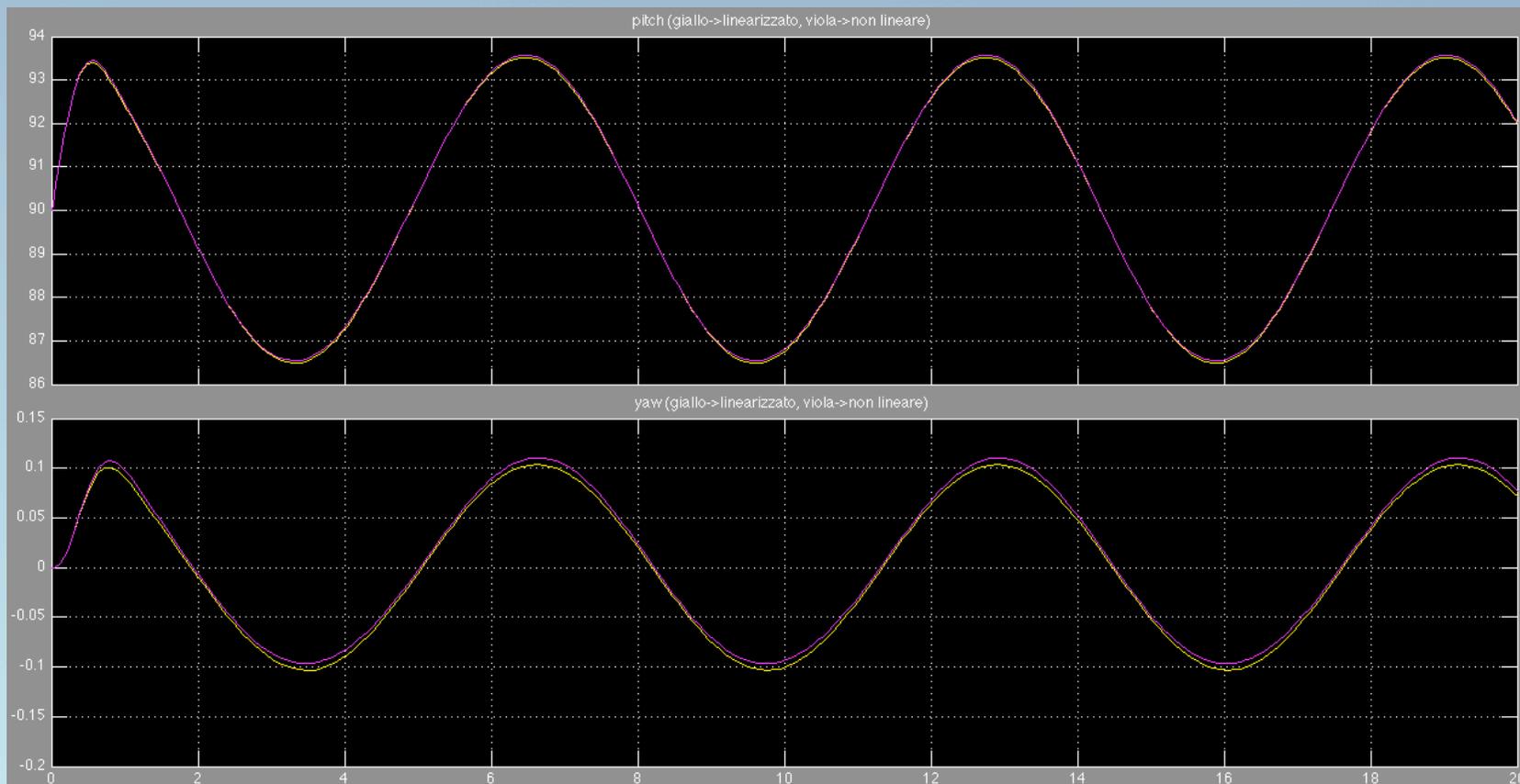




# Controllo ottimo LQR con retroazione di stato 5/6

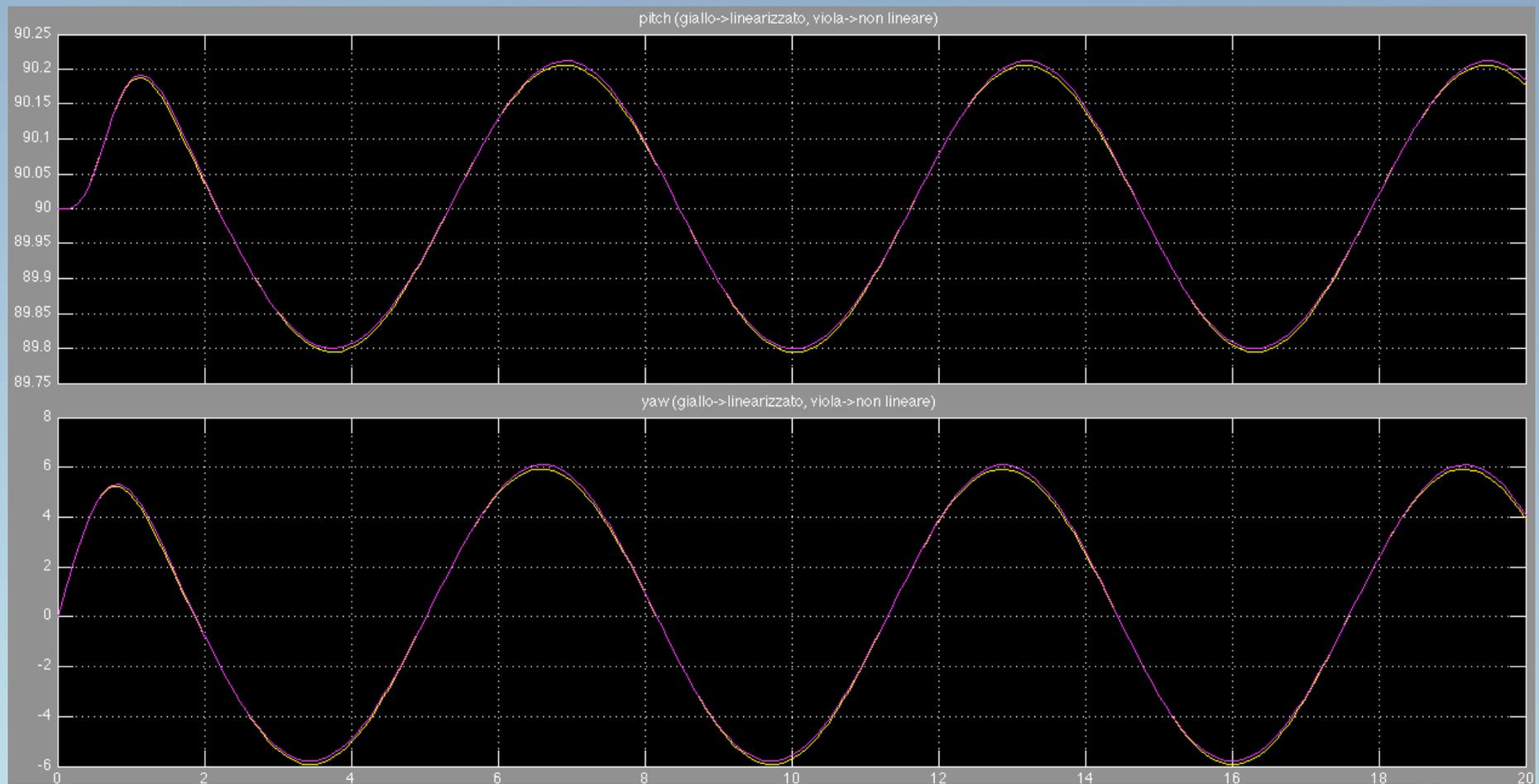
Reiezione di un disturbo sinusoidale  $\left( A = \frac{\pi}{18}, \omega = 1 \text{ rad/s} \right)$

Primo canale





## Secondo canale



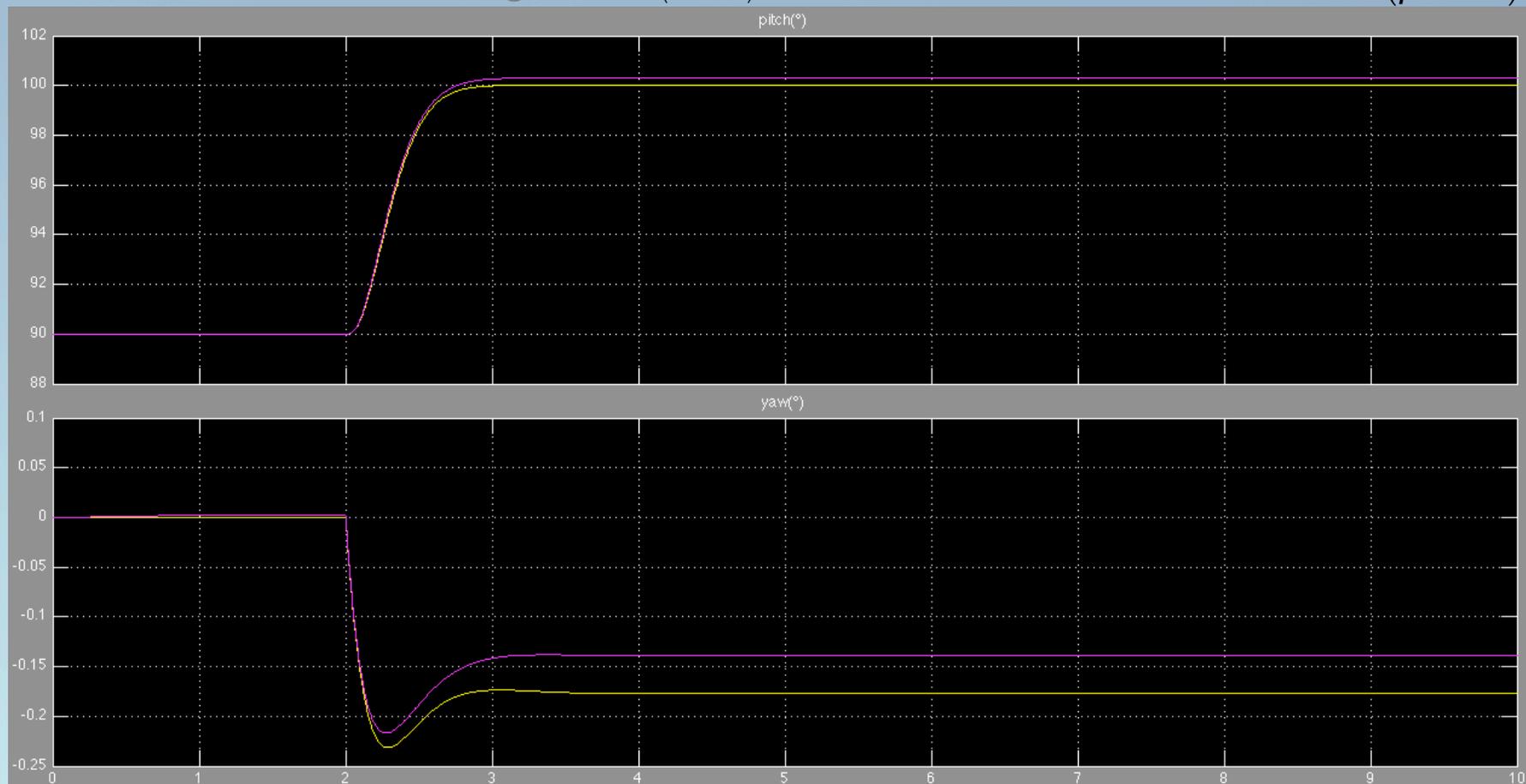


# Controllo ottimo LQR con retroazione di stato 6/6

Analisi dei margini di robustezza

Primo canale: riferimento a gradino  $\left(A = \frac{\pi}{18}\right)$

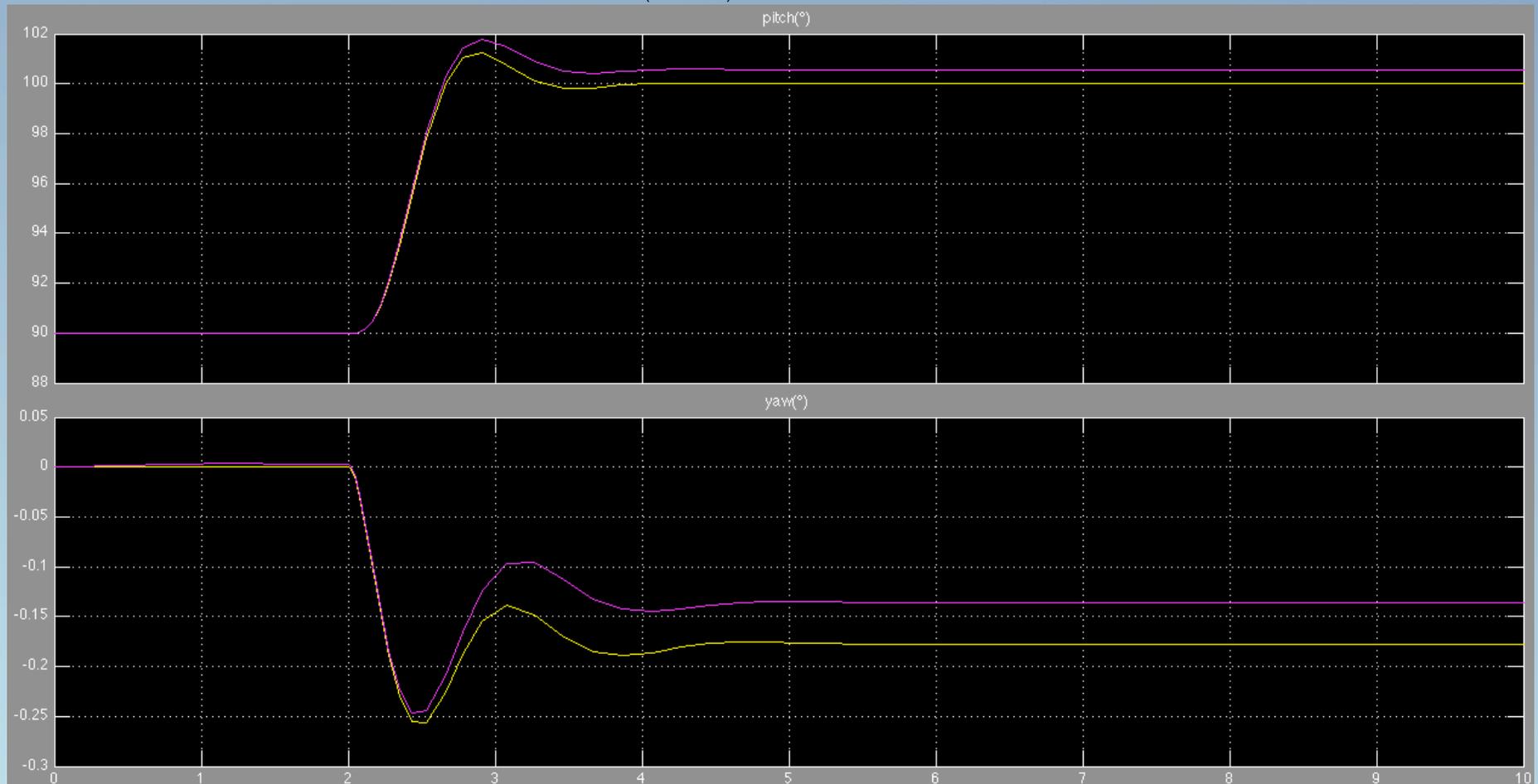
$(\rho = 100)$





Primo canale: riferimento a gradino  $\left(A = \frac{\pi}{18}\right)$

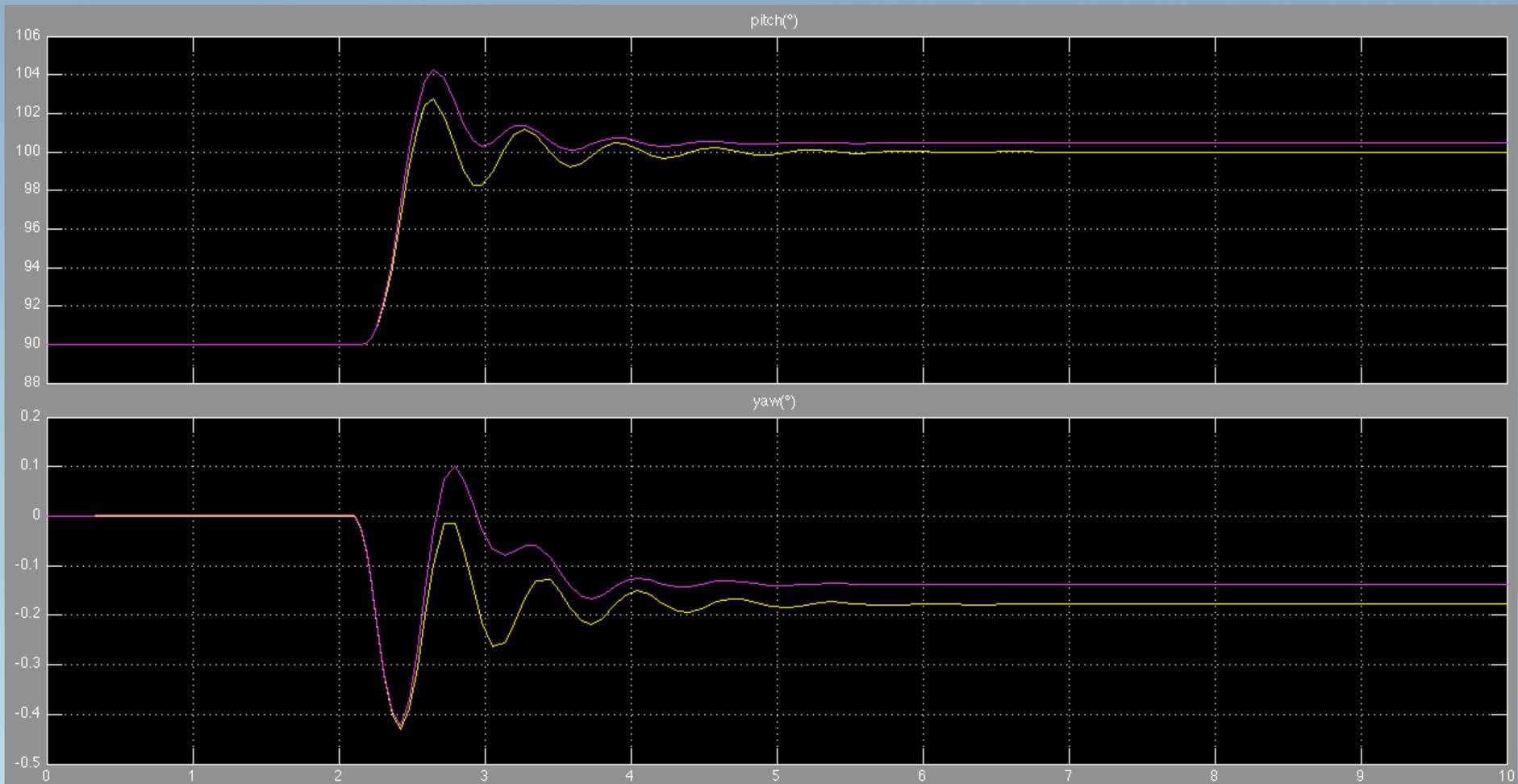
$(\rho = 0.6)$



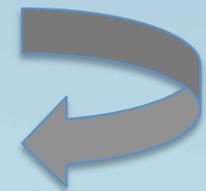


Primo canale: riferimento a gradino  $\left(A = \frac{\pi}{18}\right)$

$(\Delta t = 0.1s)$



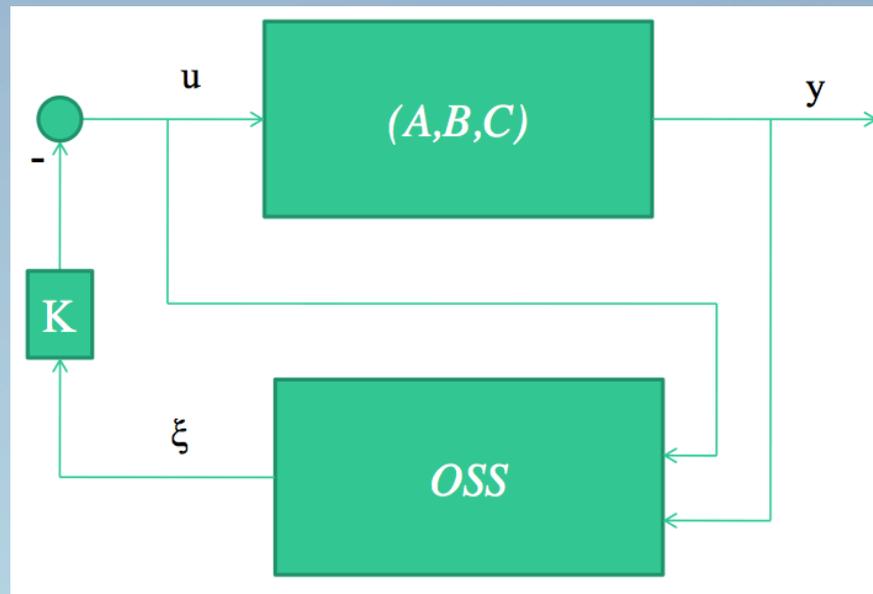
Ritorna a “tecniche di controllo utilizzate”





# Controllo ottimo LQR con retroazione di uscita 1/6

Schema di controllo generale



$$K = \begin{bmatrix} 1.41 & 0.418 & 2.11 & 0.0903 & -0.0502 & -0.0026 & 0.0059 & 0.0007 & 0.0010 \\ 0.0794 & 0.0458 & 0.328 & 0.0157 & 4.47 & 1.49 & 3.27 & 0.318 & 0.578 \end{bmatrix}$$

$$L = 10^7 \cdot \begin{bmatrix} 0.0000102 & 0 \\ 0.000498 & 0 \\ 0.000188 & 0 \\ -0.000690 & 0 \\ 0 & 0.0000183 \\ 0 & 0.00163 \\ 0 & -0.179 \\ 0 & 0.373 \\ 0 & 1.049 \end{bmatrix}$$

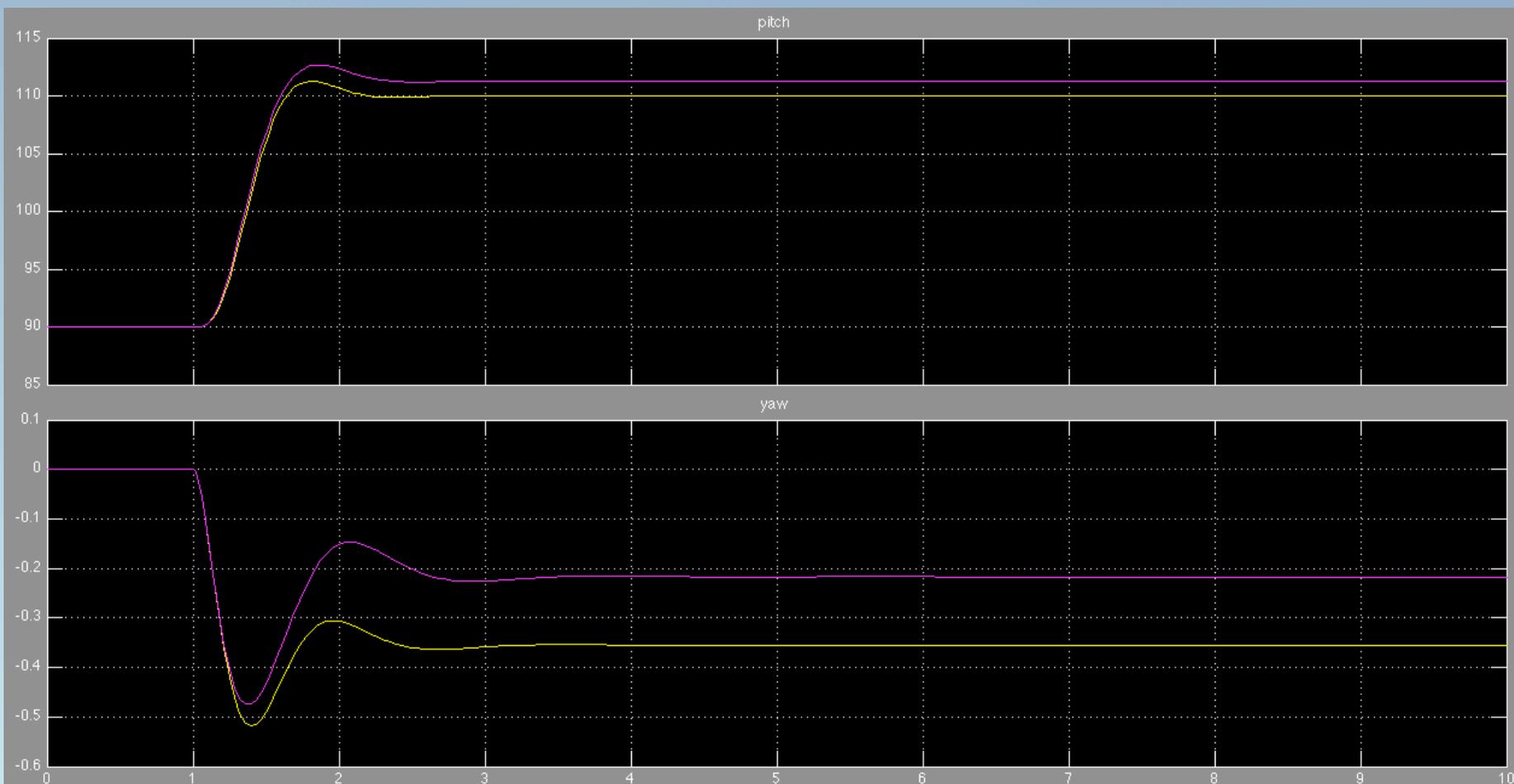




# Controllo ottimo LQR con retroazione di uscita 3/6

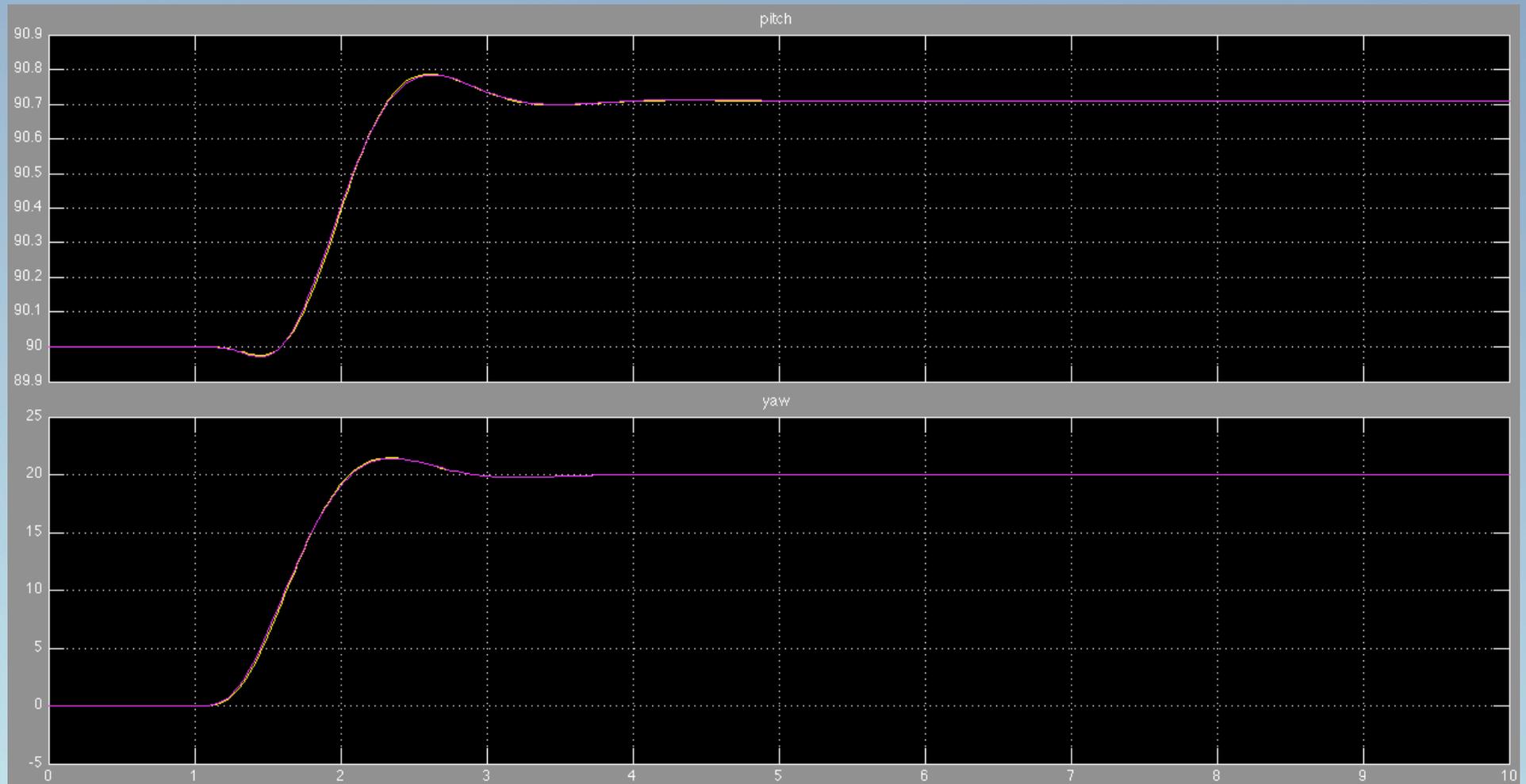
Risposta al gradino  $\left(A = \frac{\pi}{9}\right)$

Primo canale





## Secondo canale

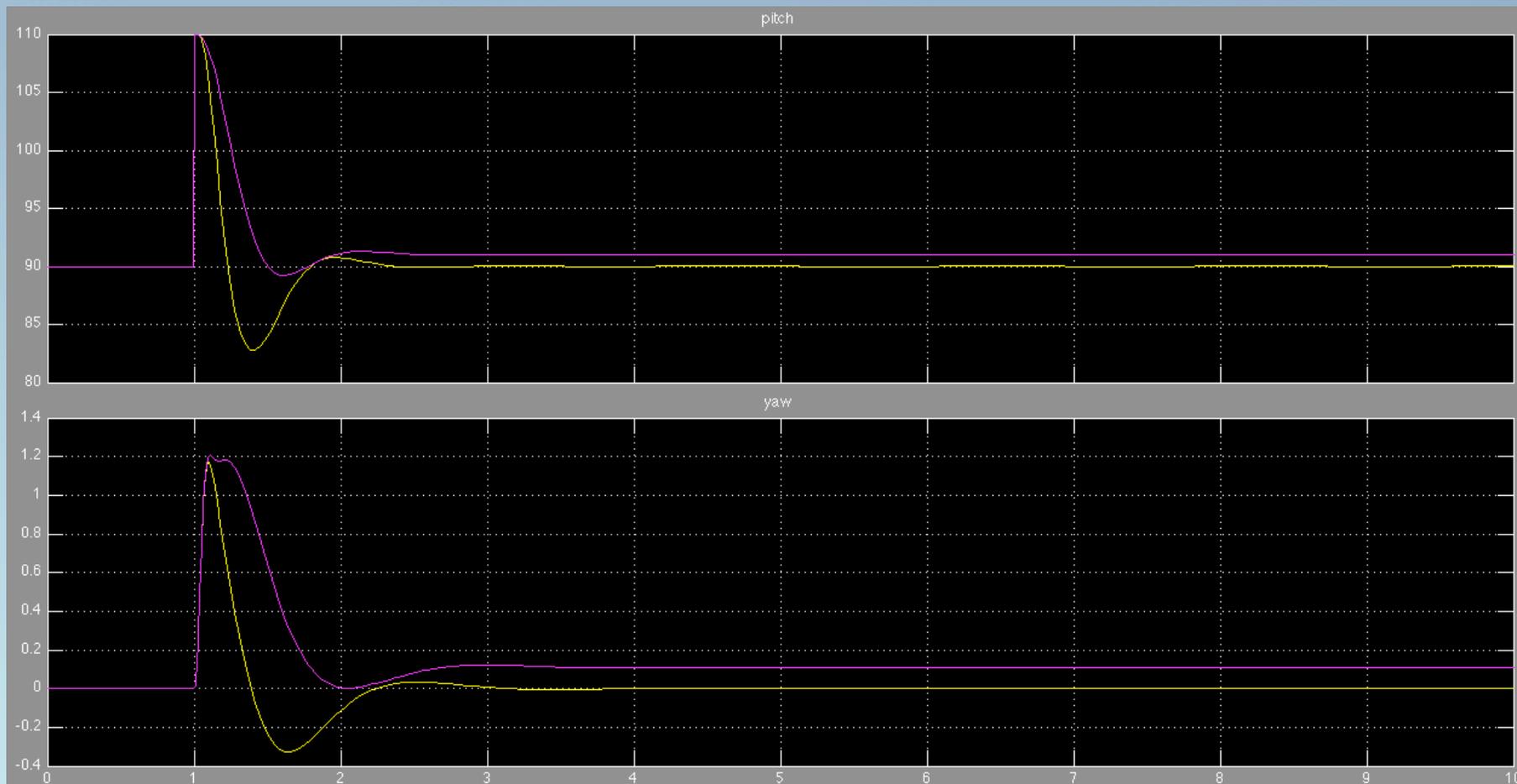




# Controllo ottimo LQR con retroazione di uscita 4/6

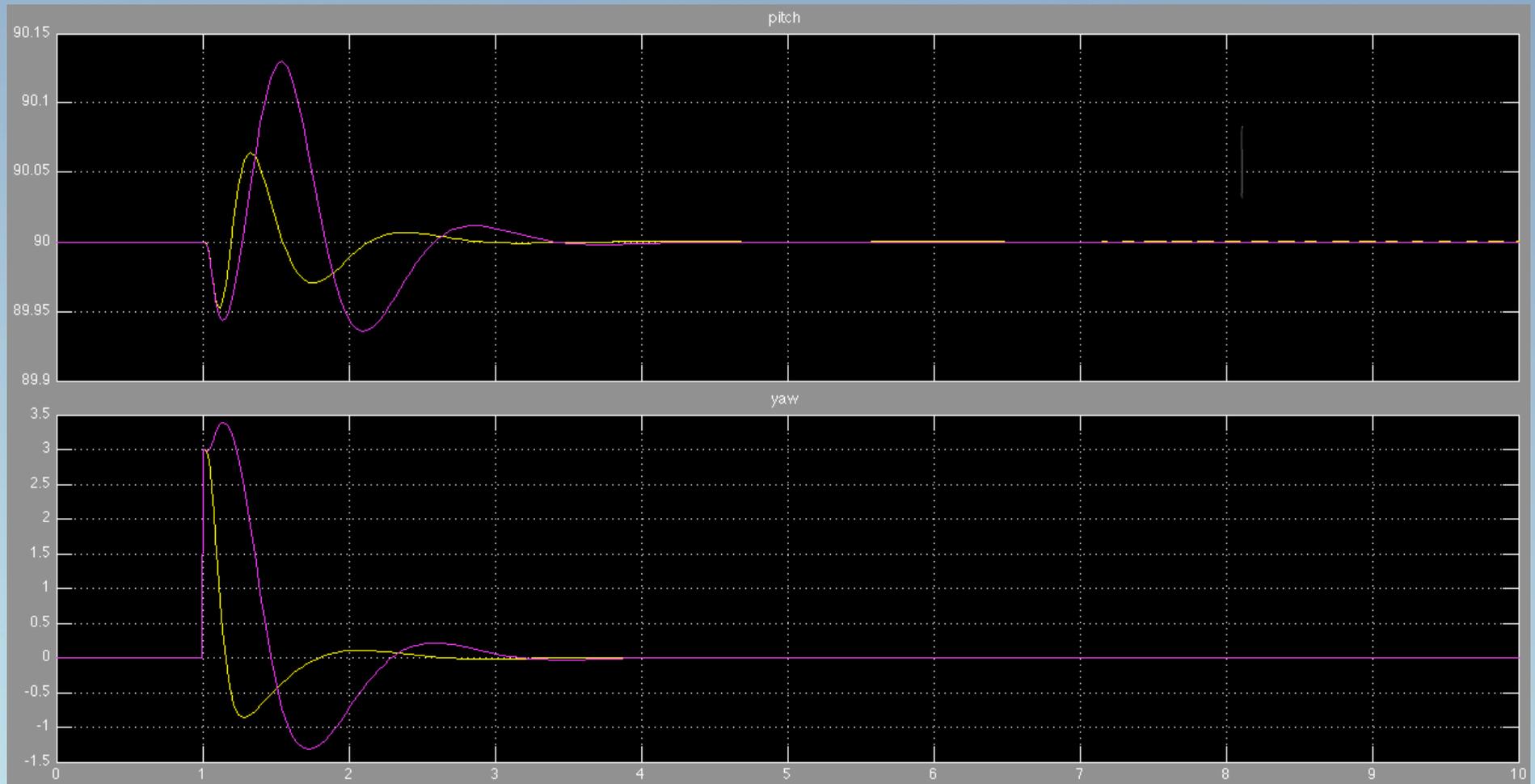
Reiezione di un disturbo a gradino  $\left(A = \frac{\pi}{9}\right)$

Primo canale





## Secondo canale

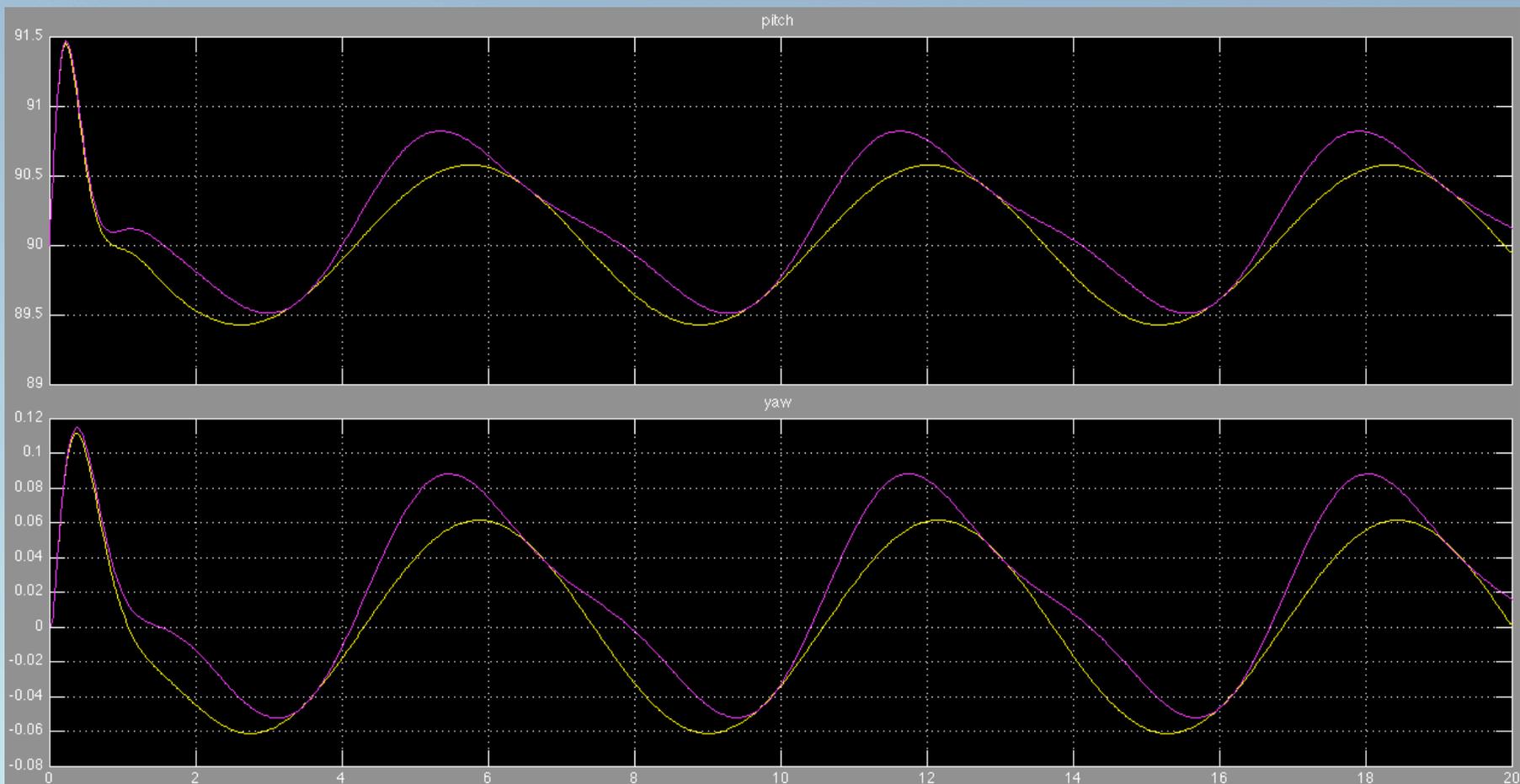




# Controllo ottimo LQR con retroazione di uscita 5/6

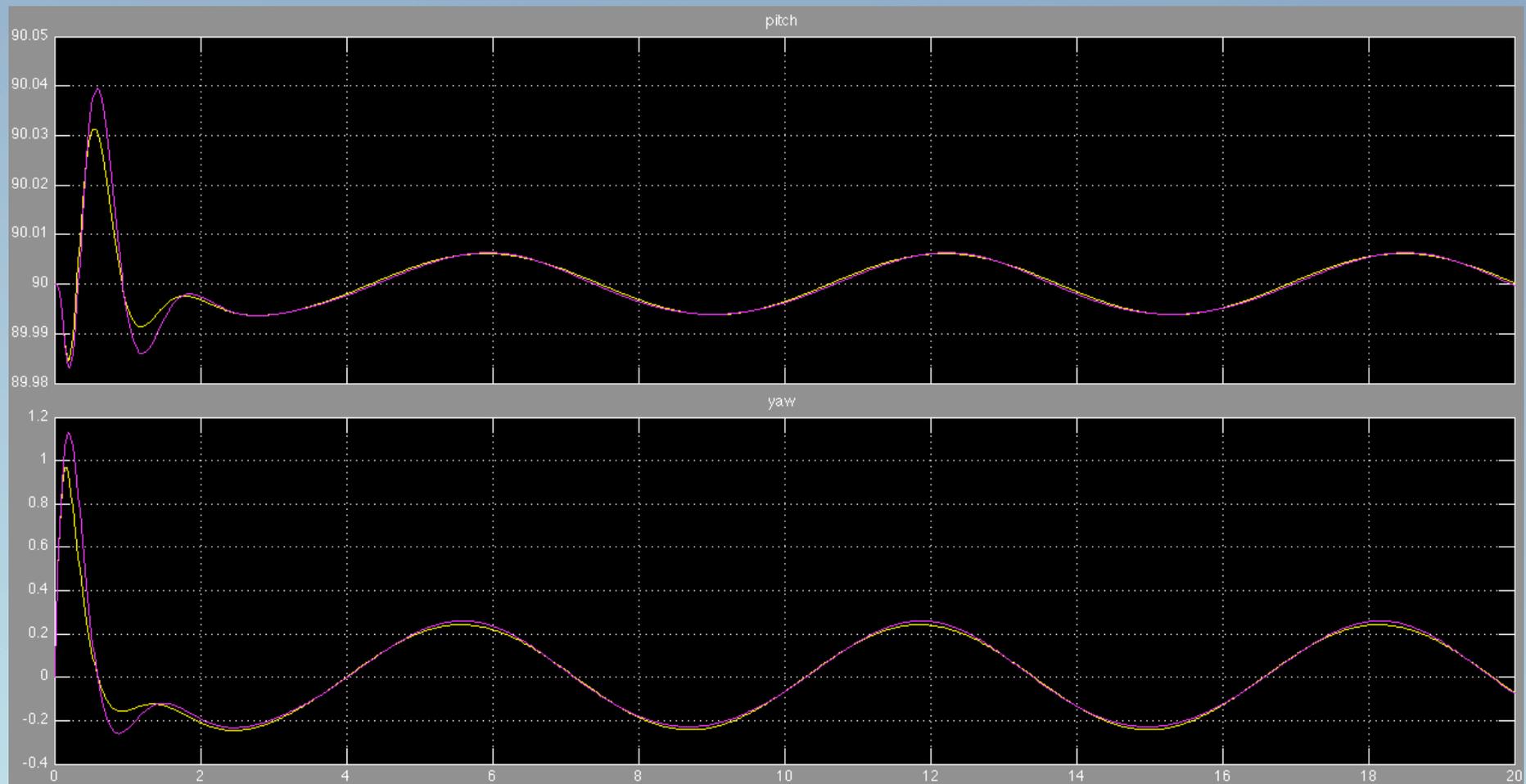
Reiezione di un disturbo sinusoidale  $\left(A = \frac{\pi}{18}, \omega = 1 \text{ rad/s}\right)$

Primo canale





## Secondo canale

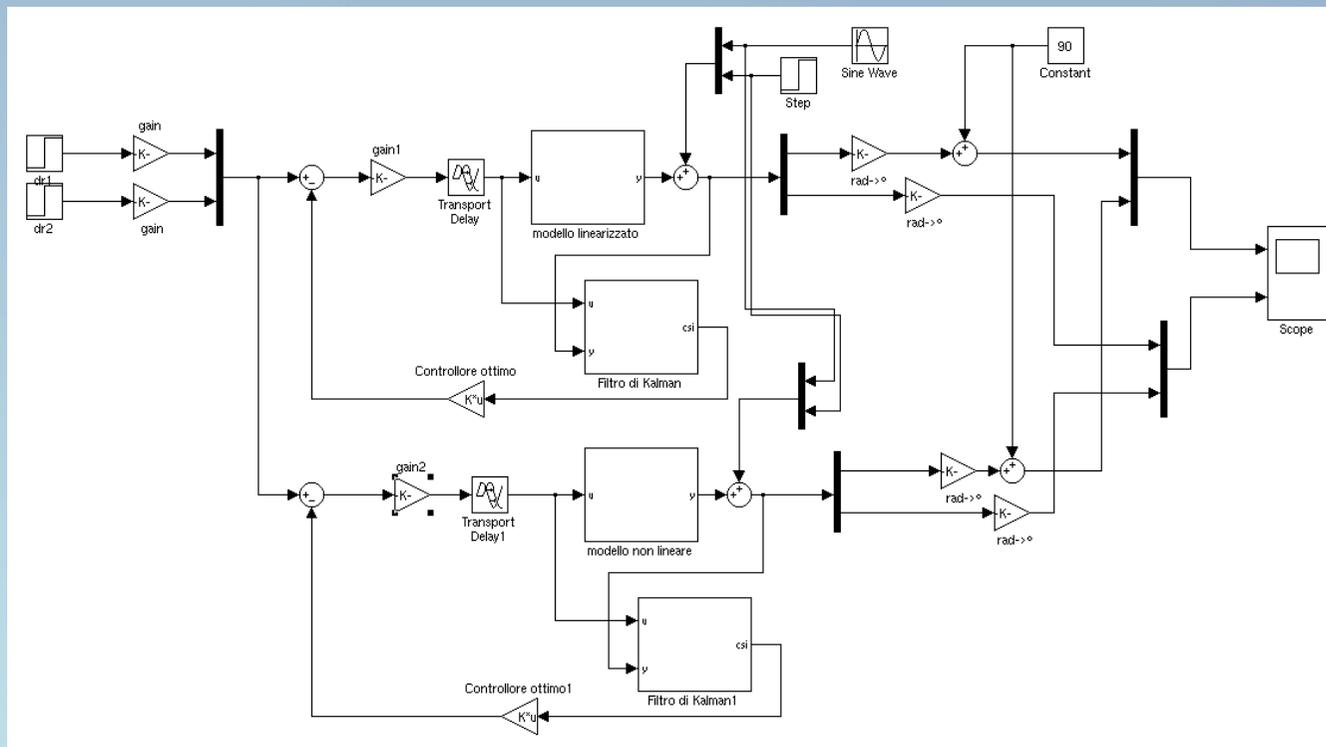




# Controllo ottimo LQR con retroazione di uscita 6/6

Recupero dei margini di robustezza con tecnica LQG-LTR

Schema di controllo Simulink



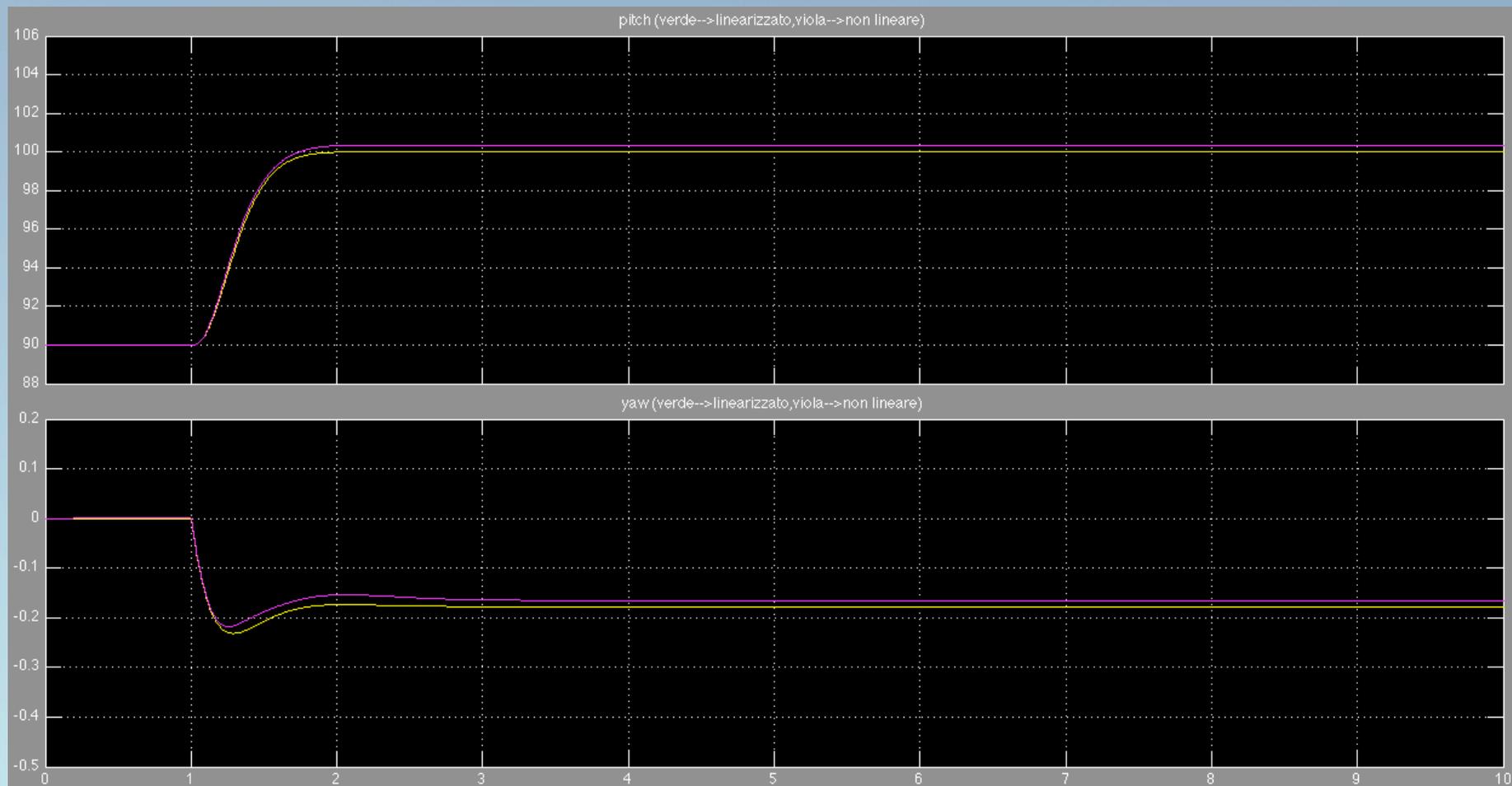
Guadagno del filtro di Kalman

$$K_f = \begin{bmatrix} 20.2348 & -0.7342 \\ 204.9935 & -16.7025 \\ 25.9131 & -4.3267 \\ -98.1625 & -1.8292 \\ -0.7342 & 7.4356 \\ -3.6132 & 27.9136 \\ 1.2425 & 10.7245 \\ -2.3199 & -15.3706 \\ 7.6431 & -1.1374 \end{bmatrix}$$



Primo canale: riferimento a gradino  $\left(A = \frac{\pi}{18}\right)$

$(\rho = 100)$

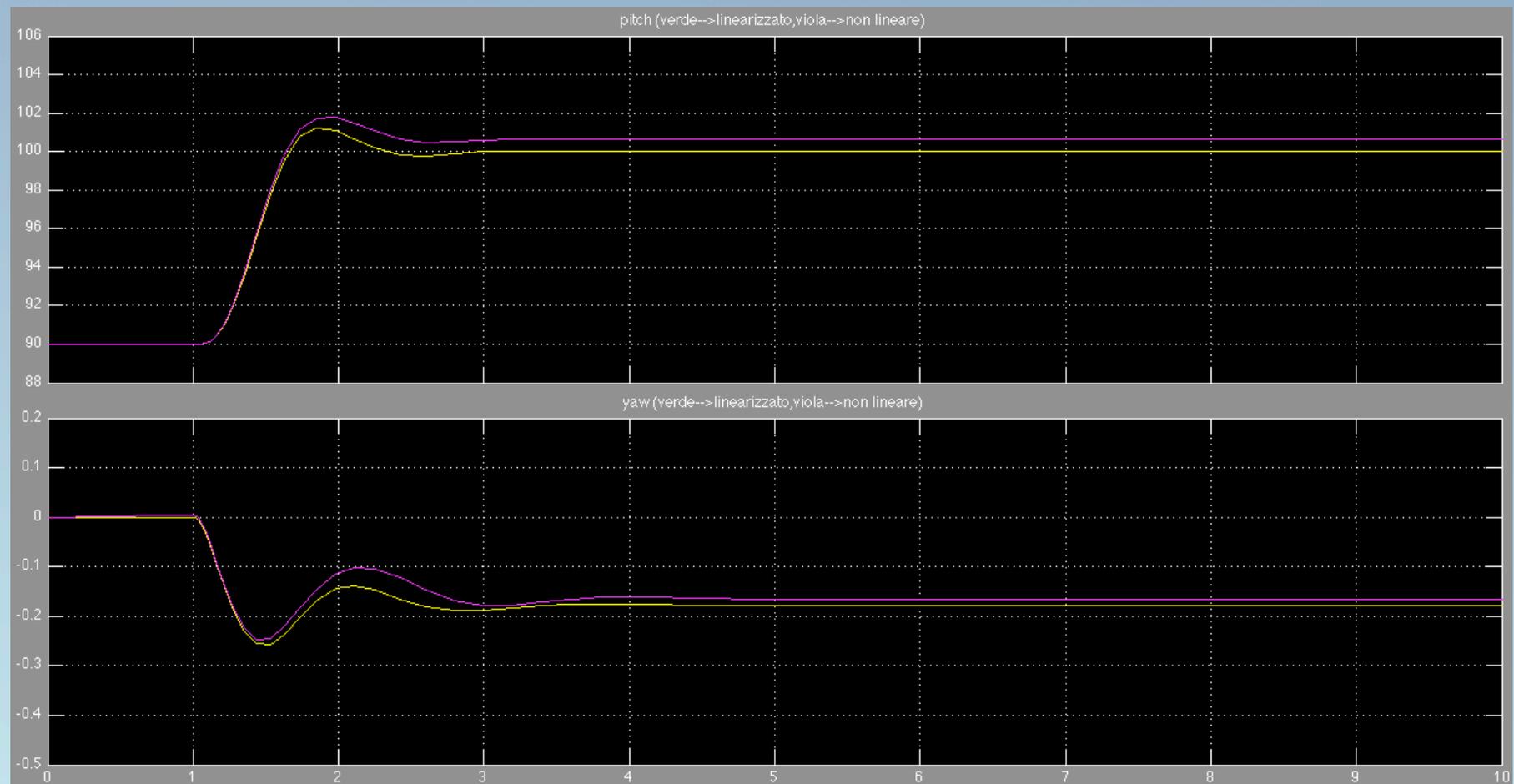




Primo canale: riferimento a gradino

$$\left(A = \frac{\pi}{18}\right)$$

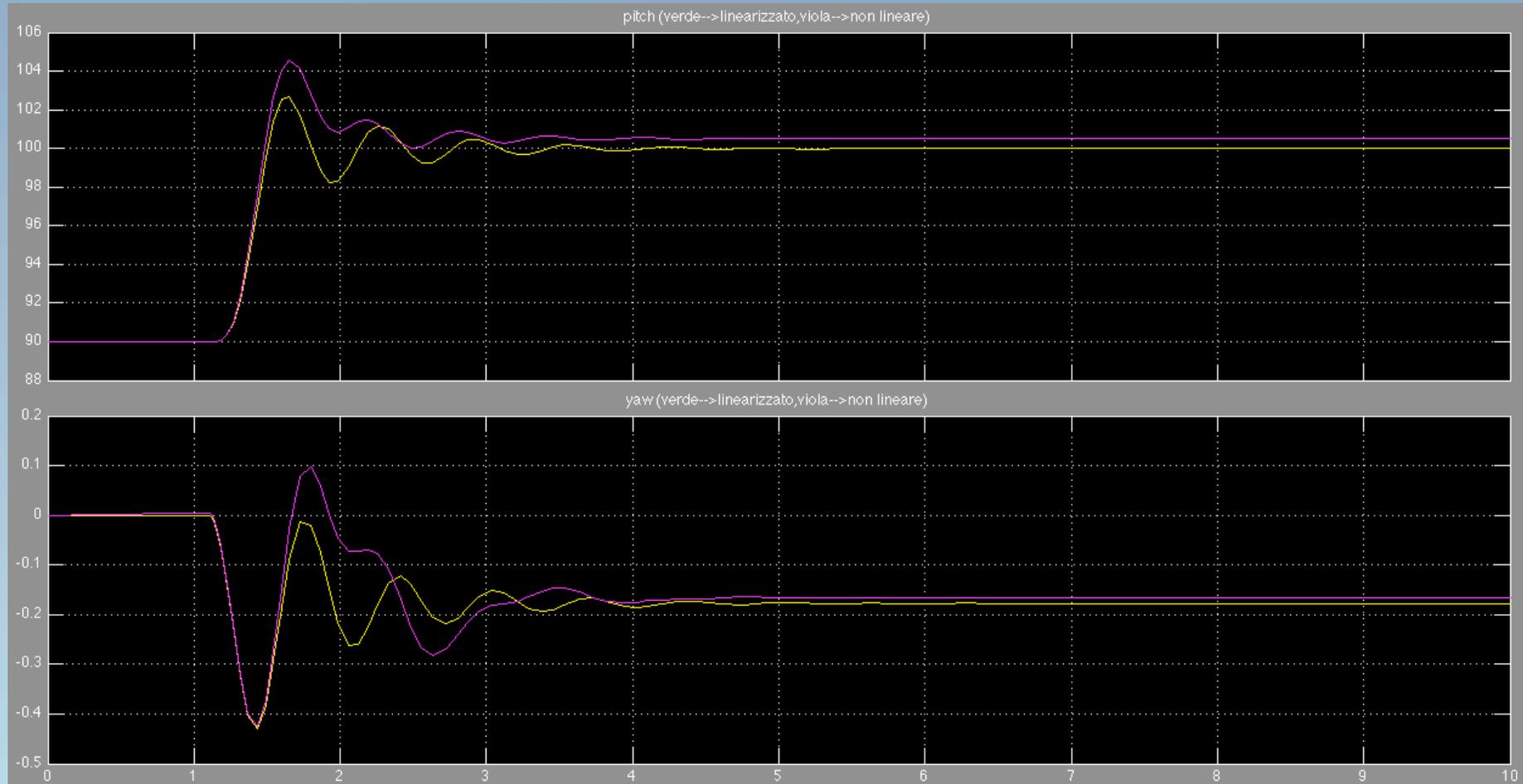
( $\rho = 0.6$ )



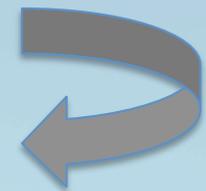


Primo canale: disturbo a gradino  $\left(A = \frac{\pi}{18}\right)$

$(\Delta t = 0.1s)$



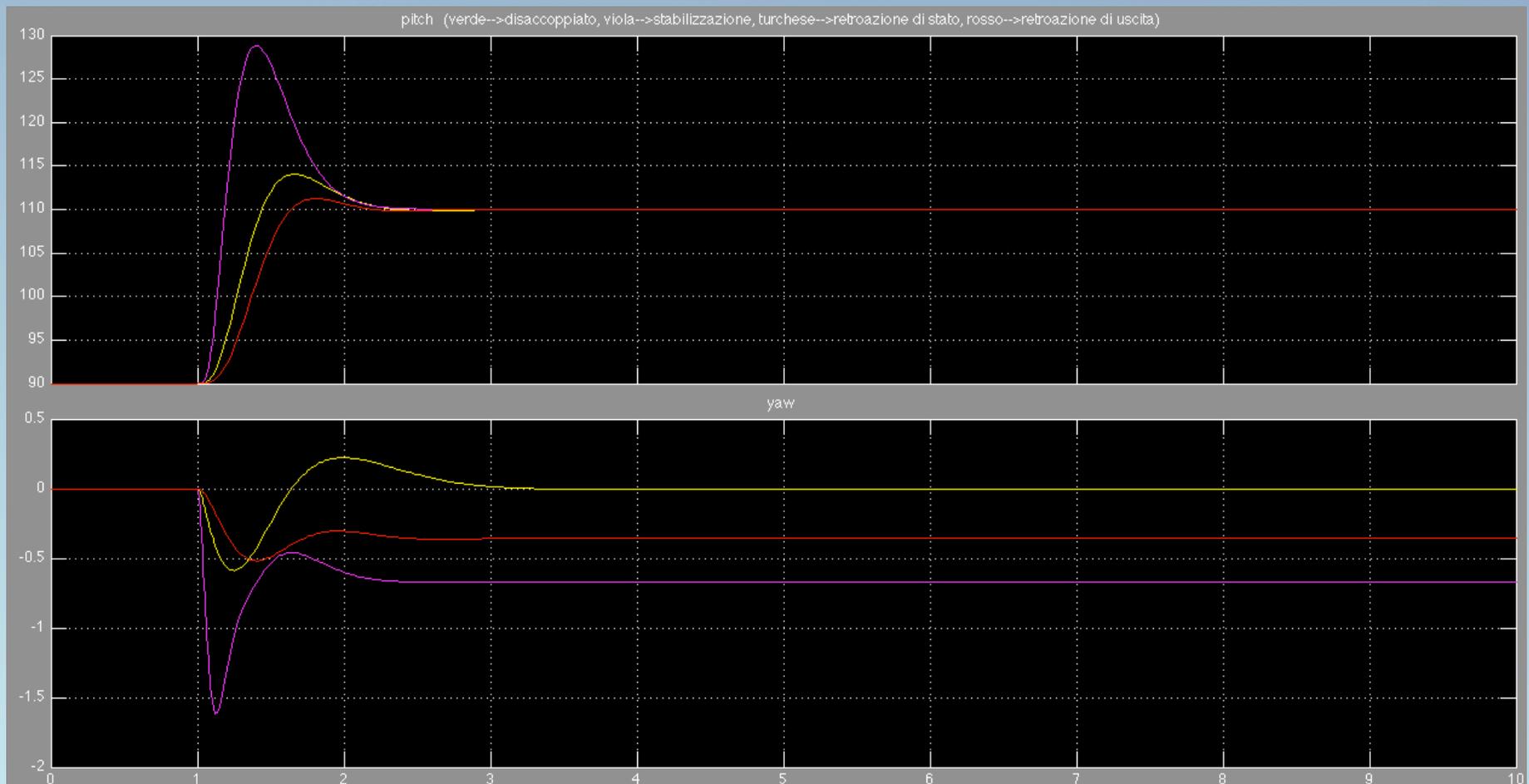
Ritorna a “tecniche di controllo utilizzate”





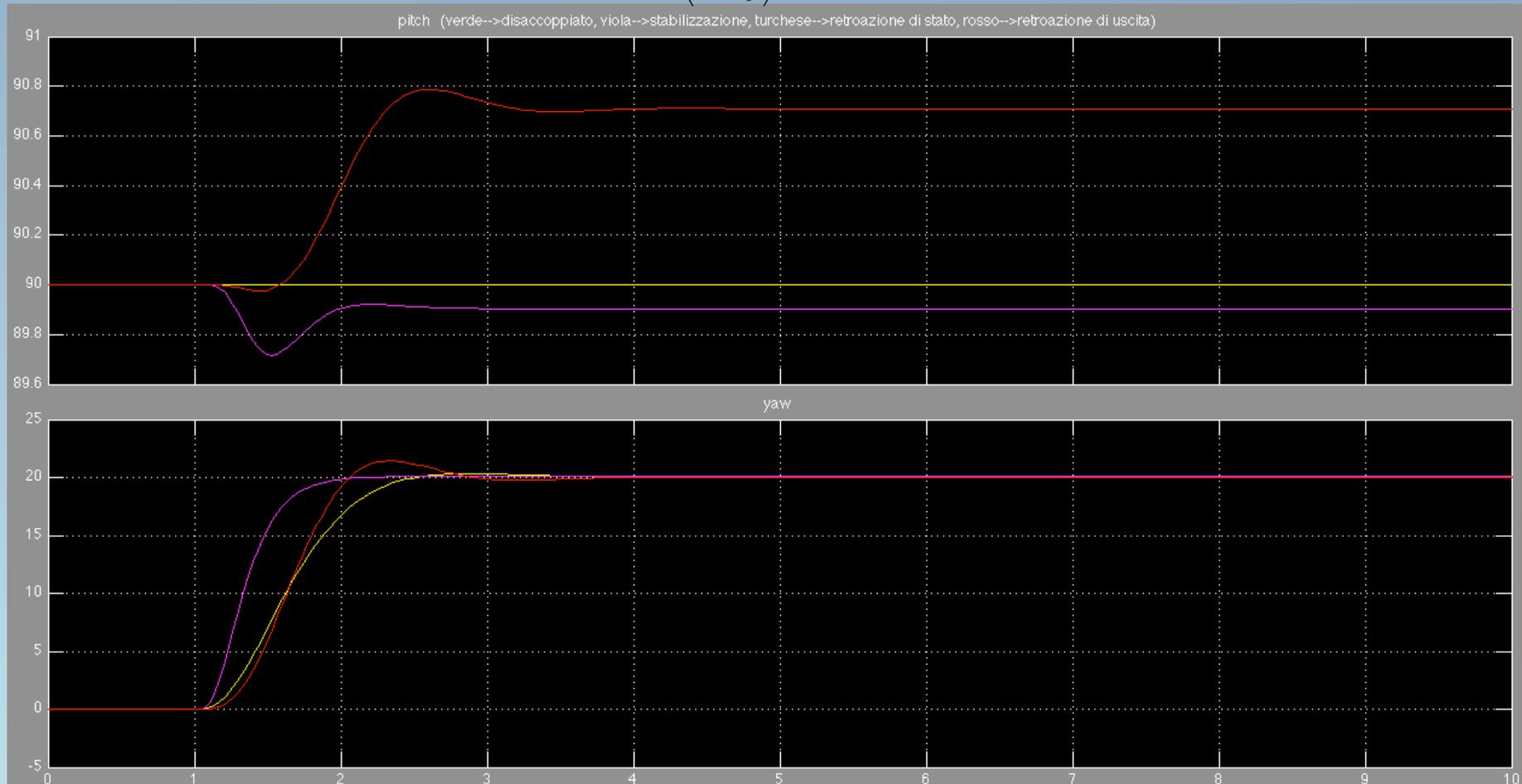
# Confronto tra le tecniche di controllo utilizzate: modello linearizzato

Primo canale: riferimento a gradino  $\left(A = \frac{\pi}{9}\right)$



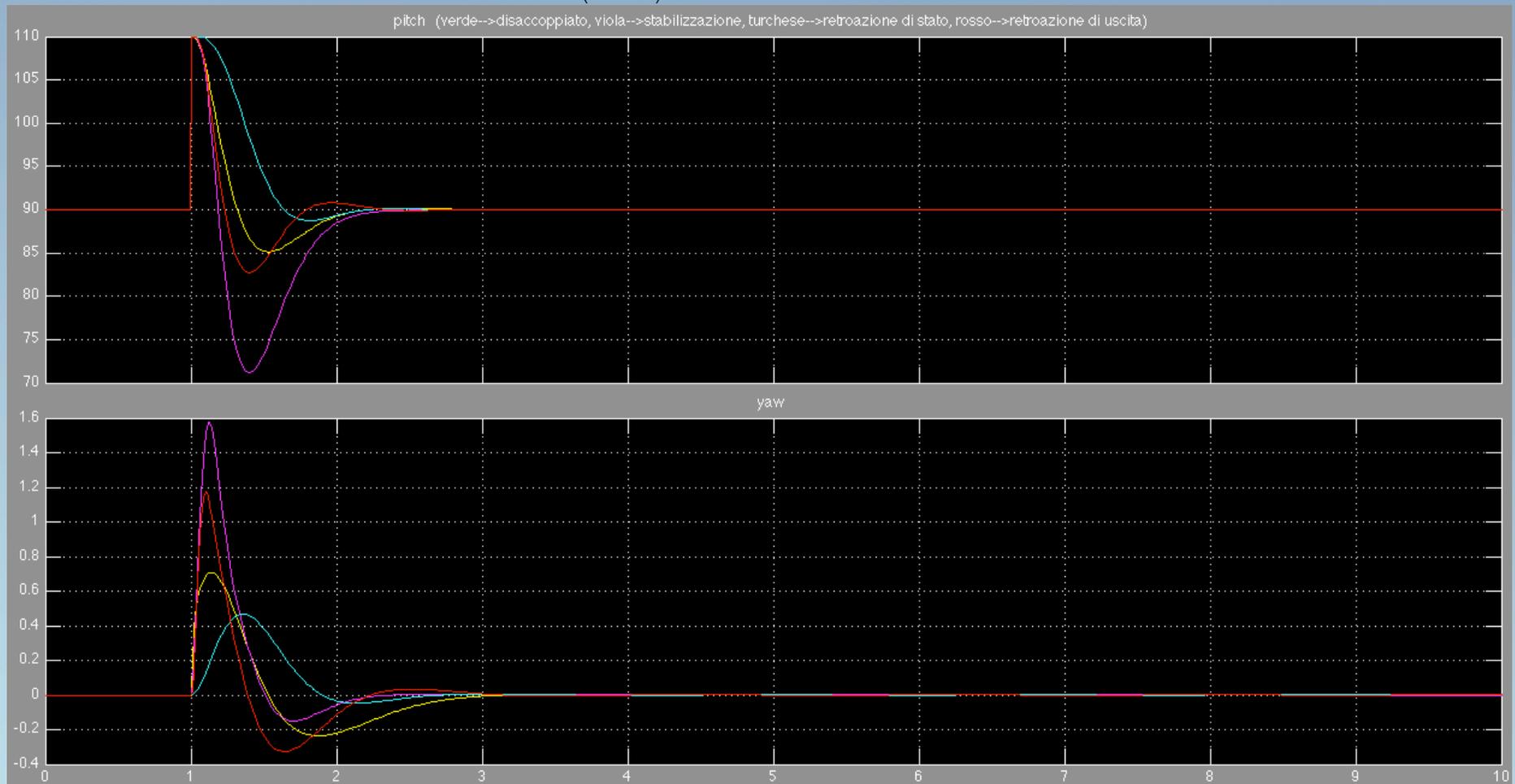


## Secondo canale: riferimento a gradino $\left(A = \frac{\pi}{9}\right)$



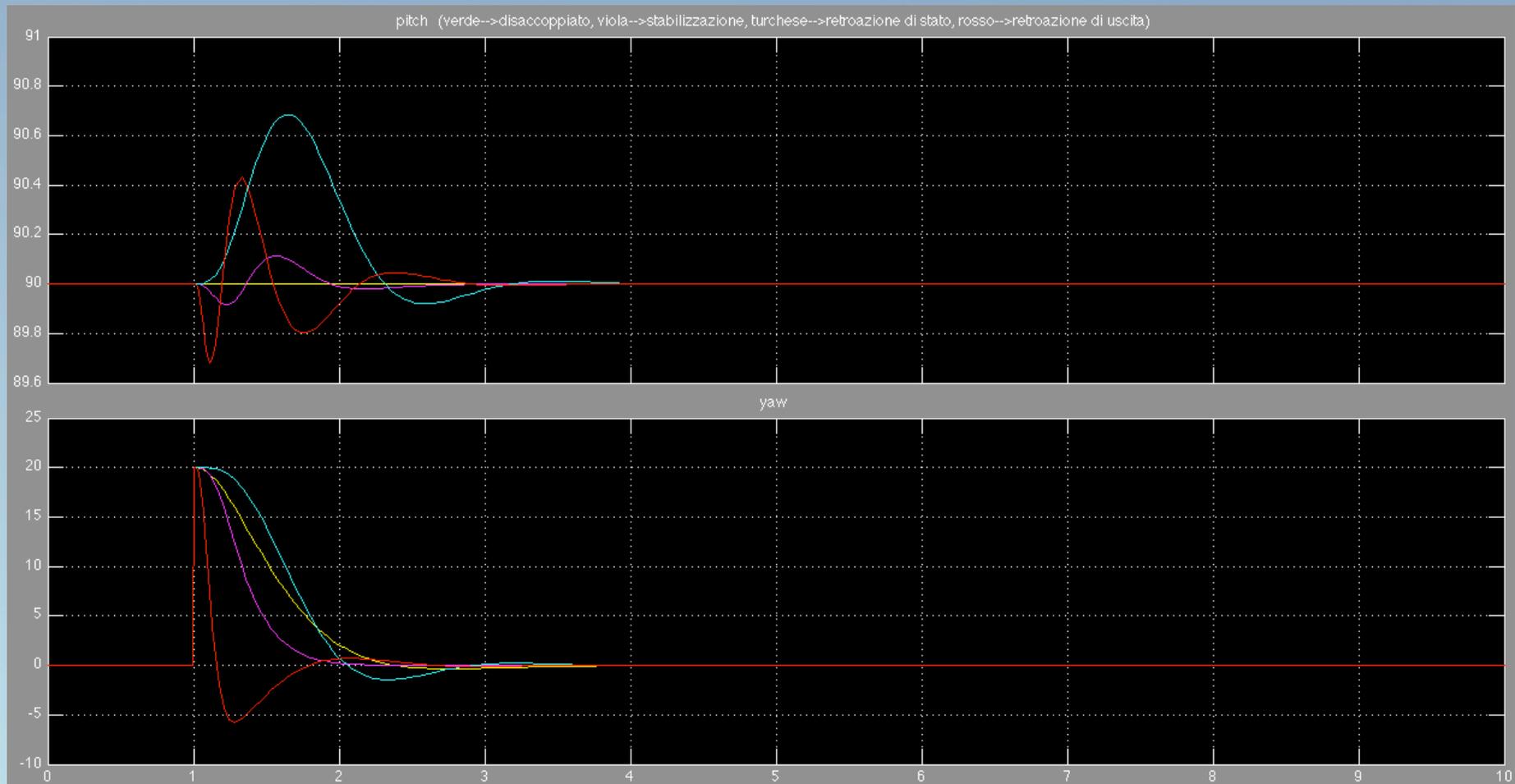


# Primo canale: disturbo a gradino $\left(A = \frac{\pi}{9}\right)$





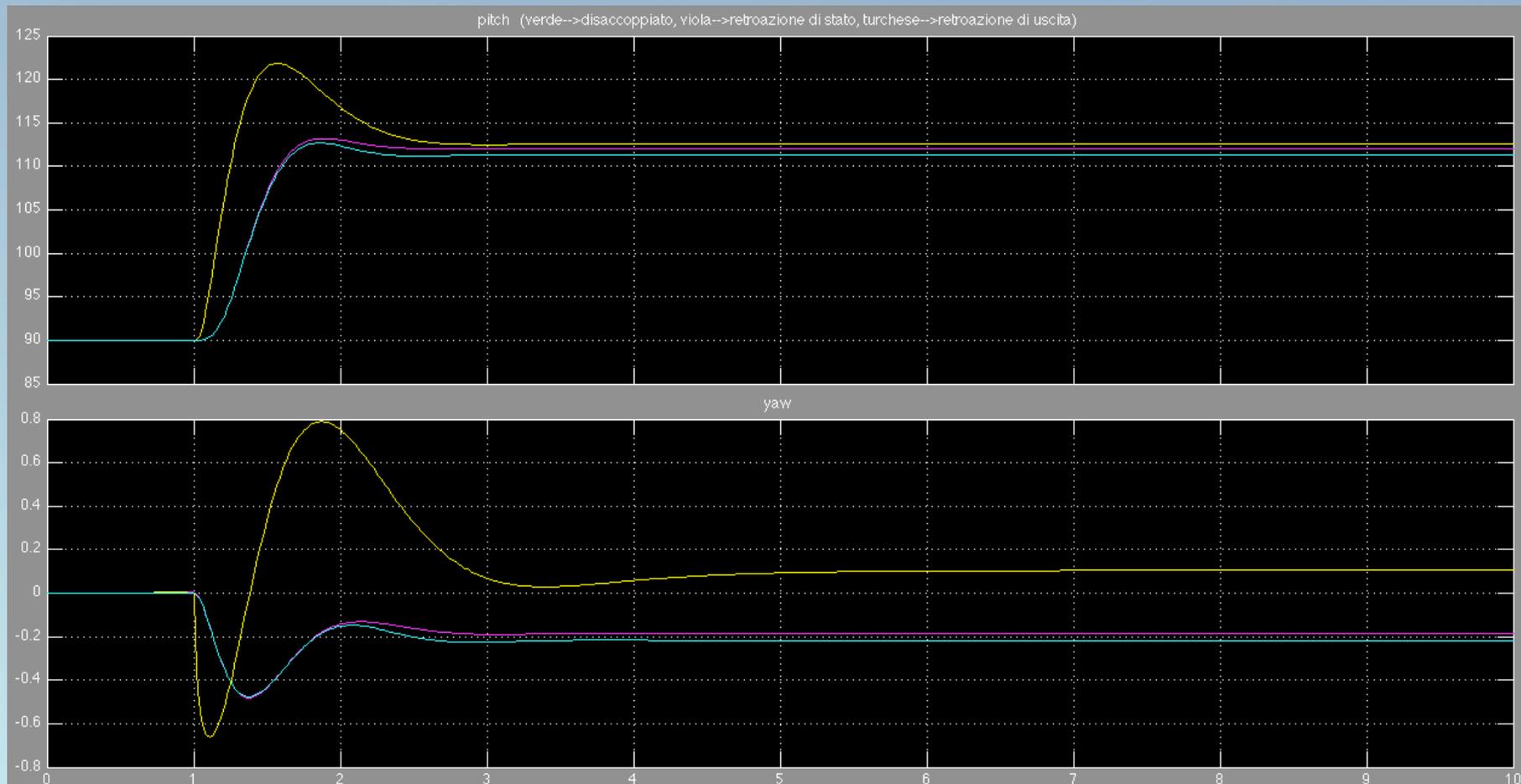
## Secondo canale: disturbo a gradino $\left(A = \frac{\pi}{9}\right)$





# Confronto tra le tecniche di controllo utilizzate: modello non lineare

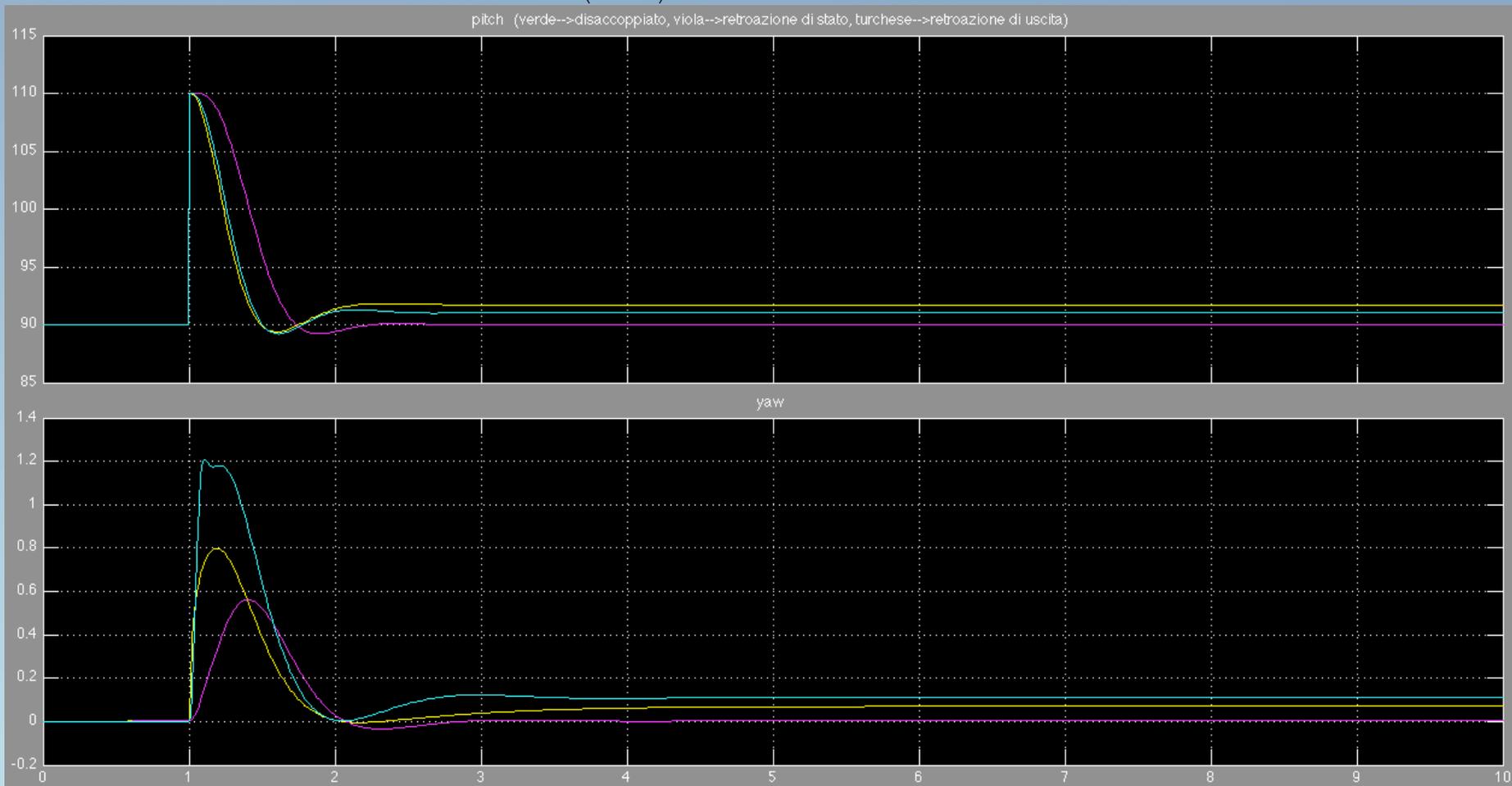
Primo canale: riferimento a gradino  $\left(A = \frac{\pi}{9}\right)$





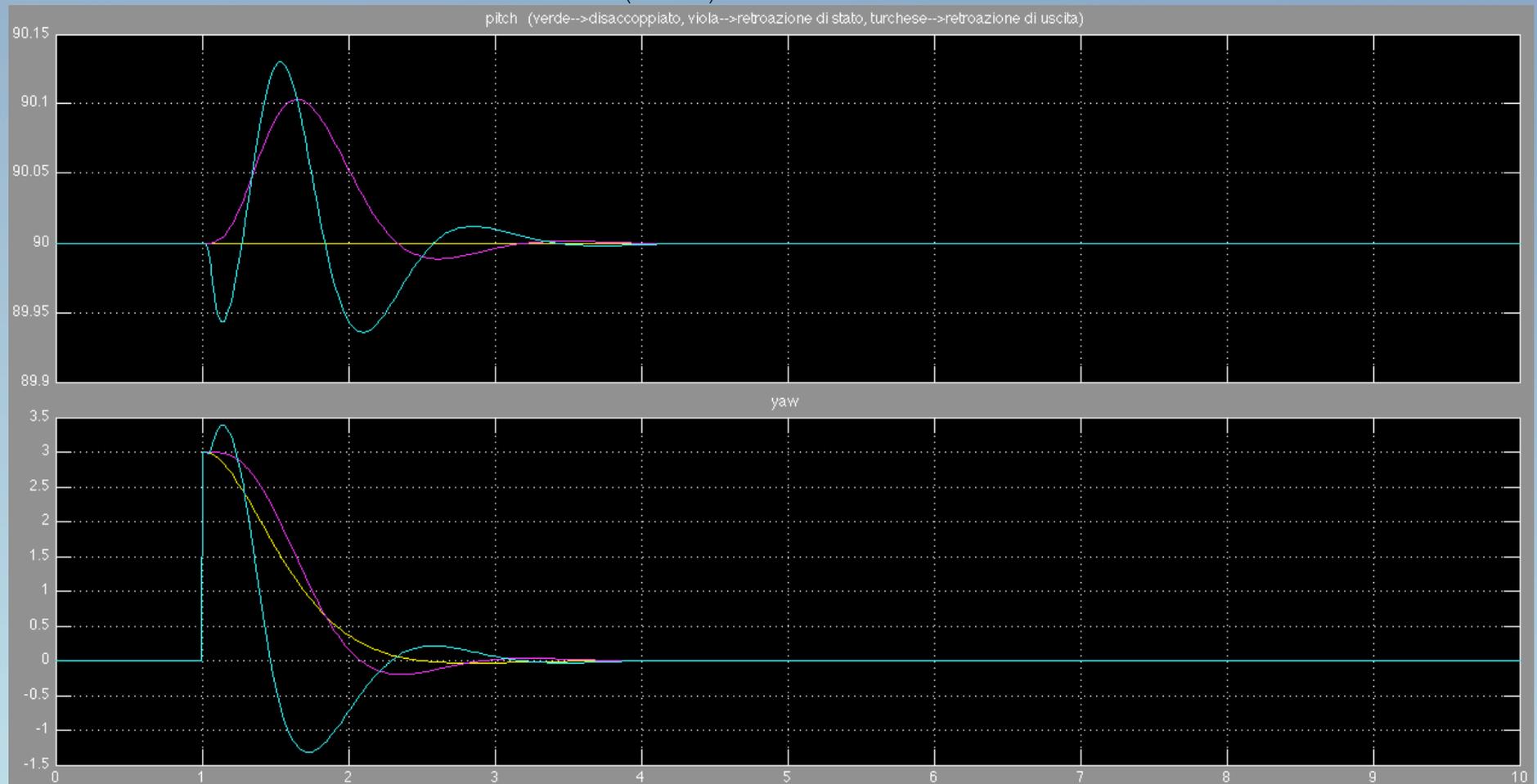


# Primo canale: disturbo a gradino $\left(A = \frac{\pi}{9}\right)$





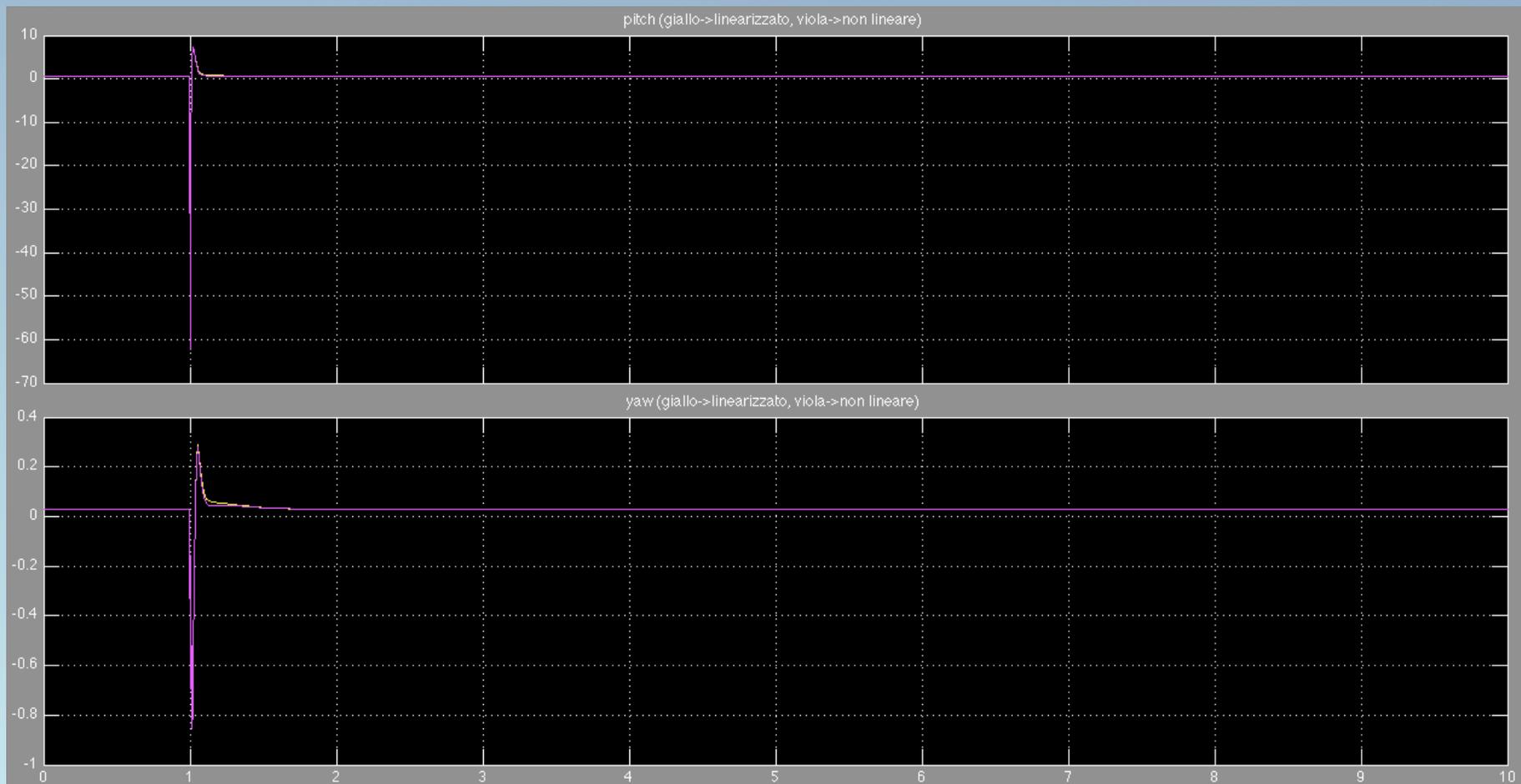
## Secondo canale: disturbo a gradino $\left(A = \frac{\pi}{60}\right)$





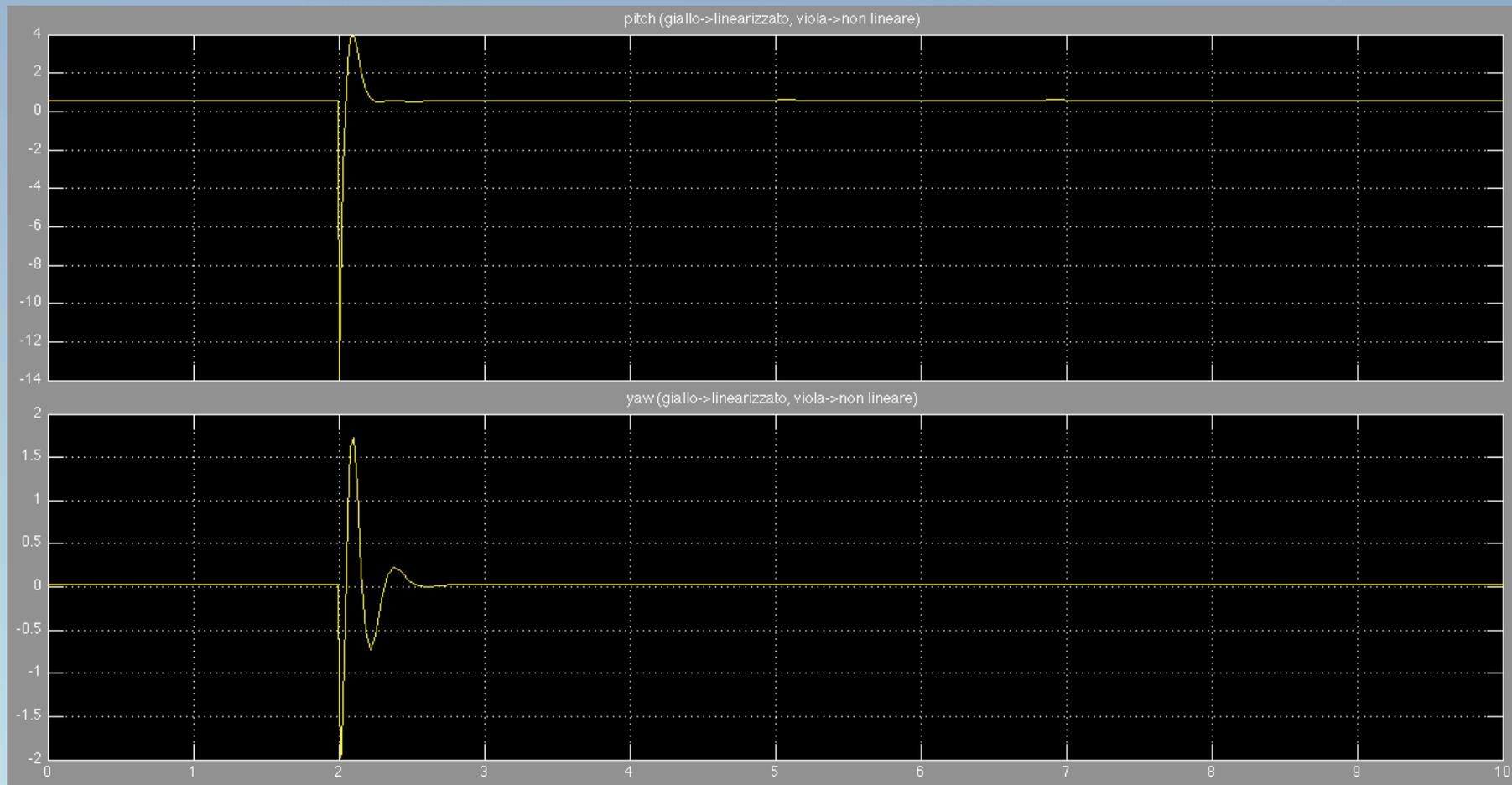
# Confronto tra i segnali di controllo nelle varie tecniche di controllo utilizzate

Disaccoppiamento : disturbo a gradino sul primo canale  $\left(A = \frac{\pi}{9}\right)$



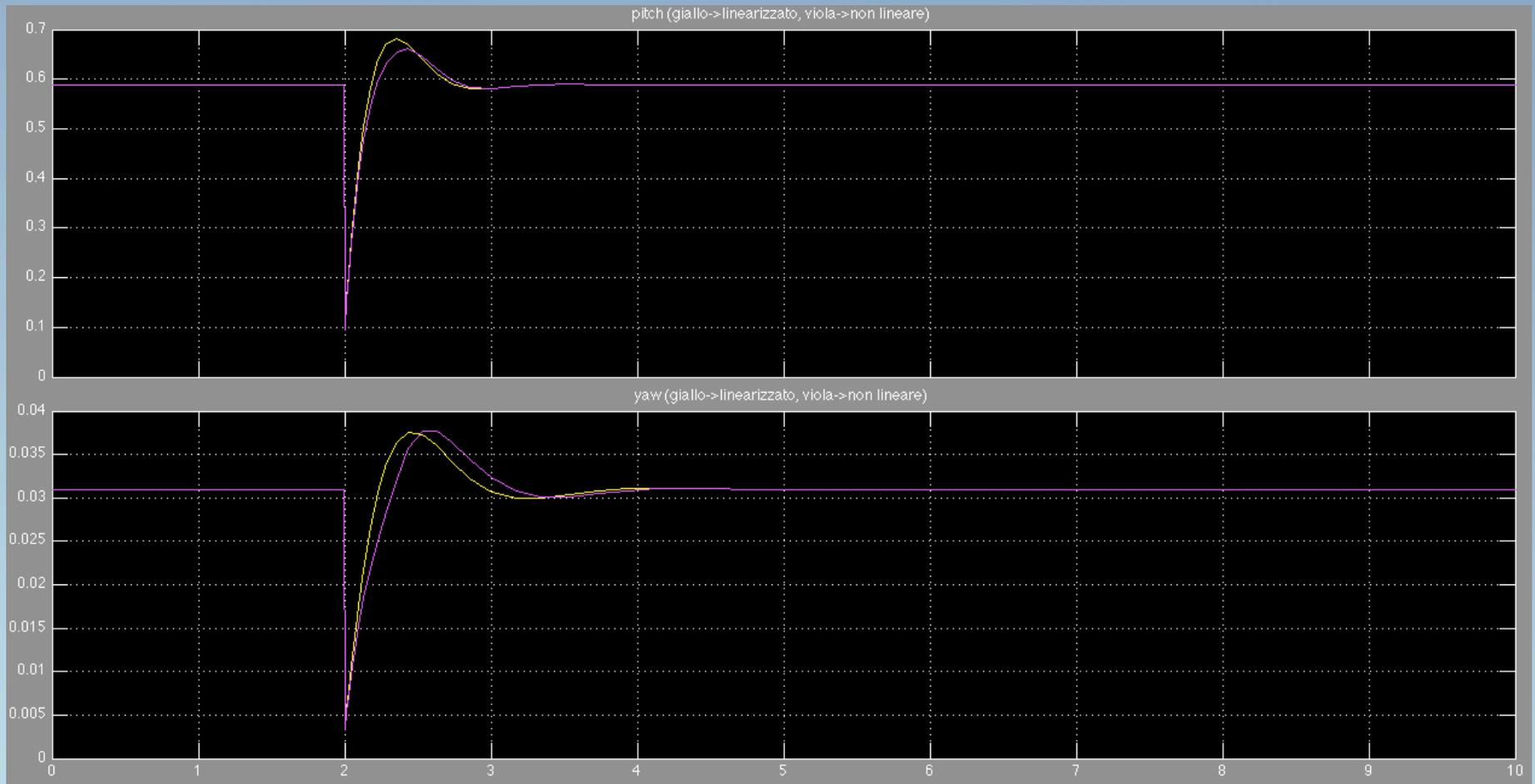


Stabilizzazione con retroazione di stato e allocazione dei poli in una determinata regione del piano di Gauss: disturbo a gradino sul primo canale  $\left(A = \frac{\pi}{9}\right)$





# Controllo ottimo LQR con retroazione di stato: disturbo a gradino sul primo canale $\left(A = \frac{\pi}{9}\right)$





# Controllo ottimo LQR con retroazione di uscita: disturbo a gradino sul primo canale $\left(A = \frac{\pi}{9}\right)$

