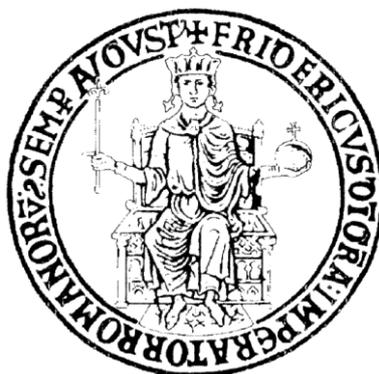


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI "FEDERICO II"



FACOLTÀ DI INGEGNERIA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'AUTOMAZIONE

Tesina Sistemi di Controllo Multivariabile

Stabilizzazione assetto Quadricottero

Prof.

Francesco Amato

Studenti

Fabio Vigoriti

matr. M58/55

Andrea Siniscalco

matr. M58/46

INDICE

CAPITOLO 1

Introduzione.....	4
1.1 – Quadricottero.....	5

CAPITOLO 2

Modello Dinamico.....	6
2.1 – IECD.....	7
2.2 – IIECD.....	8
2.3 - Equazioni Ausiliarie.....	9
2.4 - Dinamica delle pale.....	10

CAPITOLO 3

Linearizzazione.....	12
----------------------	----

CAPITOLO 4

Tecniche di Controllo.....	18
4.1 - Controllo LQR.....	18
4.2 - Controllo Pole Placement.....	20

CAPITOLO 5

Osservatore di Luenberger.....	22
--------------------------------	----

CAPITOLO 6

Simulazioni e prestazioni delle leggi di controllo.....	24
6.1 - Controllo LQR.....	24
6.2 - Controllo “pole-placement” attraverso LMI.....	26
6.3 - Controllo LQR con osservatore di Luenberger.....	28
6.4 - Controllo “pole-placement” con osservatore di Luenberger.....	31

CAPITOLO 7

Realizzazione sistema di controllo.....	33
7.1 – Algoritmo di Madgwick.....	33
7.2 – Quadricottero.....	35
7.3 – Motori.....	35
7.4 – ESC.....	36
7.5 – MCU - sensori.....	37
7.6 – Implementazione del codice.....	38
CONCLUSIONI.....	40
BIBLIOGRAFIA.....	41

CAPITOLO 1

Introduzione

“Fatti non foste a vivere come bruti, ma per seguire virtute e canoscenza”. Questa celebre frase di A. Dante racchiude perfettamente lo spirito di esplorazione e la sete di conoscenza che da sempre contraddistingue l’essere umano.

E’ per appagare questa sua irrefrenabile pulsione che, sin dagli albori dell’era civile, l’uomo ha affrontato enormi pericoli per esplorare tutto il mondo visibile : dalle profondità dei mari fino all’infinito dello spazio. Purtroppo le sue limitate capacità fisiche hanno sempre ostacolato il completamento della propria missione al punto di renderla quasi impossibile.

Nell’ultimo trentennio lo sviluppo di nuove tecnologie, in primis quelle a microcontrollore, hanno fornito la giusta risorsa per aggirare i limiti umani nella conoscenza del mondo che lo circonda, basti pensare all’ormai diffusissimo utilizzo di moduli esplorativi radiocomandati in quasi tutti i settori di ricerca: dai minisottomarini nelle profondità inaccessibili dei mari ai UAVs nei cieli. La politica della nuova società ormai è chiara : dove un uomo non può o dove è troppo pericoloso per l’incolumità dello stesso, si utilizza una macchina che vada al posto suo.

Fino a qualche anno fa, come accennato in precedenza, l’utilizzo dei moduli esplorativi richiedeva la presenza di un teleoperatore che, attraverso una console, movimentava a suo piacimento il modulo. L’obiettivo futuro, ormai già in atto, prefissato dagli enti di ricerca è sicuramente quello di rendere il più possibile autonome queste macchine mobili al punto da non richiedere più la presenza di un teleoperatore a governarle.

Per tale motivo molti centri di robotica e automazione sparsi in tutto il mondo stanno sviluppando sempre più nuove soluzioni e tipologie di controllo per automatizzare dispositivi come elicotteri, navi, autoveicoli ecc. In particolare, grandissimo interesse hanno suscitato dispositivi volanti multirotores, quali quadricotteri e esacotteri a pale ad attacco fisso. I motivi principali per i quali questi tipi di dispositivi sono stati preferiti ad altri, come ad esempio i classici elicotteri, sono sostanzialmente due:

- Semplicità della meccanica di controllo e manovra
- Possibilità di utilizzare motori più piccoli a parità di potenza

Il primo motivo è legato all’utilizzo delle pale ad attacco fisso: a differenza dei classici elicotteri, i quali sono dotati di un rotore centrale con pale ad attacco mobile (sistema necessario alla navigazione) e di un rotore di coda per evitare l’autoavvitamento, i multirotores sono dotati così come ci suggerisce il nome da una serie di rotori opportunamente disposti su una struttura portante con pale ad attacco fisso. Tale tipo di struttura non richiede complessi sistemi meccanici, ed inoltre la completa movimentazione è possibile semplicemente variando la velocità di rotazione di ogni singolo rotore (come vedremo in dettaglio nel cap. 2) semplificando di molto la logica di controllo.

Il secondo vantaggio è semplicemente legato alla possibilità di poter distribuire equamente il carico su più motori di minor potenza, quindi minor ingombro, a fronte di un unico motore centrale di

grosse dimensioni. Questo banale accorgimento risulta essere indispensabile in tutte quelle applicazioni in cui è richiesto un ingombro complessiva della struttura del drone non eccessivamente grande.

Per questa serie di motivi, con l'intento di realizzare un dispositivo UAV, in questo progetto s'è utilizzato una struttura a quadricottero sul quale sono state approcciate una serie di politiche di controllo per la stabilizzazione del suo assetto di volo. Prima di poter descrivere nel dettaglio i tipi di controllo utilizzati è necessario analizzare i principali aspetti del device.

1.1 – Quadricottero

I quadricotteri sono particolari macchine volanti dotate di quattro rotori posti a croce su un frame. Principalmente queste macchine vengono utilizzate in ambito ludico, ma negli ultimi anni sono state introdotte in campo bellico per sorvegliare dall'alto vaste aree territoriali, passando praticamente inosservati. Il frame è costituito nella maggior parte dei casi da leghe di alluminio o da fibra di vetro, che ne garantiscono una buona solidità in un peso contenuto.

La caratteristica principale di questi dispositivi è quella di poter modificare il proprio assetto (*yaw*, *roll* e *pitch*) semplicemente modificando la velocità relativa tra i vari motori. In particolare gli angoli di *pitch* e *roll* possono essere variati creando un gradiente di velocità tra due motori affacciati. Inoltre, essendo la struttura a croce, i due angoli sono completamente disaccoppiati.

Per quanto riguarda l'angolo di imbardata, esso può essere modificato creando una discrepanza tra la coppia resistiva generata da due motori affacciati e i restanti. Infatti le pale, nel ruotare, oltre ad una forza di portanza, generano anche un momento resistivo diretto lungo l'asse di imbardata il cui verso dipende dal senso di rotazione delle pale. Nel caso in cui si voglia mantenere costante l'angolo di imbardata è necessario annullare il momento lungo l'asse: tale annullamento può essere facilmente ottenuto facendo girare a velocità uguali ma in versi opposti due coppie di motori, mentre se si vuol creare un'accelerazione lungo l'asse basta aumentare in ugual misura la velocità di due motori concordi e lasciare invariata la velocità dei due restanti.

Tutti i moti appena descritti sono raffigurati in figura 1.1 .

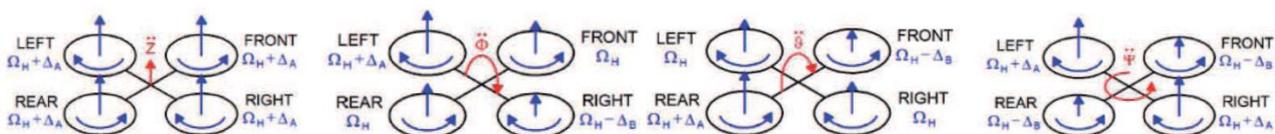


Figura 1.1

CAPITOLO 2

Modello dinamico

Essendo il quadricottero un dispositivo meccanico volante le equazioni dinamiche che ne regolano lo stato sono le classiche Equazioni Cardinali della Dinamica (ECD):

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}_g$$

$$\vec{M}_o = \dot{\vec{K}}_o + \vec{v}_o \times \vec{Q}$$

in cui risultano rispettivamente:

\vec{F} = risultate delle forze esterne agenti sul frame

m = massa del quadricottero

\vec{a}_g = accelerazione assoluta del baricentro del frame

\vec{M}_o = risultante dei momenti esterni rispetto al polo O

$\dot{\vec{K}}_o$ = derivata del momento angolare rispetto al polo O

\vec{v}_o = velocità del polo O

\vec{Q} = quantità di moto totale del quadricottero

Tali relazioni possono essere ulteriormente semplificate scegliendo come polo di riferimento il baricentro della struttura, che permette di riscrivere la seconda equazione come:

$$\vec{M}_g = \dot{\vec{K}}_g$$

Come è noto le ECD sono equazioni di naturale vettoriale, quindi esse possono essere espresse per componenti in qualsiasi sistema di riferimento. In letteratura, per la stesura delle ECD, vengono utilizzati molti sistemi di riferimento tra cui i cosiddetti sistemi *NED* (North East Down o semplicemente terra) e *ABC* (Aircraft Body Center o semplicemente body). Il primo sistema di riferimento è un sistema ortonormale che ha origine sul suolo terrestre e gli assi diretti rispettivamente lungo nord, est e il centro della terra. Esso può essere ritenuto un sistema di riferimento inerziale ed è per tale motivo che viene utilizzato per definire le cosiddette equazioni di navigazione. Il secondo sistema di riferimento è un sistema solidale al frame, centrale di inerzia con gli assi x e y diretti lungo i bracci della struttura e l'asse z perpendicolare alla struttura e diretto verso il basso. Esso è utilizzato per la stesura delle cosiddette equazioni d'assetto. I due sistemi di riferimento sono legati dalla matrice di rotazione denominata DCM (*Direction Cosine Matrix*). Essa è una matrice dipendente dagli angoli di Eulero che permette la trasformazione delle componenti di un vettore espresso in terna body nelle componenti dello stesso vettore espresso in terna terra. Tale

matrice risulterà indispensabile per la formulazione delle ECD e delle equazioni ausiliarie necessarie a descrivere completamente il nostro sistema. La sua formulazione classica è riportata qui di seguito in cui, per motivi di leggibilità, s'è indicato con C la funzione coseno e S la funzione seno [1].

$$DCM = \begin{bmatrix} c\vartheta \cdot c\psi & s\varphi \cdot s\vartheta \cdot c\psi - c\varphi \cdot s\psi & c\varphi \cdot s\vartheta \cdot c\psi + s\varphi \cdot s\psi \\ c\vartheta \cdot s\psi & s\varphi \cdot s\vartheta \cdot s\psi + c\varphi \cdot c\psi & c\varphi \cdot s\vartheta \cdot s\psi - s\varphi \cdot c\psi \\ -s\vartheta & s\varphi \cdot c\vartheta & c\varphi \cdot c\vartheta \end{bmatrix}$$

2.1 - IECD

Per la formulazione della IECD utilizzeremo la terna Body, tale scelta è sostanzialmente legata alla possibilità di semplificare il più possibile la formulazione delle equazioni, infatti per tutte le terne solidali al frame le forze generate dalle pale risultano a direzione costante. Altra ipotesi semplificativa sarà quella di trascurare tutte le perturbazioni dovute al vento e alla resistenza dell'aria, senza tuttavia compromettere eccessivamente la qualità del modello viste le basse velocità in gioco e dato l'utilizzo *indoor* che verrà fatto del veivolo.

Per le ipotesi fatte la IECD può essere riscritta come segue:

$$\vec{P}_b + \vec{T}_b = m \cdot \dot{\vec{v}}_b$$

in cui sono state indicate con:

$$\vec{P}_b = [P_x \ P_y \ P_z]^T \text{ vettore forza peso in terna body e sue componenti}$$

$$\vec{T}_b = [T_x \ T_y \ T_z]^T \text{ vettore delle forze di portanza totali in terna body e sue componenti}$$

$$\vec{v}_b = [u \ v \ w]^T \text{ vettore velocità baricentro in terna body e sue componenti}$$

Il primo vettore può essere espresso come :

$$\vec{P}_b = DCM^{-1} \cdot \vec{P}_E$$

In cui s'è indicato con \vec{P}_E il vettore della forza peso espresso in terna terra le cui componenti sono facilmente esprimibili come:

$$\vec{P}_E = [0 \ 0 \ m \cdot g]^T$$

L'espressione del secondo vettore invece è ricavabile notando che le forze di portanza, essendo perpendicolari al frame, hanno componenti solo lungo z e quindi sono del tipo:

$$\vec{T}_b = [0 \ 0 \ -(F1 + F2 + F3 + F4)]^T$$

in cui s'è indicato con F_i le singole componenti di portanza dovute ai singoli motori.

Essendo la terna body a versori non costanti è possibile invece esprimere il vettore $\dot{\vec{v}}_b$ come:

$$\dot{\vec{v}}_b = \vec{a}_b + \vec{\omega} \times \vec{v}_b$$

In cui s'è indicato con \vec{a}_b e $\vec{\omega}$ l'accelerazione relativa del baricentro e la velocità angolare le cui componenti sono indicate come:

$$\vec{\omega} = [p \ q \ r]^T$$

Raggruppando tutti i risultati trovati e riscrivendo le equazioni per componenti abbiamo il primo set di equazioni :

$$\dot{u} = -q \cdot w + r \cdot v - g \cdot \sin(\vartheta)$$

$$\dot{v} = -r \cdot u + p \cdot w + g \cdot \cos(\vartheta) \cdot \sin(\varphi)$$

$$\dot{w} = -p \cdot v + q \cdot u + g \cdot \cos(\vartheta) \cdot \cos(\varphi) - (F1 + F2 + F3 + F4)/m$$

2.2 – IIECD

Anche per la formulazione della seconda ECD ci riferiremo alla terna body. In questo caso la scelta è dovuta alla possibilità di avere la matrice di inerzia del sistema costante e diagonale.

Sotto le ipotesi fatte si può dimostrare che:

$$\dot{\vec{K}}_g = \vec{A} + \vec{\omega} \times \vec{K}_g$$

In cui s'è indicato:

$$\vec{A} = \sum_i^3 I_{ii} \cdot \dot{\omega}_i \cdot \hat{e}_i$$

$$\vec{K}_g = \sum_i^3 I_{ii} \cdot \omega_i \cdot \hat{e}_i$$

dove con I_{ii} si sono indicati gli elementi della matrice di inerzia ed con i \hat{e}_i i versori della terna body [2].

Per la valutazione dei momenti dovuti alle forze di portanza rispetto al baricentro è bastato semplicemente applicare la definizione di *momento di una forza*, mentre per calcolare i momenti resistenti s'è usato il teorema del cambio di polo che afferma:

$$\vec{M}_o = \vec{M}_g + (g - o) \times \vec{R}_t$$

in questo caso, essendo il momento resistente una coppia a risultante nulla, è stato possibile calcolarlo indistintamente dal polo scelto, e per tale motivo è stato calcolato rispetto al centro del rotore, semplificando di molto la sua espressione.

Riscrivendo le equazioni per componenti s'è ottenuto il secondo set di equazioni:

$$\begin{aligned}\dot{p} &= -\frac{I_{zz} - I_{yy}}{I_{xx}}qr + \frac{F1}{I_{xx}}D - \frac{F2}{I_{xx}}D \\ \dot{q} &= -\frac{I_{xx} - I_{zz}}{I_{yy}}pr + \frac{F4}{I_{yy}}D - \frac{F3}{I_{yy}}D \\ \dot{r} &= -\frac{I_{yy} - I_{xx}}{I_{zz}}pq + \frac{F3 + F4}{I_{zz}}l - \frac{F1 + F2}{I_{zz}}l\end{aligned}$$

in cui s'è indicato con D e l rispettivamente la distanza tra motore e baricentro e la lunghezza della pala. Si può notare che il set di equazioni appena trovato non è altro che il noto sistema di Eulero [1].

2.3 – Equazioni ausiliarie

Da un punto di vista fisico il modello risulta completo, ma per la sua natura esso risulta essere irrisolvibile. Da un'attenta analisi si può notare che il problema è mal posto essendo presenti alcune variabili, in particolare gli angoli di Eulero, indeterminabili. Per tale motivo, oltre alle ECD, in problemi di questo tipo vengono introdotte delle nuove equazioni.

E' errore comune considerare le derivate degli angoli di Eulero uguali alle componenti del vettore ω : in realtà esse sono molto legate tra di loro, ma sono concettualmente differenti. Infatti, mentre le componenti del vettore ω rappresentano le velocità angolari per asse della struttura le derivate degli angoli di Eulero rappresentano la rapidità di variazione d'assetto del velivolo rispetto ad una terna di riferimento. Il legame esistente tra queste due entità è lineare ed è descritto dalle cosiddette equazioni di Gimbal:

$$\begin{aligned}\dot{\varphi} &= p + q \frac{\sin \varphi \sin \vartheta}{\cos \vartheta} + r \frac{\cos \varphi \sin \vartheta}{\cos \vartheta} \\ \dot{\vartheta} &= q \cdot \cos \varphi - r \cdot \sin \varphi \\ \dot{\psi} &= q \frac{\sin \varphi}{\cos \vartheta} + r \frac{\cos \varphi}{\cos \vartheta}\end{aligned}$$

Esse derivano sostanzialmente dalla scomposizione della matrice DCM nelle sue porzioni elementari. La dimostrazione verrà omessa e per ulteriori approfondimenti si rimanda ai riferimenti [1].

Per ultimare il modello è necessario riportare tutte le velocità in gioco dalla terna body alla terna terra. Infatti, essendo la terna body una terna mobile risulta estremamente scomoda nella

descrizione della traiettoria dell'aeromobile. La trasformazione viene chiaramente svolta attraverso la *DCM* come segue:

$$\dot{\vec{P}}_E = DCM \cdot \vec{v}_b$$

In cui s'è indicato con $\dot{\vec{P}}_E = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$ il vettore velocità del baricentro del quadricottero in terna terra. Questa espressione può essere facilmente vista per componenti formando così un nuovo set di tre equazioni da aggiungere al modello.

A questo punto riordinando il vettore di stato:

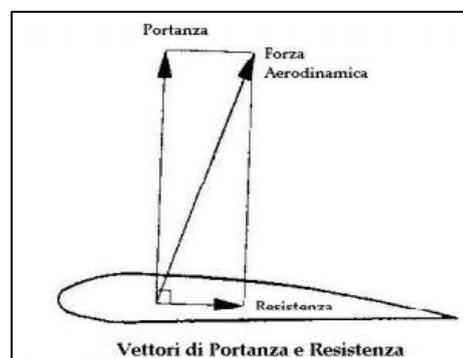
$$\vec{x} = [\varphi \ \vartheta \ \psi \ p \ q \ r \ u \ v \ w \ x \ y \ z]^T$$

è possibile definire un sistema a dodici dimensioni che descrive completamente il volo di un quadricottero.

Come era prevedibile il sistema di equazioni appena descritto è fortemente non lineare, quindi il primo passo per la realizzazione di un algoritmo di controllo sarà l'individuazione di un sistema lineare ad esso associato attraverso la procedura di linearizzazione.

2.4 - Dinamica delle pale

Dopo aver effettuato lo studio della dinamica del sistema quadricottero come corpo rigido nello spazio, si è passati a determinare le forze di sollevamento esplicate dalle eliche. A tal proposito è stato utile qualche elemento di teoria riguardante i profili alari. Difatti le pale di un'elica non sono altro che dei profili alari rotanti, e come tali sono caratterizzate da una certa portanza ed una resistenza (figura 2.1). In particolare la portanza è diretta lungo la normale al piano contenente le pale delle eliche, mentre la resistenza genererà una coppia rotante a risultante nulla contenuta nel piano delle eliche, in verso opposto a quello di rotazione.



La portanza esplicata da un'elica è data dalla seguente relazione:

$$P_s = K_s \cdot \omega^2$$

con:

$$K_s = 2 \cdot L^4 \cdot \rho \cdot \tau \cdot C_s$$

dove ρ, τ, L, ω sono rispettivamente la densità dell'aria (supposta costante), il passo geometrico dell'elica, la lunghezza della pala (lama) e la velocità di rotazione dell'elica, mentre il coefficiente C_p è un parametro caratteristico dell'elica. Esso risulta in generale variabile in funzione di alcuni parametri caratteristici dell'elica e delle condizioni di volo, ma a basse velocità può essere ritenuto costante. In particolare per l'elica adottata risulta pari 0.9.

Il *drag* dell'elica (effetto della resistenza) è dato invece dalla seguente relazione:

$$R_d = K_d \cdot \omega^2$$

con:

$$K_d = 2 \cdot L^5 \cdot \rho \cdot \tau \cdot C_d$$

dove i parametri sono gli stessi definiti precedentemente, mentre C_d risulta anch'esso un coefficiente variabile caratteristico dell'elica analogo a C_p . Valendo le stesse condizioni precedenti, esso può essere ritenuto costante e pari a 0.09 [1].

CAPITOLO 3

Linearizzazione

Come è noto la procedura di linearizzazione prevede prima la ricerca di un punto di equilibrio, cioè quel valore del vettore di stato che, ad ingresso costante fissato, è soluzione del sistema algebrico:

$$f(x, \bar{u}, t) = 0$$

Essendo la funzione f non lineare la soluzione del sistema non è detto che esista e nel caso esista non è detto che sia unica o determinabile. In particolare, per il sistema in esame, la soluzione è praticamente impossibile trovarla essendo presenti funzioni trigonometriche legate tra di loro in modo non elementare. Per tale motivo, la linearizzazione non è stata fatta sul modello di partenza ma su una sua semplificazione denominata "a piccole oscillazioni". Tale semplificazione nasce dall'idea che per piccoli valori angolari la funzione sinusoidale è approssimabile al valore dell'angolo, mentre la funzione cosinusoidale è approssimabile al valore unitario. Il sistema così ottenuto è riportato di seguito (le equazioni relative a p, q ed r non subiscono modifiche):

$$\dot{\varphi} = p + q \cdot \varphi \cdot \vartheta + r \cdot \vartheta$$

$$\dot{\vartheta} = q - r \cdot \varphi$$

$$\dot{\psi} = q \cdot \varphi + r$$

$$\dot{u} = -q \cdot w + r \cdot v - g \cdot \vartheta$$

$$\dot{v} = -r \cdot u + p \cdot w + g \cdot \varphi$$

$$\dot{w} = -p \cdot v + q \cdot u + g - K_s \cdot \omega_1^2 - K_s \cdot \omega_2^2 - K_s \cdot \omega_3^2 - K_s \cdot \omega_4^2$$

$$\dot{x} = u + (\varphi \cdot \vartheta - \psi) \cdot v + (\vartheta + \varphi \cdot \psi) \cdot w$$

$$\dot{y} = \psi \cdot u + (\varphi \cdot \vartheta \cdot \psi + 1) \cdot v + (\vartheta \cdot \psi - \varphi) \cdot w$$

$$\dot{z} = -\vartheta \cdot u + \varphi \cdot v + w$$

Essendo lo scopo del progetto la stabilizzazione dell'assetto di volo del quadricottero, un punto di equilibrio desiderato sarebbe lo stato nullo, quindi s'è cercato di verificare l'esistenza di un particolare valore delle velocità tale da rendere lo stato nullo soluzione del sistema algebrico. Osservando le equazioni si può scoprire che questo risultato è ottenibile impostando le velocità dei quattro motori tutte uguali tra di loro e fissate al valore:

$$\delta = \sqrt{\frac{g \cdot m}{4 \cdot K_s}}$$

E' da notare che questo particolare valore rappresenta la velocità necessaria ad annullare il peso del drone, permettendo la fluttuazione di quest'ultimo. Inoltre essendo tutte le velocità uguali non si genera nessuna accelerazione angolare permettendo, a partire da condizioni iniziali nulle, di lasciare invariati gli angoli di Eulero alla loro posizione iniziale.

Determinati lo stato di equilibrio e l'ingresso nominale, s'è passati al calcolo delle matrici dinamiche associate al sistema date dalle note relazioni:

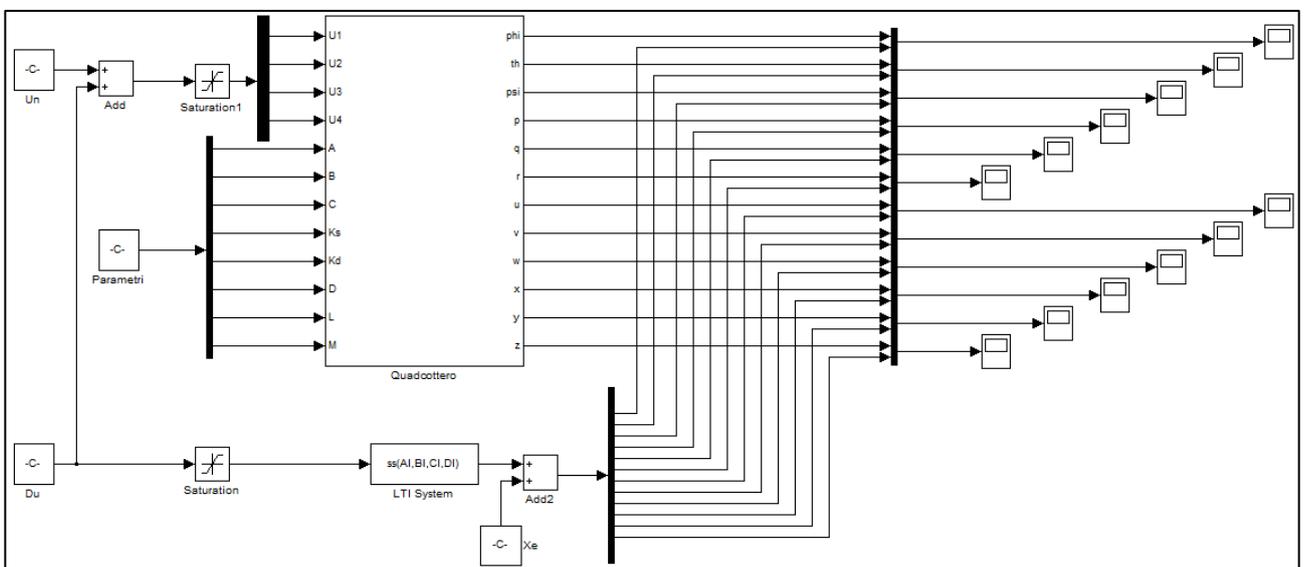
$$\bar{A} = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x_o, u_n} \quad \bar{B} = \frac{\partial f}{\partial u} \Big|_{x_o, u_n}$$

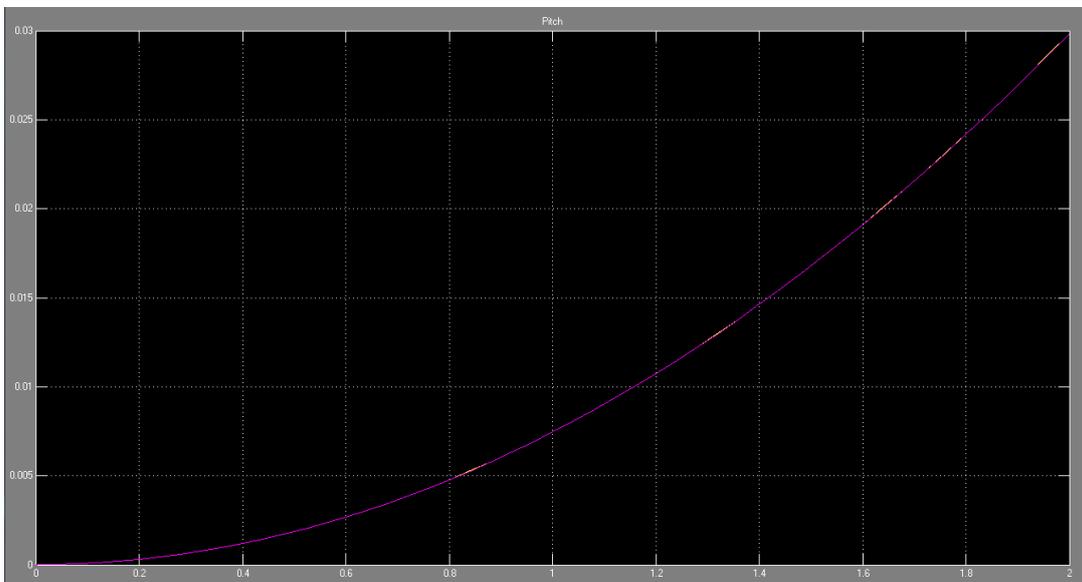
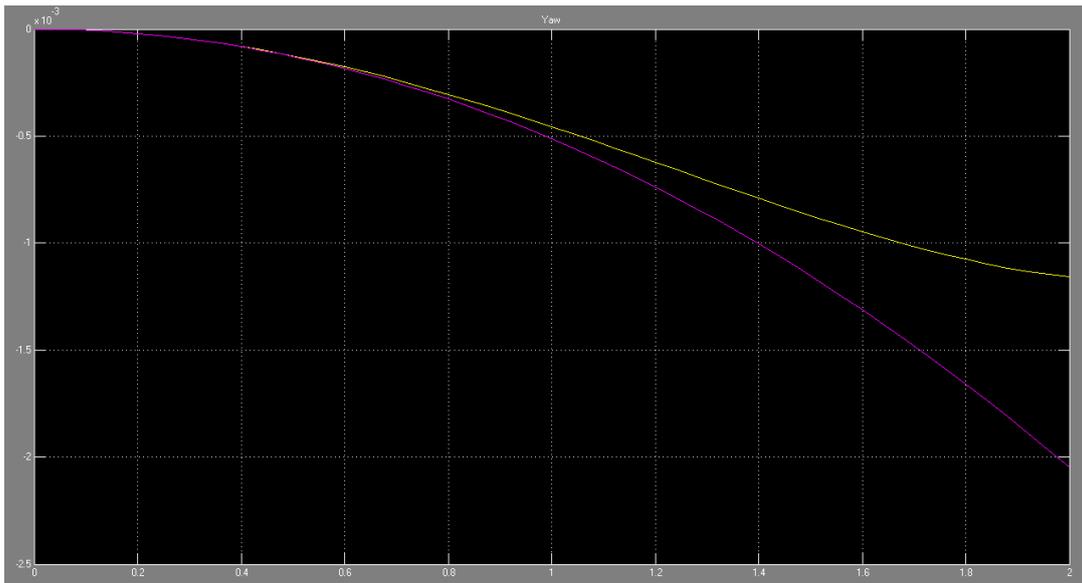
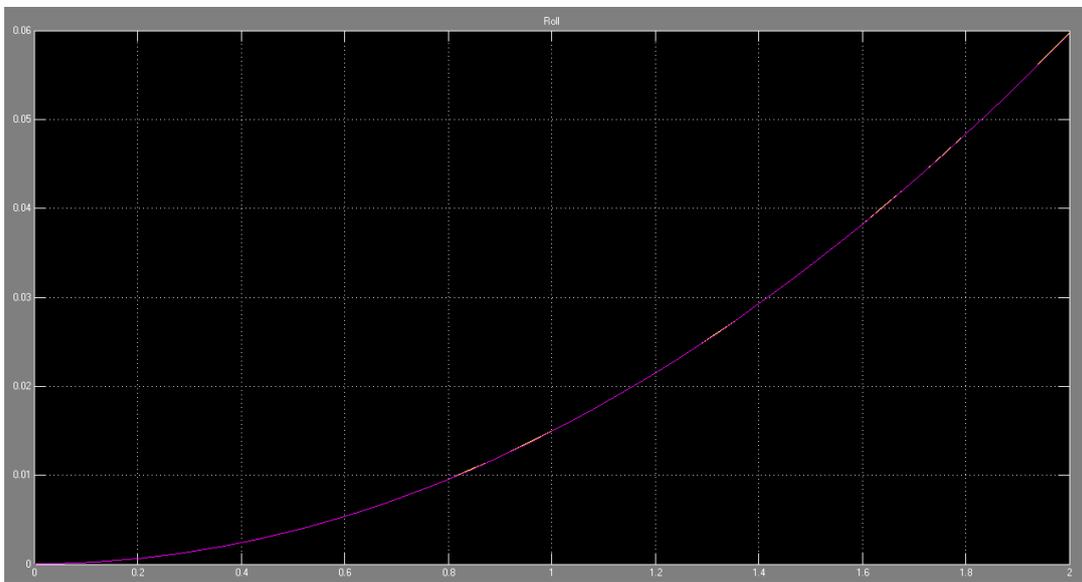
I cui valori sono riportati in seguito:

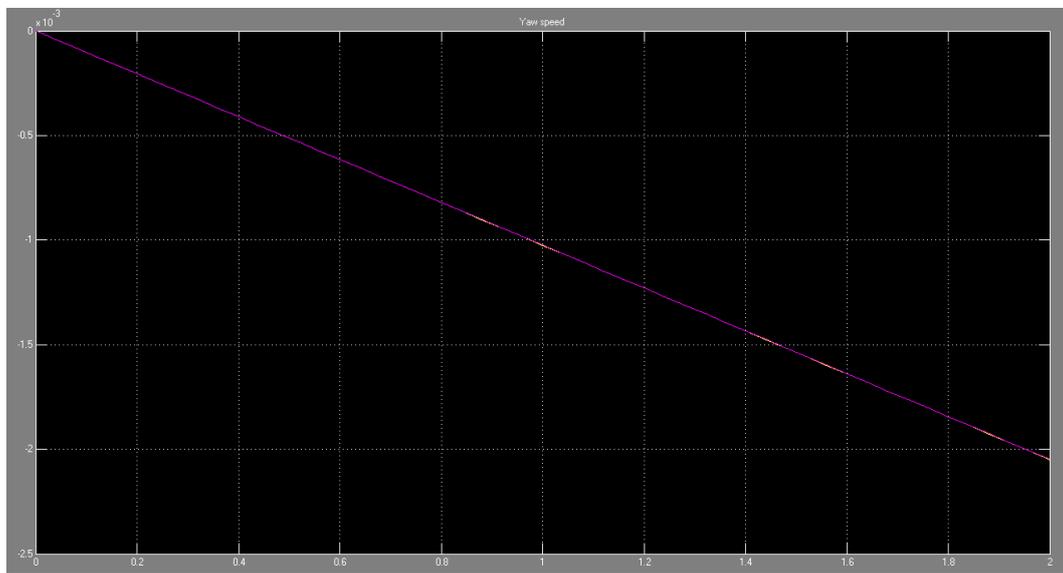
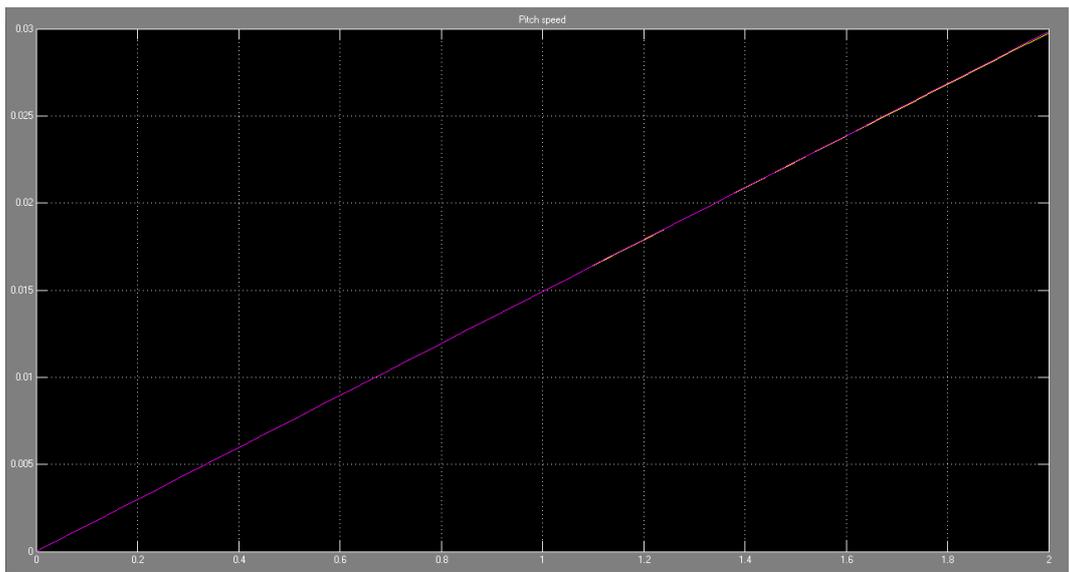
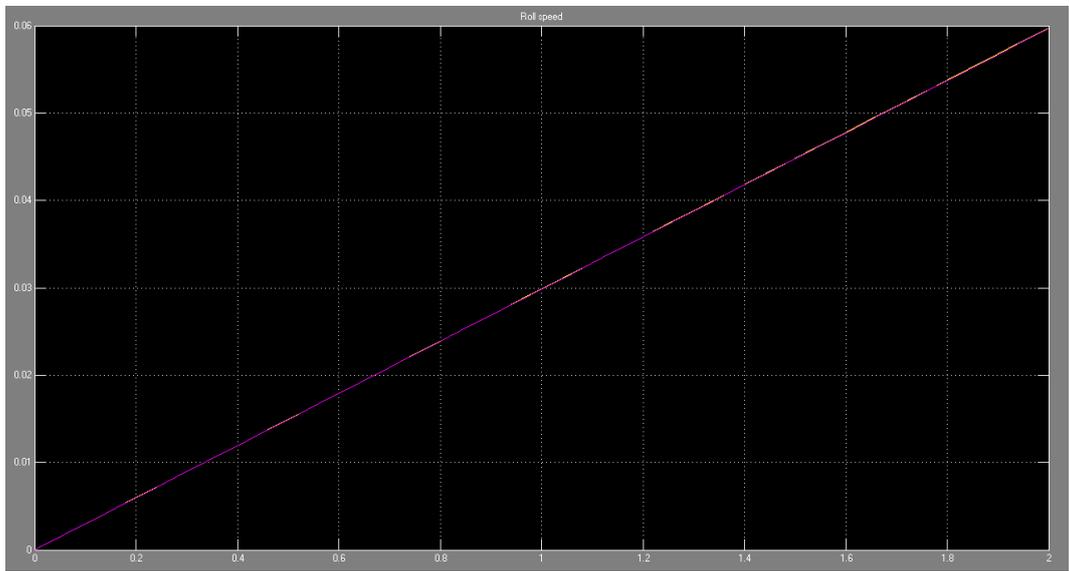
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -9.8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 9.8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

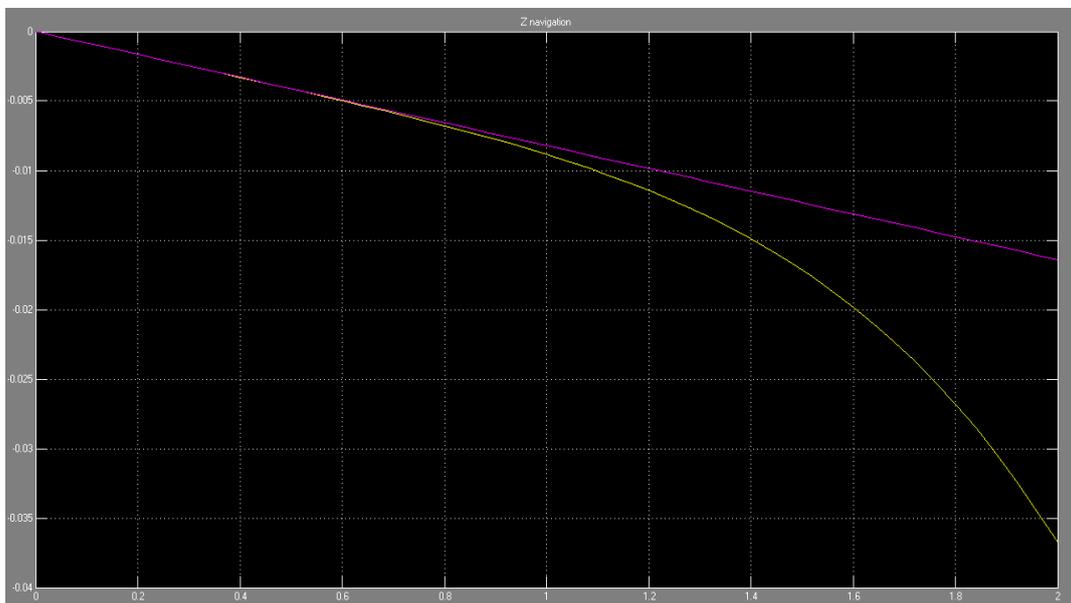
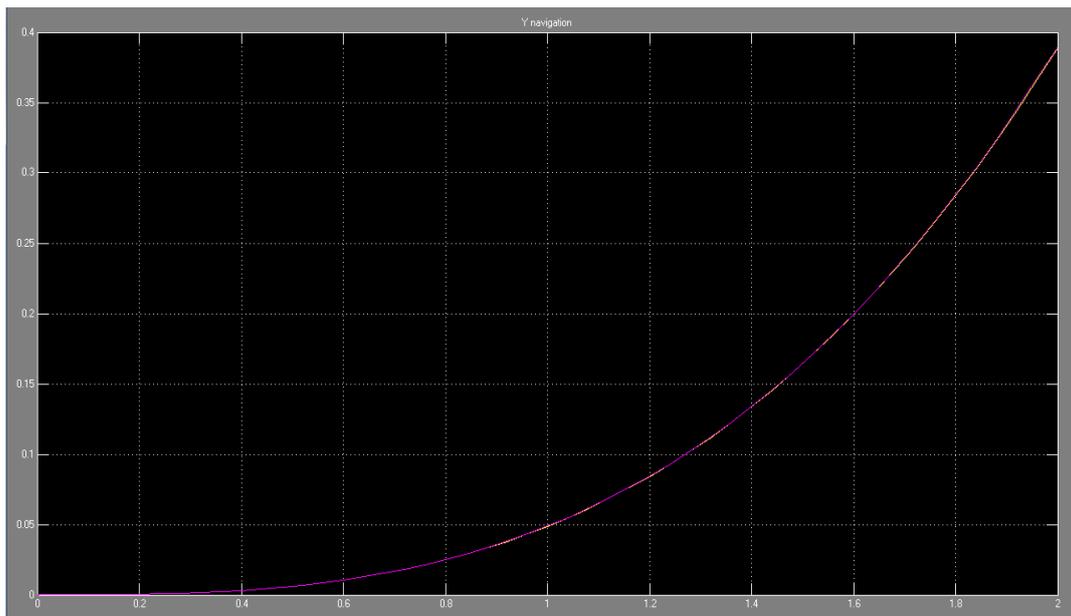
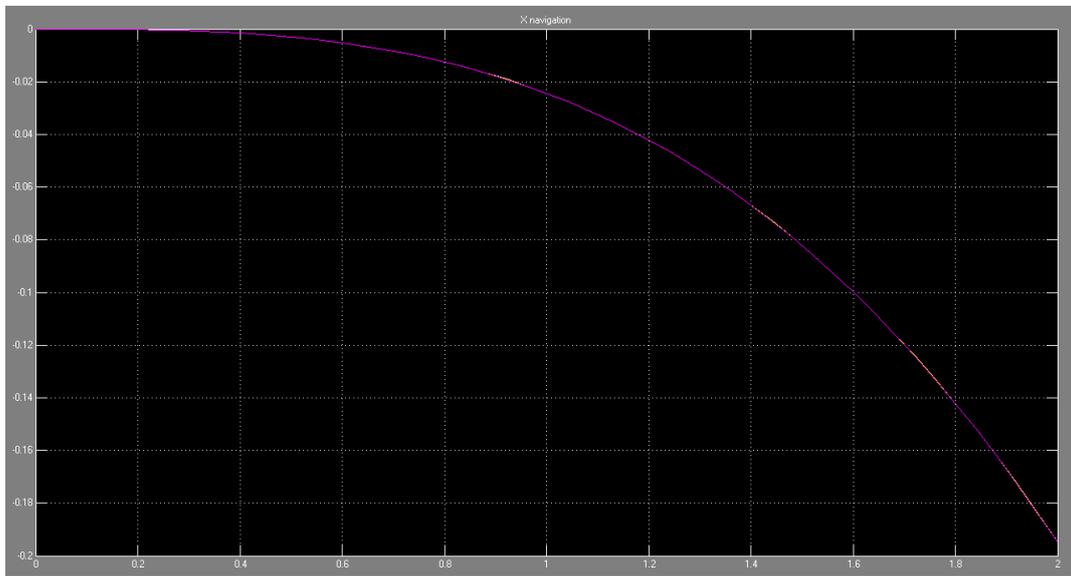
$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.1492 & -0.1492 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.1492 & 0.1492 \\ -0.002 & -0.002 & 0.002 & 0.002 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.0075 & -0.0075 & -0.0075 & -0.0075 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

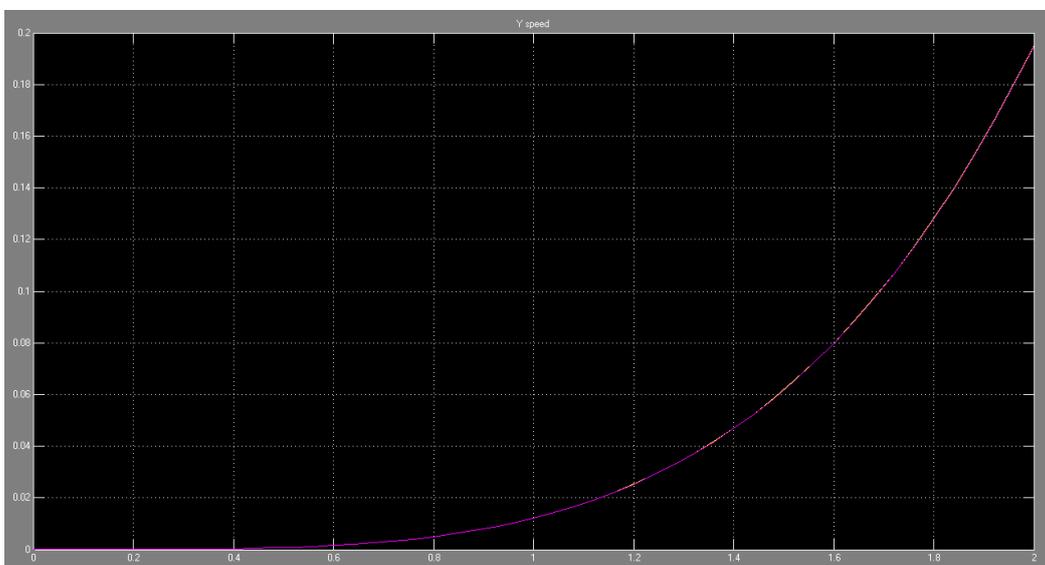
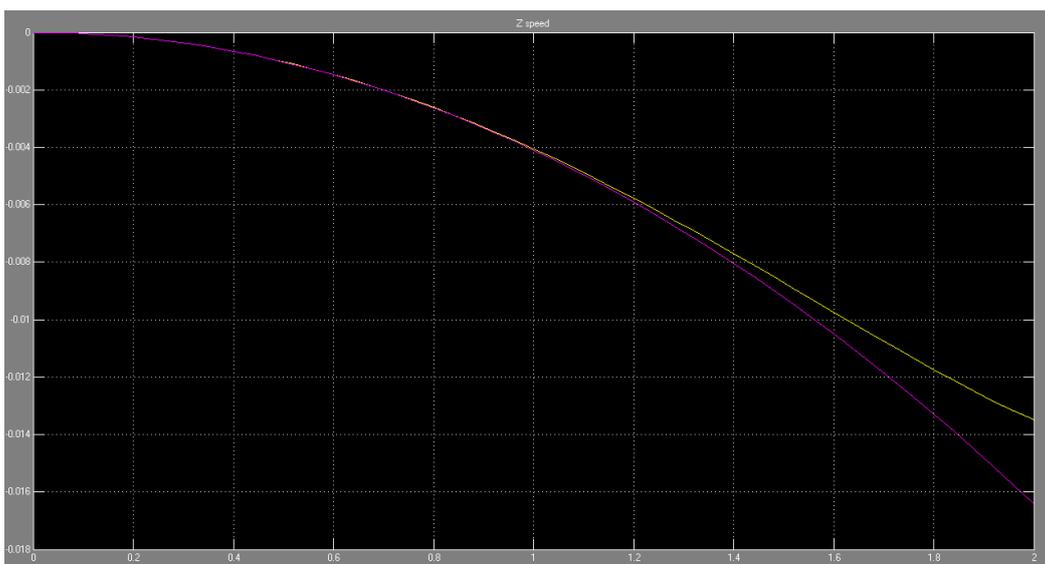
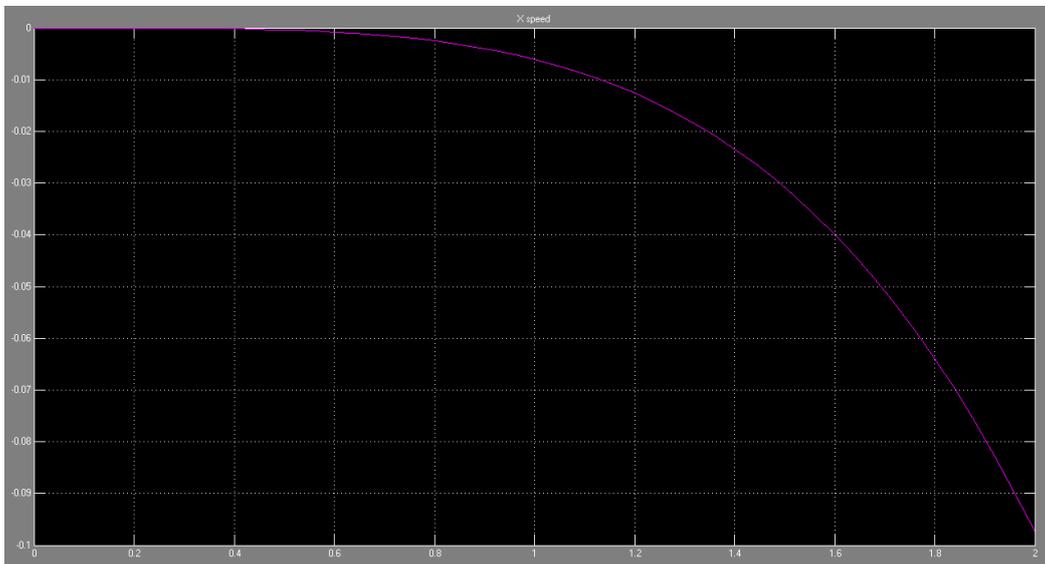
Si riportano nelle figure 3.1 e 3.2 lo schema Simulink e i risultati delle simulazioni per quanto riguarda il confronto tra il modello reale e quello linearizzato:











CAPITOLO 4

Tecniche di controllo

Nel seguente capitolo verranno presentate le logiche di controllo utilizzate, e nella fattispecie l'approccio LQR e l'approccio "pole-placement" tramite LMI, supponendo misurabili singolarmente tutte le variabili di stato. Nel caso in esame, essendo interessati solo all'assetto del velivolo, le tecniche sono state applicate ad una versione "ridotta" del sistema. Sono state quindi prese in considerazione soltanto le prime sei variabili di stato del modello, ovvero gli angoli di Eulero (orientamento nello spazio rispetto alla terna terra) e le componenti del vettore velocità angolare, trascurando le altre sei variabili di stato, che descrivono il moto lineare del velivolo.

4.1 - Controllo LQR

Nell'ambito dei sistemi dinamici, l'utilizzo di un regolatore LQR permette, attraverso una retroazione di stato del tipo $u = -Kx$, di portare lo stato di un sistema lineare allo stato nullo (da cui la denominazione "regolatore"), minimizzando il funzionale di costo quadratico definito da:

$$\int_t^T (x^T(\tau) Q x(\tau) + u^T(\tau) R u(\tau)) d\tau + x^T(T) M x(T) \quad \text{con } Q \geq 0, M \geq 0, R > 0$$

In questa formulazione la matrice Q pesa lo scostamento dello stato rispetto allo stato 0, la matrice R pesa l'azione del controllo e la matrice M pesa la condizione terminale sullo stato.

Questo tipo di problema ricade nei ben noti problemi di ottimizzazione vincolati, risolvibili attraverso la nota equazione di Hamilton-Jacobi. Nel caso in esame l'equazione di H-J è formulata come segue:

$$-\frac{\partial V^*(x, t)}{\partial t} = \min_u [x^T Q x + u^T R u + \text{grad}_x(V^*(x, t))(Ax + Bu)]$$
$$\text{con } V^*(x, t) = m(x) \quad \forall x$$

È possibile dimostrare che la "u" candidata a minimizzare il funzionale di costo è del tipo:

$$u^* = -\frac{1}{2} R^{-1} B^T \text{grad}_x(V^*)$$

L'analisi dell'Hessiano, che è uguale a $2R > 0$, dimostra che la u candidata è proprio la u ottima.

Si può dimostrare (in questa sede non sarà fatto) che $V^*(x, t) = x^T P x$, dove P è la soluzione ($P > 0$) dell'equazione di Riccati:

$$A^T P + P A + Q + P B R^{-1} B^T P = -\dot{P} \quad \text{con } P(T) = M$$

A questo punto la soluzione ottima può essere riscritta come

$$u^* = -R^{-1}B^T P x(t)$$

il cui valore ottimo è dato da $V^* = x^T(t_0)P^*(t_0)x(t_0)$.

L'estensione del precedente teorema all'orizzonte infinito, sotto opportune ipotesi, comporta che la soluzione dell'equazione di Riccati tenda ad un valore costante P^* . Si è giunti quindi ad un risultato molto importante, il quale consente di affermare che, nelle ipotesi di stazionarietà del sistema, la u ottima del problema è data da una retroazione di stato a guadagno costante, permettendo un'implementazione *online* della legge di controllo.

Riassumendo quanto esposto fino ad ora, è possibile formulare il cosiddetto "teorema del controllo ottimo LQ su orizzonte infinito":

Dato un problema LQR su orizzonte infinito e fattorizzata la matrice $Q = E^T E$, nell'ipotesi che la coppia (A, B) sia controllabile e che la coppia (A, E) sia osservabile, si ha che:

- Esiste un'unica soluzione P definita positiva dell'equazione algebrica di Riccati
- Il sistema a ciclo chiuso $\dot{x} = (A + BK)x$ è asintoticamente stabile, con $K = -R^{-1}B^T P$
- L'indice di costo ottimo sarà dato da $V^* = x^T(0)P x(0)$

Per il controllo del quadricottero è stato scelto un controllo di tipo LQR su orizzonte infinito utilizzando la variante "cheap control", le cui matrici di peso sono state scelte del tipo:

$$Q = \begin{bmatrix} 200 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 200 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 200 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 150 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 150 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 150 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Dal momento che Q in questo caso è una matrice **definita positiva**, è stata scelta una fattorizzazione del tipo $E = \sqrt{Q}$.

È stato quindi verificato che le matrici:

$$C = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^5B]$$

e

$$O = [E^T \quad A^T E^T \quad A^{T^2} E^T \quad \dots \quad A^{T^5} E^T]$$

abbiano pieno rango, così da garantire le ipotesi per l'applicazione del teorema sul controllo ottimo LQ su orizzonte infinito enunciato in precedenza.

L'LQR "cheap control" è una tipologia di regolatore che permette di assegnare un peso piuttosto modesto, attraverso una quantità ρ sufficientemente piccola, pari a 0,0001, alle variabili di controllo. Questo sta a significare che il valore di u per il sistema in esame può assumere valori elevati, avendo a disposizione motori di piccola potenza e a bassi consumi. La funzione obiettivo è stata modificata nel modo seguente:

$$\min_u \left[\int_0^{+\infty} (x^T Q x + \rho u^T R u) d\tau \right]$$

La realizzazione effettiva del controllo è stata effettuata tramite la funzione "lqr" messa a disposizione dal MATLAB. Il risultato è stato richiamato dal modello Simulink, ipotizzando che tutti gli stati fossero misurabili.

4.2 - Controllo Pole placement

Un controllo pole placement consiste nell'assegnare i poli del sistema a ciclo chiuso, tramite retroazione di stato, ad una specifica regione del piano complesso. Per i sistemi MIMO è necessario introdurre una classe di problemi detti "problemi di ottimizzazione convessa", e più nello specifico la classe dei problemi detti "Linear Matrix Inequalities (LMI)".

Infatti, definita una regione LMI nel piano complesso:

$$D := \{z \in \mathbb{C} : \Lambda + z\Theta + z^*\Theta^T < 0\}$$

i poli del sistema a ciclo chiuso avente matrice dinamica $(A + BK)$ appartengono a tale regione se esiste una $P > 0$ tale che:

$$\text{kron}(\Lambda, P) + \text{kron}((A + BK)P, \Theta) + \text{kron}(\Theta^T, P(A + BK)^T) < 0$$

dove $\text{kron}()$ rappresenta il "prodotto di Kronecker tra matrici".

La relazione appena scritta non è ancora risolvibile dal momento che, essendoci il prodotto KP , è una disequazione matriciale non lineare. Si effettua quindi il cambio di variabile $KP = L$ e si risolve la LMI. Se esiste una soluzione ammissibile, allora $K = LP^{-1}$.

In particolare si è interessati, per il sistema Quadricottero, a posizionare i poli nel semipiano a parte reale negativa a sinistra di un dato parametro α , scelto in questo caso uguale a 5 per poter estinguere i transitori del sistema entro un secondo, ed all'interno di un cono, centrato nell'origine e avente apertura di 90°, al fine di garantire un coefficiente di smorzamento pari a 0.7, per attenuare il più possibile le sovraelongazioni.

Analiticamente è possibile definire queste regioni con le seguenti LMI:

$$z + z^* + 2\alpha < 0 \text{ per il semipiano a sinistra della retta verticale di ascissa } \alpha$$

$$\begin{bmatrix} \sin(\vartheta)(z + z^*) & \cos(\vartheta)(z - z^*) \\ \cos(\vartheta)(z^* - z) & \sin(\vartheta)(z + z^*) \end{bmatrix} < 0 \text{ per il cono con vertice nell'origine ed angolo interno pari a } 2\vartheta$$

che possono essere unite in un'unica LMI costruendo una matrice diagonale a blocchi avente le equazioni delle regioni sulla diagonale. È stato quindi possibile definire le matrici Λ e Θ del problema:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

La risoluzione del problema è stata effettuata in ambiente MATLAB, con l'utilizzo di un toolbox open-source denominato YALMIP, deputato alla soluzione di problemi di questo tipo. Il risultato è stato richiamato dal modello Simulink, ipotizzando che tutti gli stati siano misurabili.

CAPITOLO 5

Osservatore di Luenberger

Tutti i risultati cui si è pervenuti sino ad ora erano basati sull'importante presupposto di poter misurare e portare in retroazione singolarmente tutti gli stati del sistema. A causa della modesta precisione dei sensori a disposizione, nonché della scelta dei sistemi di riferimento adottati per la formulazione del modello, ciò non è possibile per il sistema in esame. A tal proposito è stato quindi necessario effettuare una stima dello stato del sistema attraverso una classe di strumenti messi a disposizione dalla teoria del controllo: gli osservatori.

Tali strumenti consistono essenzialmente in sistemi dinamici in grado di restituire come risultato, date le uscite e gli ingressi dell'impianto e note che siano le matrici A, B e C , uno stato stimato dell'impianto stesso. Tale stima è da notare che avrà comunque uno scostamento diverso da zero dallo stato reale, la qual cosa è dovuta al fatto che non sono note le condizioni iniziali del sistema.

In questo paragrafo verrà illustrata la struttura di un osservatore di Luenberger, e verrà studiato il suo impatto sul sistema a livello prestazionale.

Dato quindi un sistema LTI, un osservatore di Luenberger assume una struttura del tipo:

$$\dot{\xi} = A\xi + Bu + L(y - C\xi) \quad \text{con} \quad \xi(0) = \xi_0$$

Si può notare che tale osservatore è nient'altro che una replica dell'impianto, con in aggiunta una L che pesa l'errore di stima dello stato. Ponendo $x - \xi = e$ si può ricavare:

$$\dot{e} = (A - LC)e$$

È facile quindi intuire che, nel caso in cui la matrice $(A - LC)$ risulti asintoticamente stabile, l'errore tenderebbe asintoticamente a zero.

A questo punto è però importante soffermarsi un attimo sulle caratteristiche della suddetta matrice dal momento che, solitamente, è richiesto anche un certo grado di prestazioni da parte dell'osservatore, il quale deve contenere dinamiche parecchio più rapide rispetto a quelle del sistema, così da fornire una stima dello stato nel minor tempo possibile.

Detto questo, il problema si riconduce ad un caso analogo al controllo "pole placement". Difatti è sufficiente far sì che i poli della matrice $(A - LC)$ appartengano ad una data regione del piano complesso, ed in particolare siano sufficientemente distanti dai poli del sistema. Ciò, come visto in precedenza, può essere realizzato attraverso la soluzione di un problema di tipo LMI, il cui risultato sarà proprio la matrice L dell'osservatore.

La disequazione sarà:

$$(A - LC)^T Q + Q(A - LC) + 2\alpha Q < 0 \quad \text{con} \quad Q > 0$$

da cui

$$A^T Q + QA - VC - C^T V^T + 2\alpha Q < 0$$

dove si è posto $V = QL$.

Se il problema ammette soluzione, questa sarà data da $L = Q^{-1}V$. Il parametro α è stato scelto tale da posizionare i poli più a sinistra di almeno un ordine di grandezza rispetto ai poli del sistema da controllare.

Si è giunti alla completa caratterizzazione del sistema dinamico dell'osservatore, che può quindi essere inserito nella retroazione d'uscita del modello. Tale sistema, unito anche al regolatore K , sarà caratterizzato in questo modo:

$$\dot{\xi} = (A - BK - LC)\xi + Ly$$

$$u = -K\xi$$

CAPITOLO 6

Simulazioni e prestazioni delle leggi di controllo

Alla luce di tutte le tecniche di controllo illustrate, si è passati all'applicazione delle stesse al modello implementato in ambiente Simulink. Tutte le simulazioni sono state effettuate perturbando l'angolo di *roll* con un disturbo della durata di 0.7 secondi, di tipo trapezoidale con ampiezza massima pari a 0.35 radianti, corrispondenti a circa 20 gradi. Un tipo di disturbo del genere è stato scelto poiché è quello che più si avvicina ad un fenomeno fisico reale, quale un'improvvisa folata di vento.

Di seguito saranno descritte singolarmente le implementazioni delle varie tipologie di controllo adottate, facendo anche un immediato confronto tra i risultati ottenuti sul sistema linearizzato e quelli ottenuti sul sistema reale. Si ricorda che alcune di queste tipologie sono basate sull'ipotesi di completa misurabilità delle variabili di stato.

6.1 - Controllo LQR

Come si può vedere in figura 6.1, le variabili di stato uscenti dal blocco "Quadcoottero" vengono prelevate direttamente, per poi essere combinate linearmente con la matrice K, calcolata all'interno del file contenente i parametri del modello e modificato ad hoc per questo tipo di controllo. Il prodotto $K \cdot x$ viene poi sommato agli ingressi nominali del sistema e il risultato, attraverso un saturatore, giunge nuovamente in ingresso al sistema.

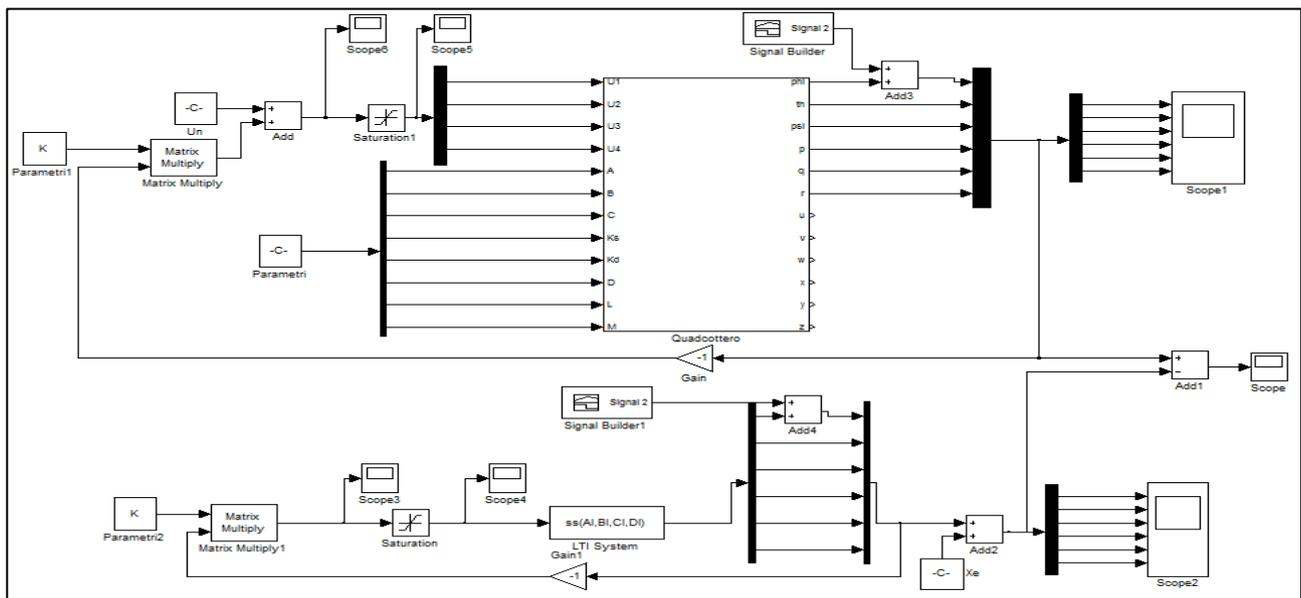


Figura 6.1

Valutando i risultati ottenuti da questa simulazione attraverso i grafici di seguito, si può notare che l'unica variabile di stato sensibilmente perturbata è proprio quella su cui è applicato il disturbo. Il transitorio rispetto a tale variabile presenta una sottoelongazione del 30% circa immediatamente

successiva al termine del disturbo. Come era lecito aspettarsi, date le basse inerzie della struttura, i tempi di stabilizzazione sono molto rapidi, essendo compresi tra uno e due secondi. L'azione controllo, per la natura stessa del controllo LQR, genera una sollecitazione degli attuatori piuttosto moderata, essendo lo scostamento dal valore nominale all'incirca di 10 radianti al secondo, e di breve durata.

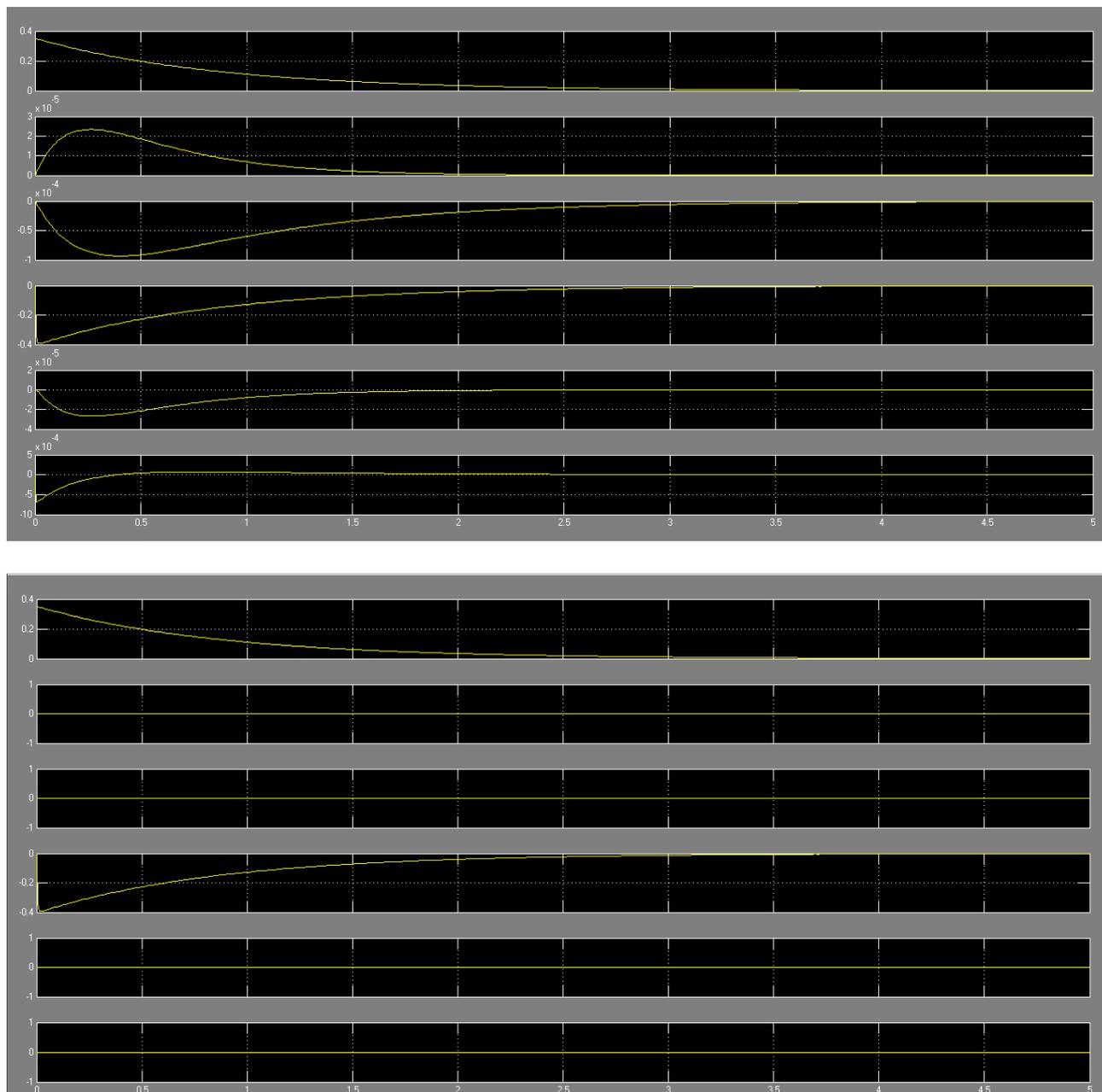


Figura 6.2 – Simulazione con regolatore LQR nel caso di un sistema reale (1) e nel caso di un sistema linearizzato (2)

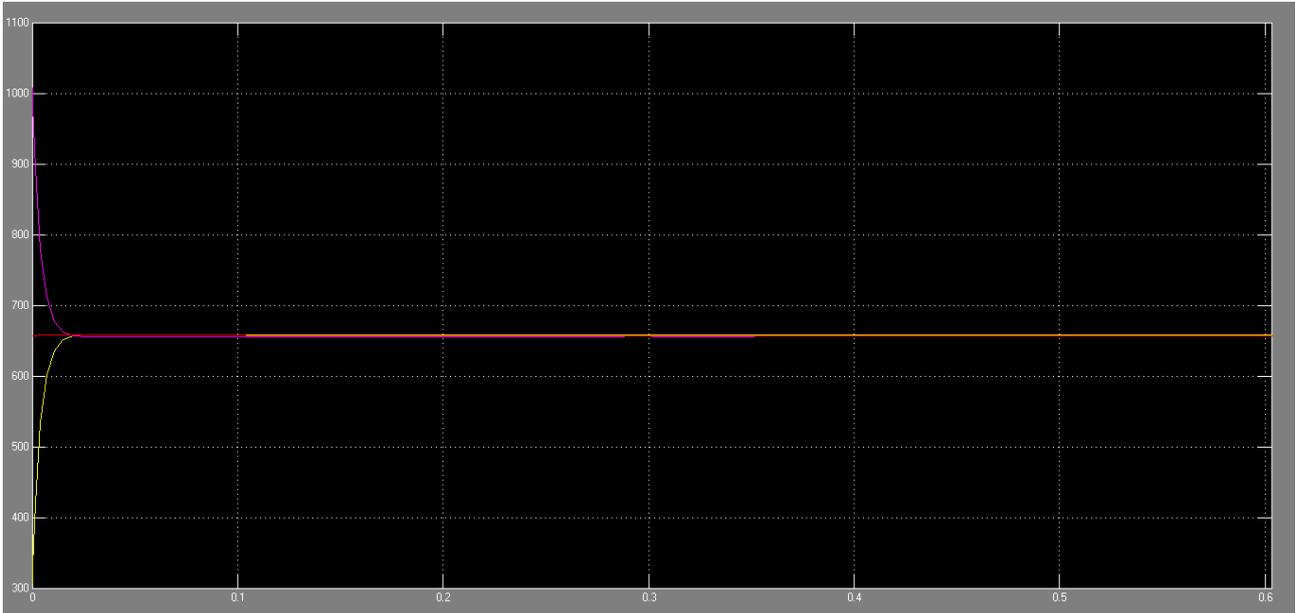


Figura 6.2.1 – Azione di controllo

6.2 - Controllo “pole-placement” attraverso LMI

Per il controllo “pole-placement” la struttura dello schema Simulink è praticamente identico al caso precedente, come si evince dalla in figura 6.3.

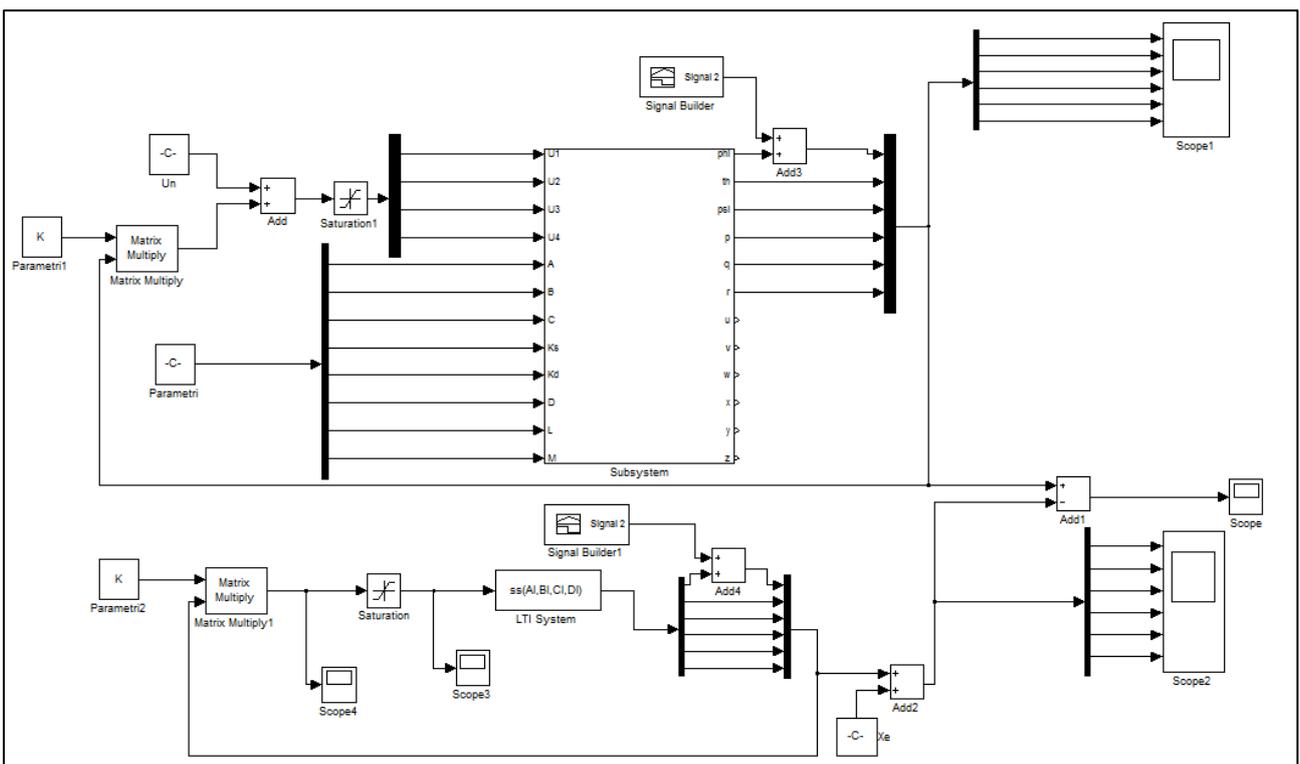


Figura 3.6 – Schema simulink controllo Pole Placement

Osservando i grafici riportati di seguito, si può notare come in questo caso il controllo sia più deciso a scapito della variabile di controllo, la quale comporta maggiori sollecitazioni agli attuatori. Vi è una sottoelongazione lievemente maggiore rispetto al caso precedente, ma in questo caso il tempo impiegato a recuperare la posizione di equilibrio è inferiore ad un secondo, così come imposto dai vincoli di progetto sul posizionamento dei poli.

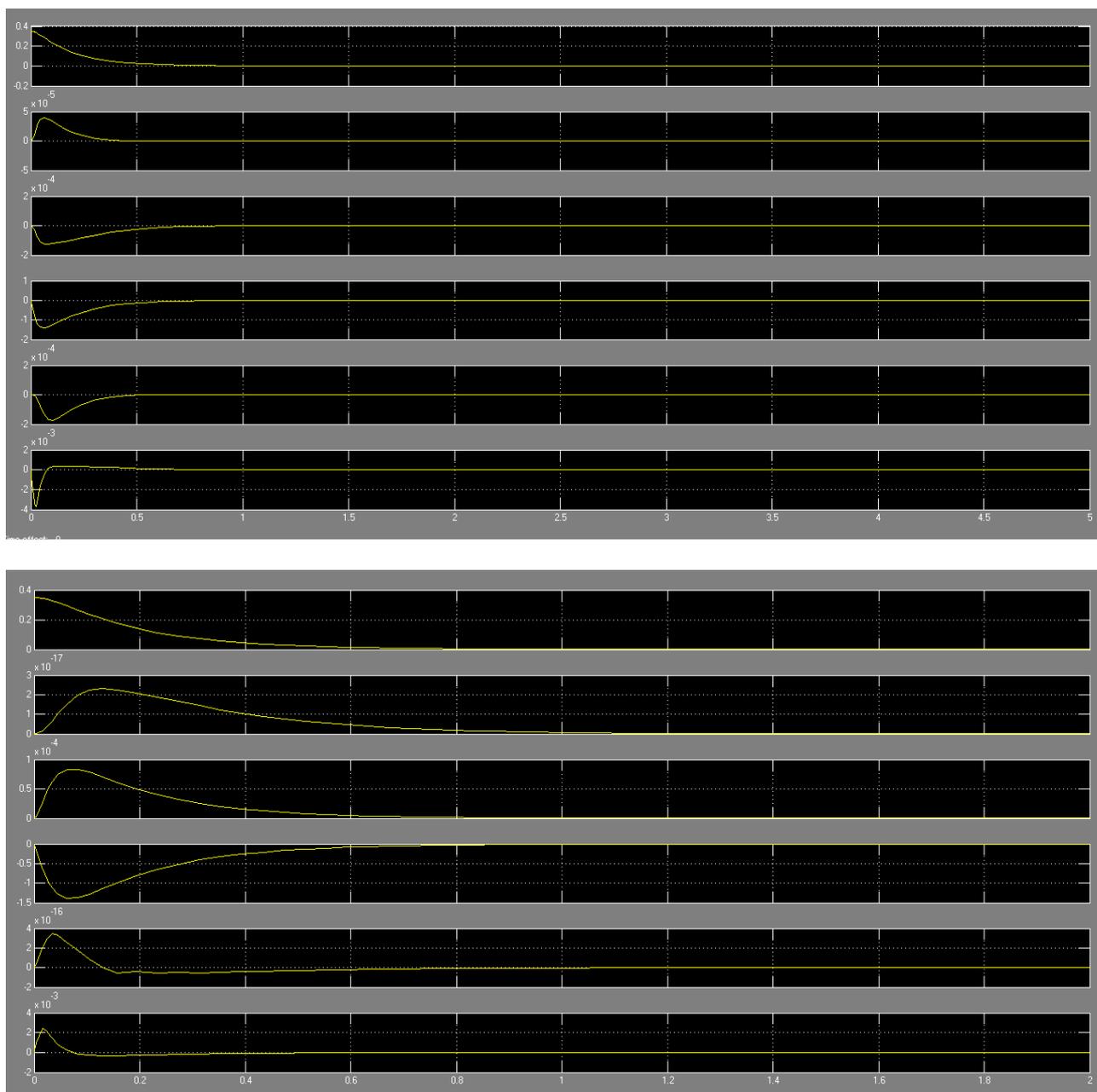


Figura 6.4 – Simulazione della regolazione di tipo “pole – placement” nel caso di un sistema reale (1) e di un sistema linearizzato (2)

6.3 - Controllo LQR con osservatore di Luenberger

L'implementazione di questo tipo di controllo prevede, sul canale di retroazione di uscita, l'inserimento di un blocco che implementa un sistema LTI, all'interno del quale è inserita l'espressione dell'osservatore di Luenberger (vedi figura 6.5).

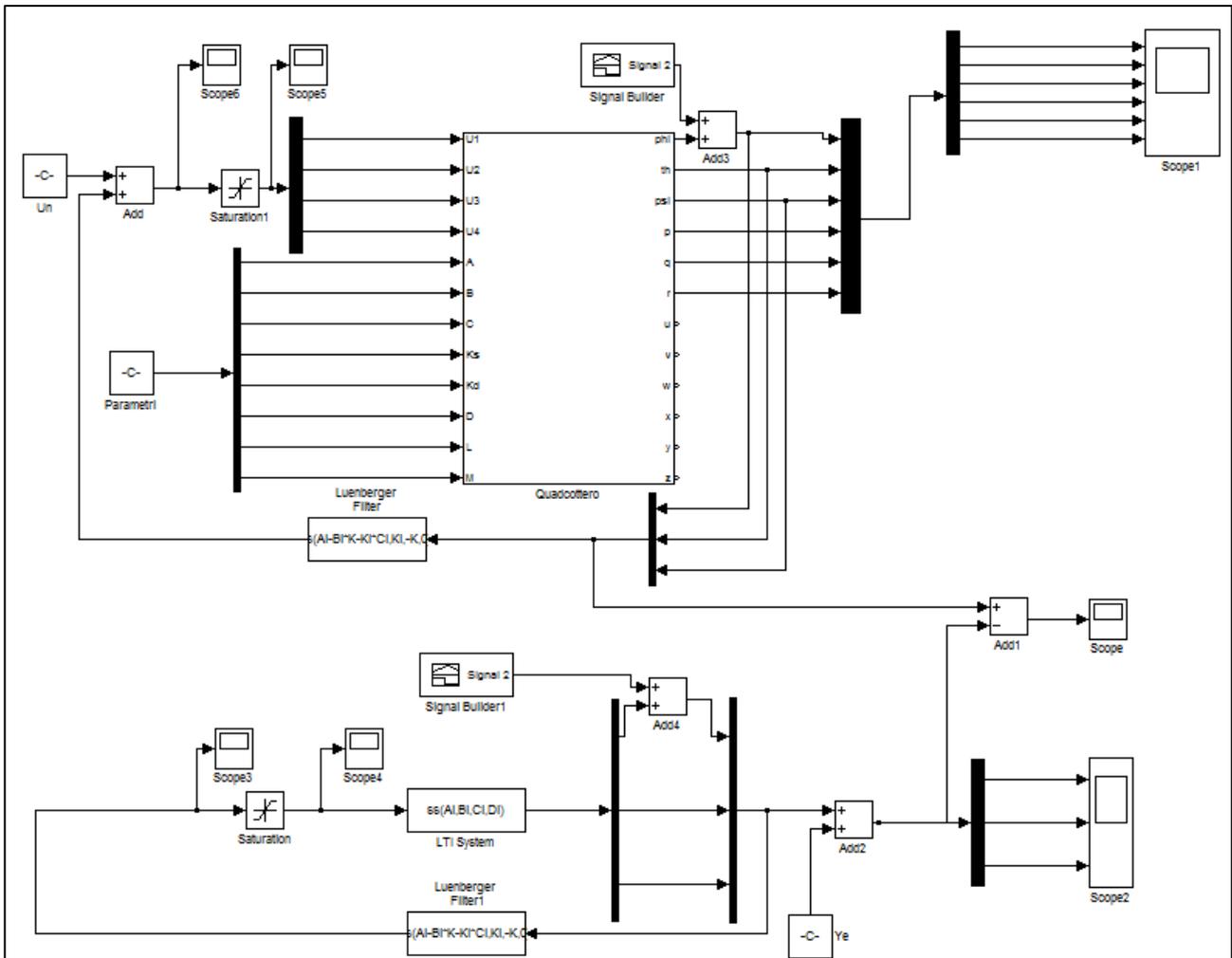


Figura 6.5

In questo caso la matrice K del controllore viene integrata all'interno dell'osservatore, che quindi ha come uscita direttamente la variabile di controllo da sommare agli ingressi nominali (ciò è dovuto all'impossibilità di misurare direttamente le velocità dei motori). Andando a valutare i grafici, riportati di seguito, si può facilmente notare come il controllo sia estremamente deciso, riuscendo ad attenuare in maniera sensibile l'ampiezza del disturbo applicato; i tempi di stabilizzazione in questo caso sono molto rapidi (inferiori ad un secondo).

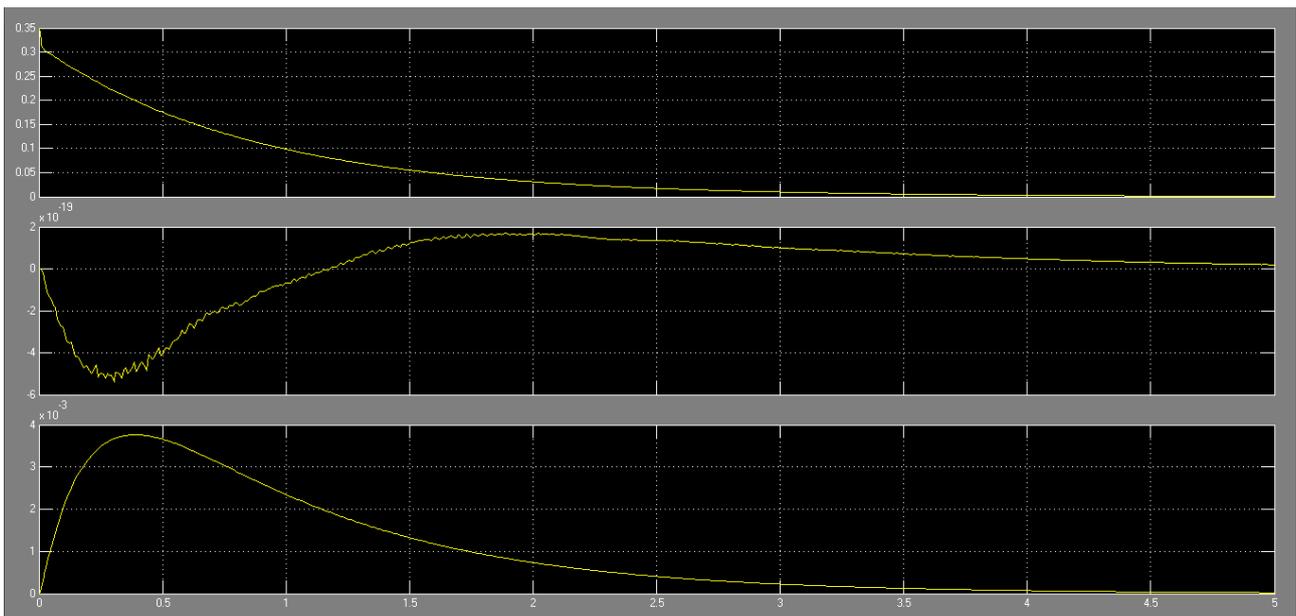
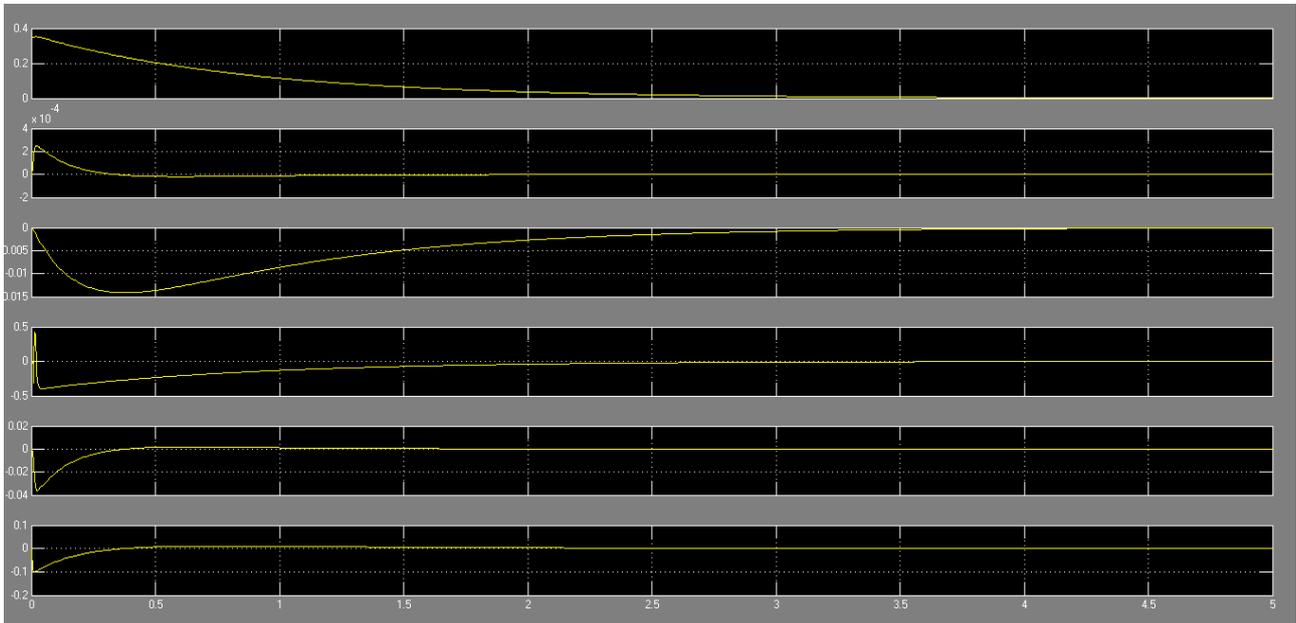


Figura 6.6 – Simulazione della regolazione di tipo LQR con osservatore nel caso di un sistema reale (1) e di un sistema linearizzato (2)

Per completare l'analisi del sistema di controllo viene riportato lo schema di confronto tra il caso "full-state information" e il caso con osservatore. Osservando il grafico si nota la bontà della stima dello stato effettuata, essendo garantita una risposta molto prossima a quella nel caso di stato completamente misurabile.

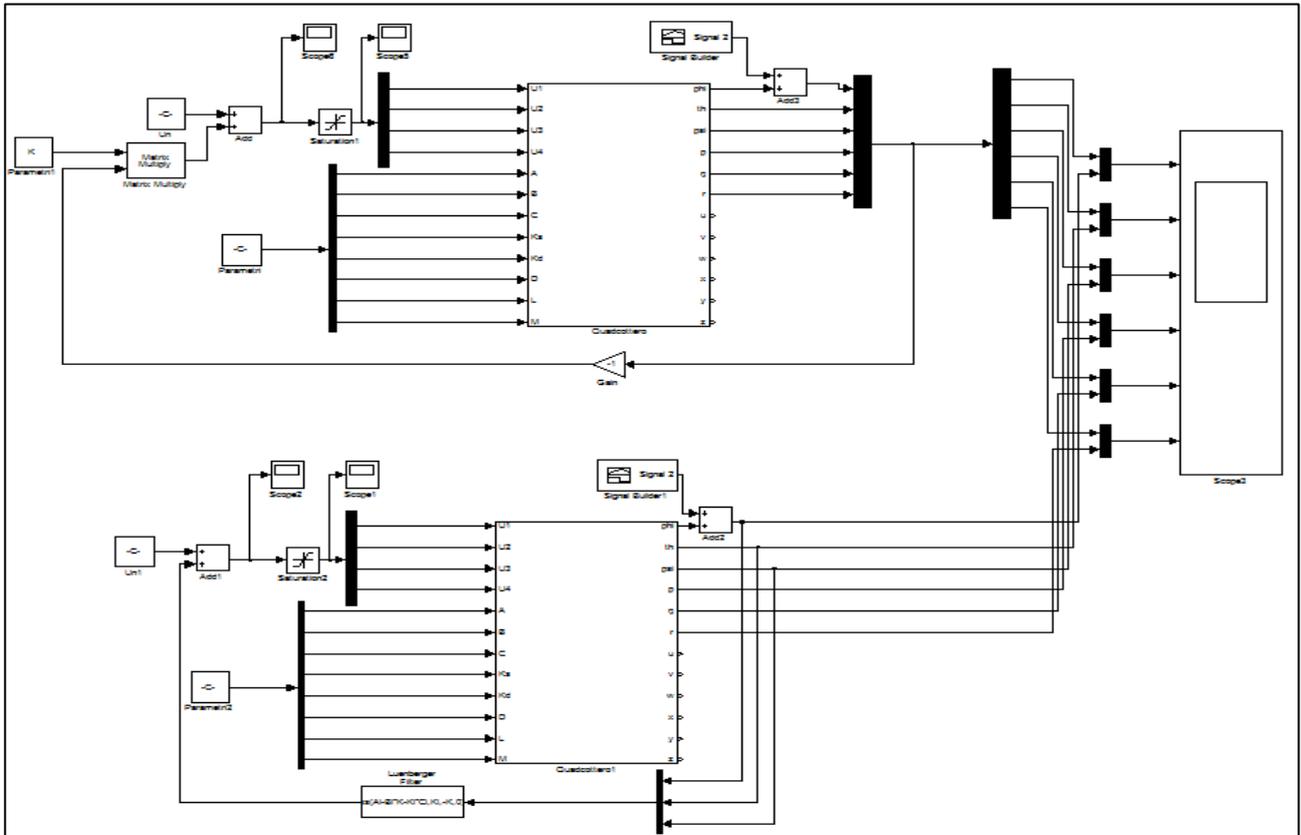


Figura 6.7 – Schema di confronto tra caso “full – state information” e caso con osservatore

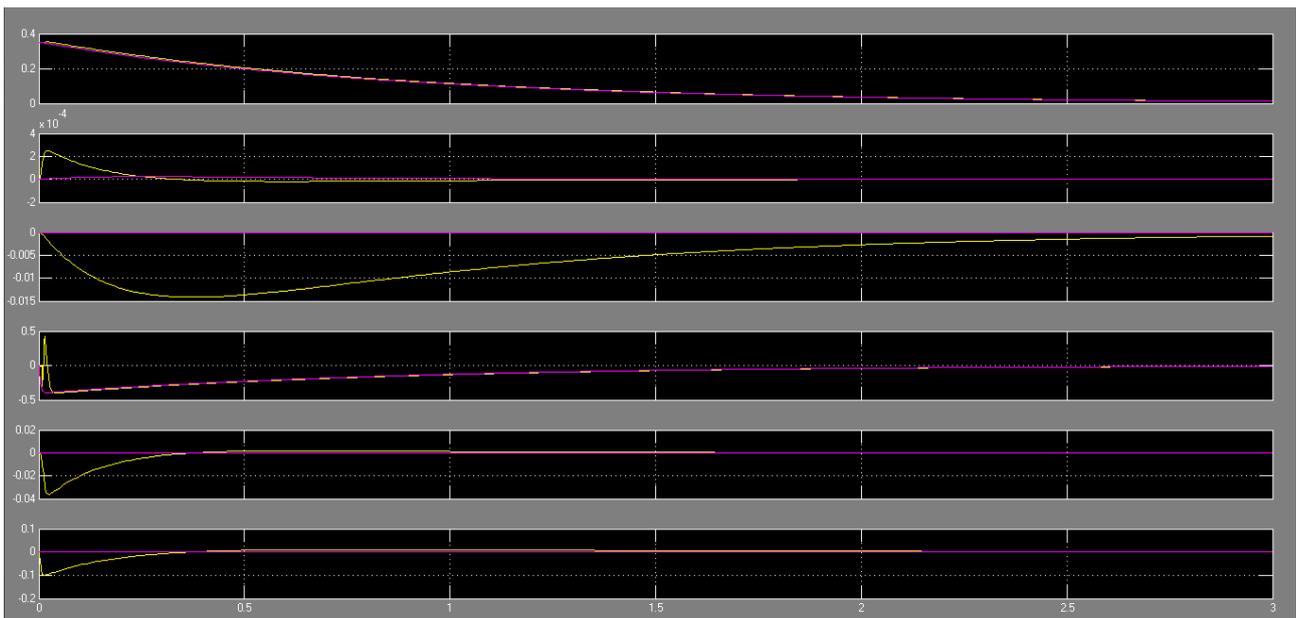


Figura 6.8 – Confronto tra caso “full – state information” e caso con osservatore

6.4 - Controllo “pole-placement” con osservatore di Luenberger

Come si evince dalla figura 6.9, questo caso è trattato allo stesso modo del precedente, in quanto l’osservatore esegue il calcolo della variabile di controllo al suo interno, restituendo in uscita direttamente la quantità da sommare agli ingressi nominali al fine di stabilizzare l’assetto del velivolo.

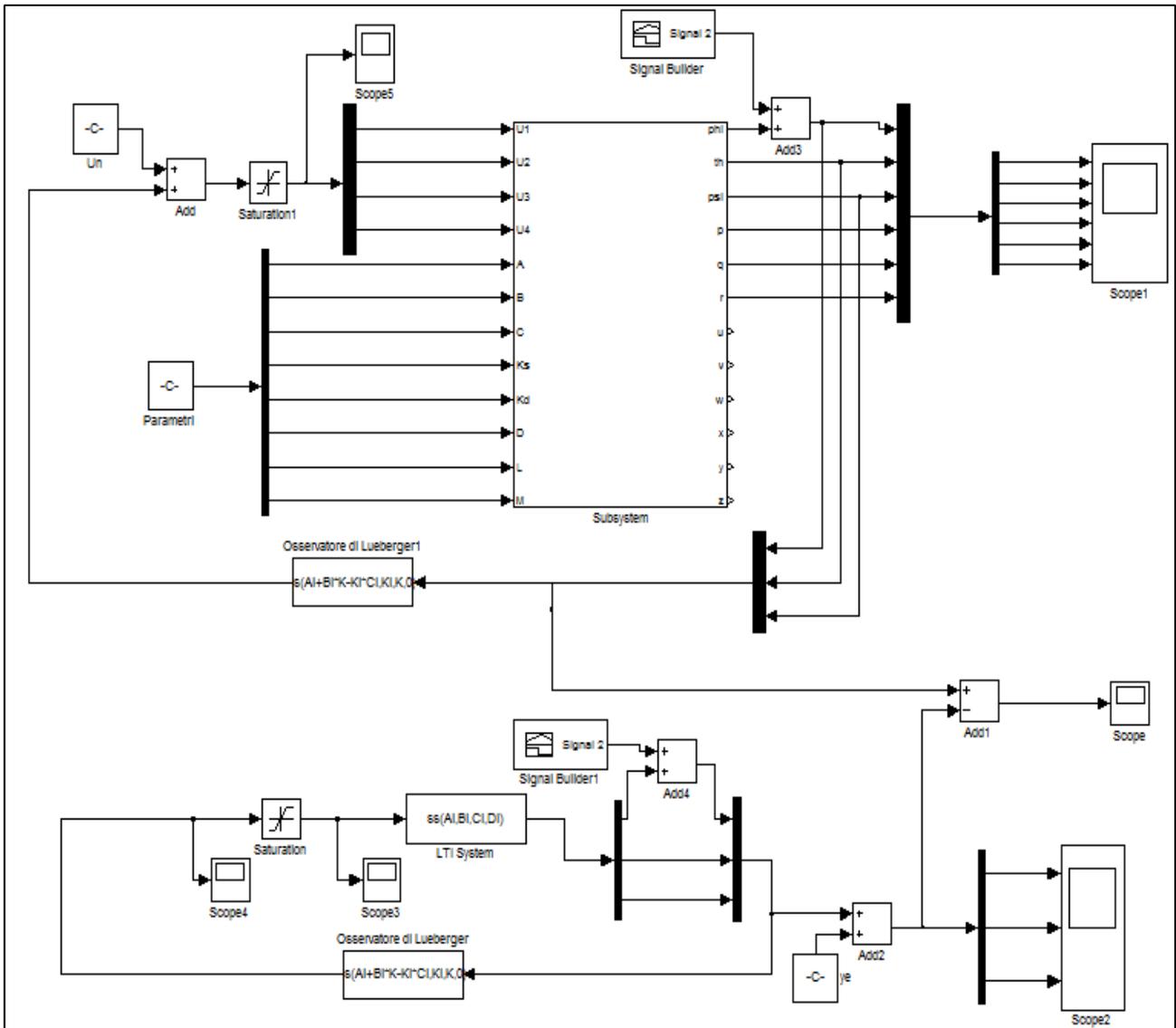


Figura 6.9

In modo analogo al caso precedente, l’azione di controllo garantisce un transitorio molto rapido ed un’estrema attenuazione dell’entità del disturbo, al pari del caso “full-state information”, come si può vedere dal grafico del confronto.

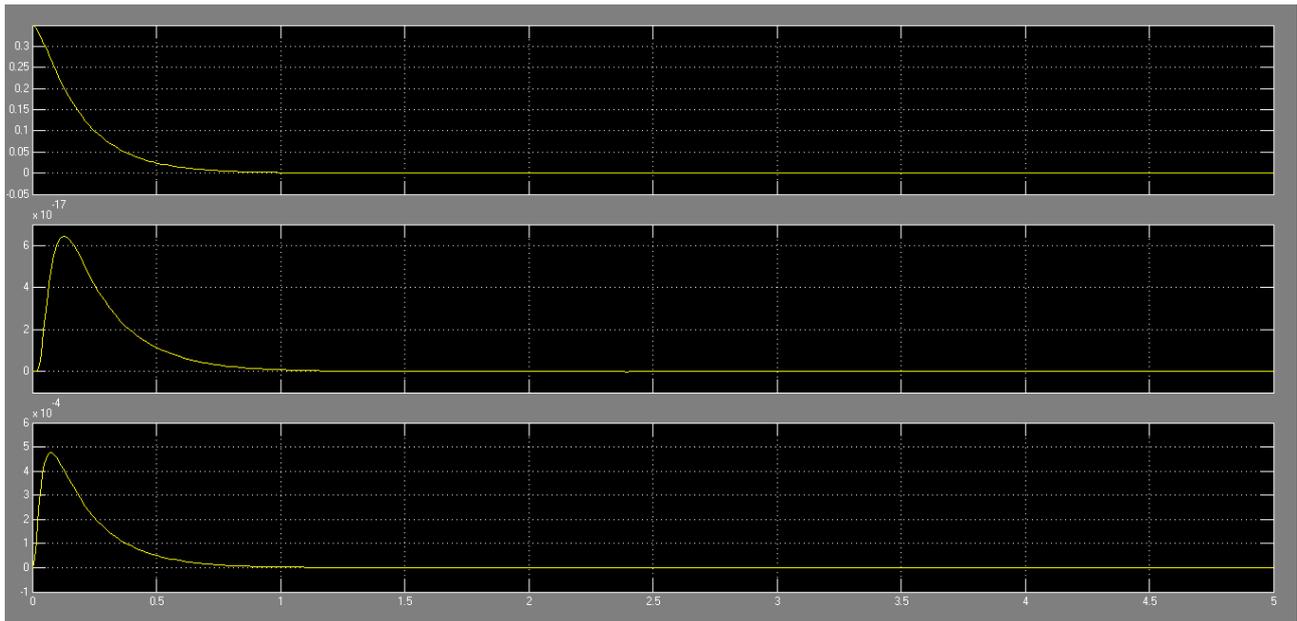
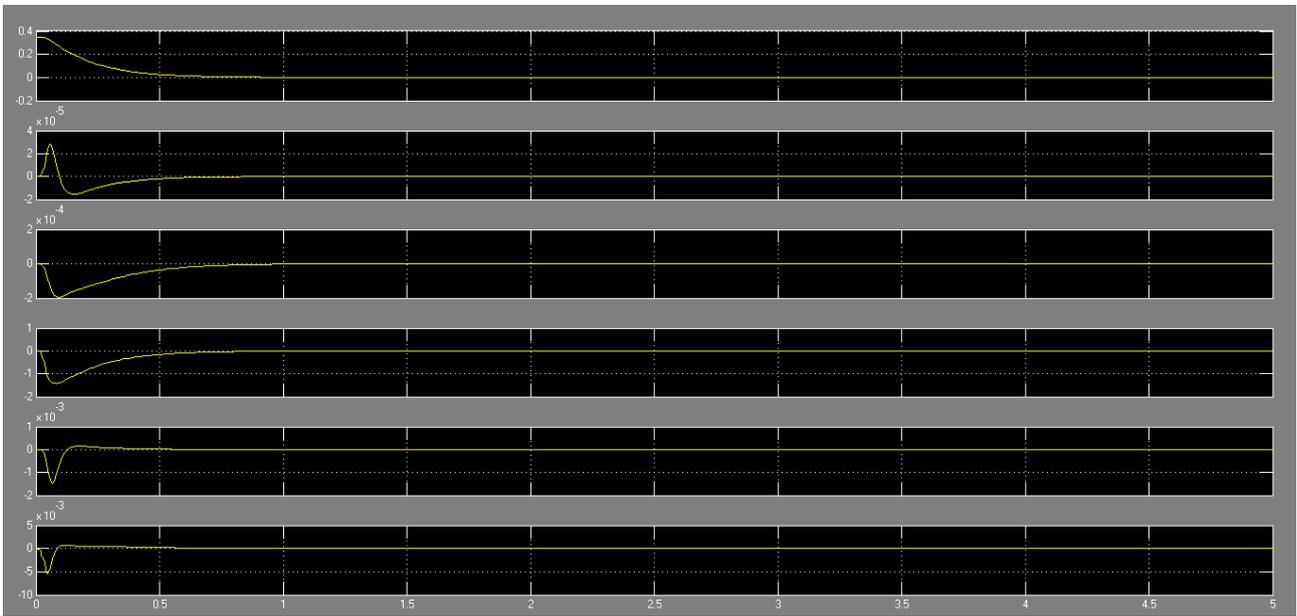


Figura 6.11 – Confronto tra il caso “pole – placement” con osservatore nel caso reale (1) e nel caso linearizzato (2)

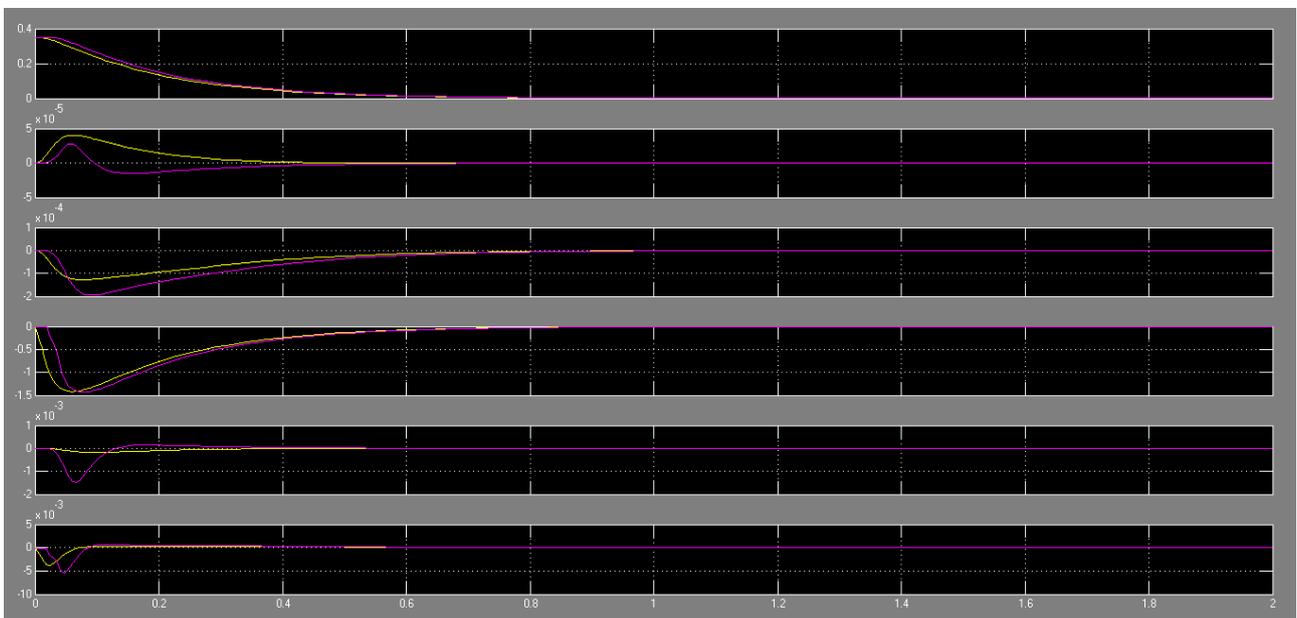


Figura 6.12 – Confronto tra il caso “pole – placement full – state information” e il caso “pole – placement con osservatore

CAPITOLO 7

Realizzazione sistema di controllo

Nel seguente capitolo verrà fatta una breve presentazione di tutte le componenti software e hardware utilizzate per la realizzazione fisica del dispositivo, a partire dalla scelta del velivolo fino ad arrivare alla logica di implementazione del codice di controllo.

7.1 - Algoritmo di Madgwick

Come più volte ricordato, alla base del progetto presentato in questo lavoro vi è la necessità di misurare gli stati del sistema, ed in particolare velocità angolare e orientamento.

Per la misura della velocità angolare esistono in commercio numerosissimi sensori atti a questo tipo di compito, tra cui i giroscopi. Questi tipi di sensori, soprattutto quelli di natura elettronica, purtroppo sono facilmente soggetti a rumore, quindi è comune utilizzarli unitamente ad una serie di filtri atti proprio alla riduzione del rumore di misura. In molte applicazioni, a causa della loro eccessiva rumorosità, vengono addirittura sostituiti con degli osservatori tra cui i noti osservatori di Kalman e simili.

Per la misura dell'orientamento di un corpo esistono varie tecniche più o meno efficaci, ma principalmente esse si basano tutte su una misura indiretta degli angoli di Eulero.

Il metodo più semplice per la determinazione dell'assetto di un corpo può essere l'utilizzo di un sensore giroscopico, a tre assi, solidale al corpo stesso. Infatti, attraverso un'operazione di integrazione numerica, dalle informazioni di velocità generate dal sensore è possibile ricavare indirettamente lo spostamento angolare del velivolo. Questo tipo di tecnica, per quanto semplice da realizzare, è poco utilizzata a causa dell'eccessivo errore di misura generato dall'approssimazione di integrazione numerica, che, nel lungo periodo, tende a divergere rendendo completamente inattendibili le misure stesse.

Un'altra semplice tecnica per la determinazione dell'assetto del velivolo si basa sull'utilizzo di un accelerometro triassico. Infatti, tenendo conto che un corpo fermo, o in moto rettilineo uniforme, è soggetto alla sola accelerazione gravitazionale, diretta sempre lungo la verticale, si misurano le accelerazioni lungo gli assi e, attraverso considerazioni trigonometriche, è possibile determinare l'assetto del velivolo. Tale tecnica, come è facile intuire, purtroppo è utilizzabile solo in situazioni statiche e non in volo dinamico, in cui oltre alla componente gravitazionale si aggiungono componenti inerziali, che ne alterano sensibilmente i risultati.

Infine si vuol ricordare, come tecnica di misurazione diretta, la possibilità di determinare l'assetto di un corpo attraverso l'utilizzo di livelle elettroniche. L'impegno di questo tipo di sensori però è ristretto a particolari applicazioni industriali, visti gli alti costi e dimensioni dei sensori in esame.

Da quanto detto è chiaro che la misurazione dell'assetto di un corpo è un problema di non facile risoluzione. In letteratura sono state presentate molte tecniche di misurazioni più o meno efficaci per il compito in esame: tra quelle più diffuse vi sono sicuramente l'utilizzo di un filtro di Kalman o di un filtro di Madgwick. Recenti studi hanno dimostrato come il filtro di Kalman, per questo tipo di applicazioni, risulti molto dispendioso da un punto di vista computazionale, e quindi è stato messo leggermente da parte in favore del più semplice filtro di Madgwick, il quale ha aperto nuovi orizzonti nell'utilizzo di sensori di tipo MARG ed IMU in sistemi real-time a bassa potenza o in ambiti che richiedono frequenze di campionamento estremamente elevate.

Il filtro di Madgwick è un algoritmo per il calcolo dell'orientamento, applicabile alle unità IMU. Tali unità consistono in un agglomerato sensoriale contenete giroscopi ed accelerometri triassici uniti a sensori MARG, i quali includono magnetometri triassici. Il filtro in questione si serve sostanzialmente di una tecnica "sensor-fusion" tra le informazioni ottenute dai giroscopi, accelerometri e magnetometri. In particolare l'algoritmo prevede l'utilizzo dei dati prelevati dall'accelerometro e dal magnetometro come elemento correttivo dell'errore di misura della direzione ottenuto dall'integrazione delle misure del giroscopio. Inoltre, l'algoritmo utilizza una rappresentazione di tipo quaternione che risolve i problemi di singolarità di rappresentazione presenti con l'utilizzo degli angoli di Eulero.

Tra i vantaggi di questo filtro troviamo i seguenti:

- Onere computazionale estremamente ridotto
- Efficienza a basse frequenze di campionamento
- 1 o 2 gradi di libertà nella scelta dei parametri

L'efficienza di questo filtro è stata testata empiricamente, utilizzando più sensori di orientamento disponibili in commercio ed effettuando le misurazioni dell'orientamento tramite un sistema ottico. Le prestazioni sono state poi confrontate con quelle ottenute tramite un algoritmo basato sulla teoria di Kalman, risultando addirittura superiori.

L'implementazione del filtro di Madgwick attualmente è presente in quasi tutti i linguaggi di programmazione, tra cui il C. Per questo lavoro l'algoritmo è stato replicato per intero all'interno dell'unità MCU: l'unica differenza è l'aggiunta di un set di istruzioni per il passaggio dalla rappresentazione a quaternione a quella ad angoli di Eulero, per tenere fede al modello dinamico del quadricottero, attraverso le relazioni:

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{2(q_0 q_x + q_y q_z)}{q_0^2 - q_x^2 - q_y^2 + q_z^2}$$

$$\vartheta = \sin^{-1} 2(q_0 q_y - q_x q_z)$$

$$\psi = \tan^{-1} \frac{2(q_0 q_z + q_x q_y)}{q_0^2 + q_x^2 - q_y^2 - q_z^2}$$

Per ulteriori approfondimenti si rimanda a [3].

7.2 - Quadricottero

Per la realizzazione del sistema UAV s'è utilizzato un quadricottero di piccole dimensioni commercializzato dal noto sito americano www.HobbyKing.com, in particolare il modello " X230 mini quadcopter Combo".



Figura 7.1a



Figura 7.1b

Esso è stato scelto sostanzialmente per il basso costo e per la presenza di una serie di ripiani su cui è possibile posizionare la scheda di controllo, la batteria e la sensoristica. Il dispositivo è mostrato nelle figure 7.1a e 7.1b: esso ha la classica configurazione a croce, così come ipotizzato nella formulazione del modello, con bracci di lunghezza 230mm e altezza 110mm. Inoltre la composizione completamente in fibra di vetro ne garantisce un peso decisamente contenuto, che si aggira intorno ai 315g. Da tali caratteristiche è stato possibile ricavare i momenti di inerzia del sistema, sia attraverso l'approssimazione dei componenti in figure geometriche note, sia attraverso prove sperimentali come la prova del pendolo composto, i cui valori sono all'incirca:

$$I_{xx} = I_{yy} = 0.0033 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 ; I_{zz} = 0.0066 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Da notare che essendo il sistema simmetrico lungo l'asse z i momenti di inerzia lungo gli assi x e y sono uguali.

7.3 - Motori

In bundle al quadricottero HobbyKing ha fornito quattro motori Brushless DC CRY6-170 2222/1800KV abbinati a quattro ESC (Elettronico Speed Control) della serie ZTW (figure 7.2a - 7.2b). Purtroppo, non esistendo datasheet ufficiali dei suddetti motori, non è stato possibile realizzare un modello matematico dinamico di quest'ultimi da inglobare nel modello del sistema, ma vista la loro rapidità di risposta sono stati modellati semplicemente come un guadagno.



Figura 7.2a



Figura 7.2b

7.4 - ESC

L' ESC è un dispositivo molto diffuso nell'ambito del modellismo in quanto semplifica di molto la gestione dei servomotori. Infatti un ESC è un complesso sistema elettronico pensato per un controllo di basso livello dei servomotori completamente trasparente all'utilizzatore degli stessi. Il modello utilizzato è mostrato in figura 7.3.



Figura 7.3

Esso è comandato da un segnale PPM (pulse position modulation) in cui è codificata la velocità da fornire ai motori. Il protocollo PPM è il protocollo più diffuso nel campo del modellismo dinamico, ed infatti è ormai implementato in tutte le trasmissioni in commercio e si basa sostanzialmente sul protocollo PWM (pulse width modulation). In particolare un frame PPM è formato da un time slice di circa 20 ms in cui possono essere contenuti, grazie ad una tecnica di TDM (time division multiplexing), più canali informativi. All'interno di ogni canale è contenuto un segnale simil PWM che ha durata massima di 2 ms, quindi ogni frame PPM può contenere circa 8 canali. I segnali

vengono interpretati sostanzialmente come una relazione lineare tra durata dell'impulso alto e velocità da fornire al motore: in particolare un segnale con impulso alto di durata pari a 1,5 ms rappresenta la velocità neutra, cioè motore fermo; un segnale con massima durata alta, cioè 2ms, rappresenta la massima velocità raggiungibile dal motore in un verso; infine un segnale di durata alta di 1 ms rappresenta la massima velocità disponibile dal motore nel verso opposto. Nel caso preso in esame i motori sono caratterizzati da 1800KV ed sono alimentati da una batteria LiPo a 3 celle (11.1 V), quindi la massima velocità fornibile dai motori è data da:

$$\frac{\text{giri}}{\text{min}}_{max} = 11.1 V \cdot 1800 KV = 19.980 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$$

che, convertiti in radianti al secondo, equivalgono a:

$$\omega_{max} = 2091 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

A questo punto è facile calcolare la relazione esistente tra velocità e durata del livello logico alto. Nell'ipotesi di linearità, la retta passante tra i punti (0 ; 1.5) e (2091 ; 2) è descritta dall'equazione:

$$\delta [ms] = 0.00024 * \omega \left[\frac{\text{rad}}{s} \right] + 1.5$$

Tale relazione sarà poi usata per convertire, attraverso un'unica istruzione, l'informazione di velocità prodotta dal generico algoritmo di controllo, nella durata del livello logico alto da inviare all'ESC.

7.5 - MCU-Sensori

L'unità MCU utilizzata in questo progetto è la scheda prodotta dalla ST conosciuta con il nome "STM32F3 Discovery" (figura 7.4).

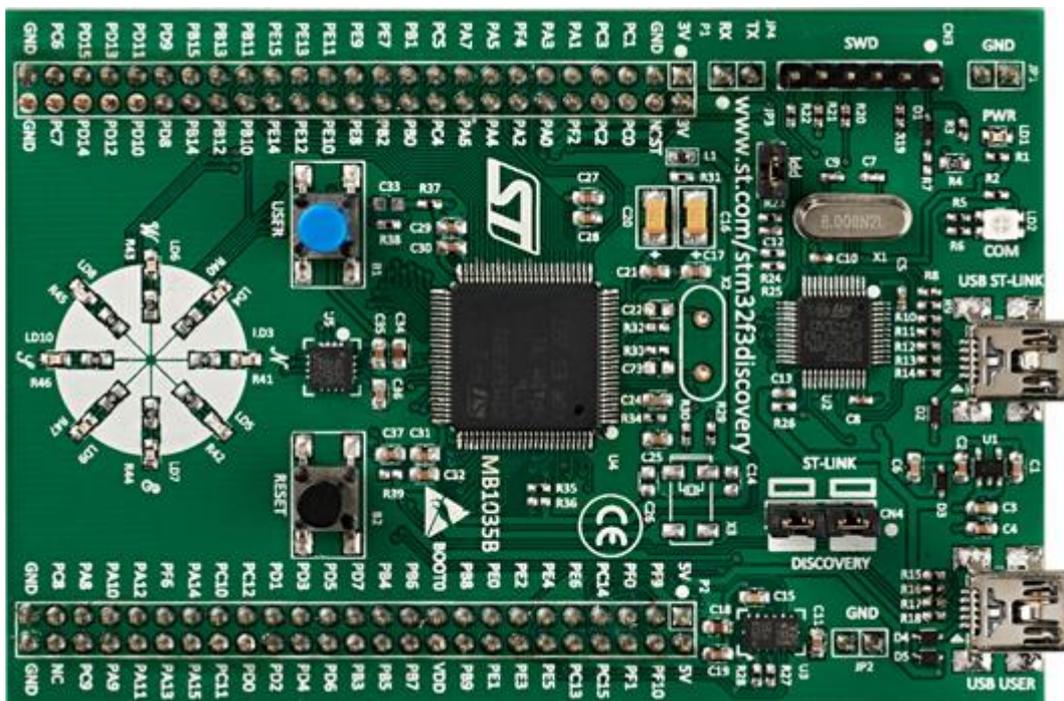


Figura 7.4

La scelta è ricaduta su questo prodotto principalmente per il basso costo, che si aggira intorno ai 15 euro, e per la presenza on-board di un giroscopio digitale MEMs a tre assi (L3GD20), un accelerometro e un magnetometro digitali a tre assi sempre in tecnologia MEMs (LSM303DLHC). La possibilità di avere già integrata sulla scheda la sensoristica necessaria per la misura dello stato del sistema, in particolare il suo orientamento, ha reso molto più agevole la struttura hardware del sistema di controllo, eliminando completamente qualsiasi collegamento tra un modulo sensoristico esterno e la MCU. La scheda, inoltre, è fornita di un processore ARM Cortex-M4 da 32 Mhz associato ad una memoria RAM da 48Kb, che garantisce una buona potenza di calcolo per l'applicazione in esame. Oltre al lato sensoristico, la STM32F3 presenta oltre 20 pin di ingresso/uscita "general purpose" utilizzabili dall'utente. Essi possono essere settati sia in modalità analogica che in modalità digitale, e verranno utilizzati per realizzare i segnali PPM da inviare agli ESC collegati ai servomotori Brushless. Altro aspetto fondamentale, da non trascurare nella scelta della MCU della ST, è la presenza di un set di librerie di medio - alto livello in linguaggio "ANSI C" ed una serie di esempi commentati, che permettono una agevole implementazione dell'algoritmo di controllo senza dover conoscere nel dettaglio la struttura della scheda e senza dover imparare nuovi tipi di linguaggio di programmazione, dovendo utilizzare il ben diffuso "C".

7.6 - Implementazione del codice

Questo paragrafo sarà dedicato alla presentazione della struttura del codice implementato all'interno della MCU.

Il flusso dell'algoritmo di controllo è sostanzialmente molto semplice e, in particolare, si compone di due parti principali in entrambi i casi di controllo trattati.

La prima parte è dedicata all'inizializzazione della scheda di controllo (settaggio dei pin di uscita e dei sensori integrati), all'istanziamento delle variabili locali e globali (parametri nominali del sistema, matrice dei guadagni etc.) ed infine alla inizializzazione degli ESC, attraverso una serie di comandi prestabiliti per l'accensione e per lo sbloccaggio dei freni. La seconda parte, invece, è sostanzialmente un infinito ciclo *while* responsabile dell'esecuzione dell'algoritmo di controllo vero e proprio.

A sua volta il ciclo può essere suddiviso in tre sezioni: la prima sezione si occupa di ricavare il vettore di stato misurato, la seconda parte del calcolo dell'azione di controllo, mentre l'ultima parte gestisce l'azionamento degli attuatori.

Per la realizzazione del vettore di stato l'algoritmo prevede, come prima operazione, la lettura dei dati forniti dai sensori, attraverso un meccanismo di comunicazione di tipo *polling*. Una volta ottenuti i dati grezzi, essi vengono filtrati tramite l'algoritmo di Madgwick, che, come già specificato nei capitoli precedenti, permette di ottenere i valori degli angoli di Eulero a partire dai dati di giroscopio, accelerometro e magnetometro. Ottenuti i dati relativi all'orientamento del sistema, il programma passa alla determinazione delle restanti variabili di stato attraverso un osservatore di Luenberger discretizzato, completando così la prima parte del ciclo.

Nella seconda parte il programma prevede il calcolo dei valori di velocità da fornire ai motori, seguendo la logica del controllo utilizzato. Ad esempio, sia nel caso LQR che nel caso Pole Placement, questa fase consiste nel moltiplicare il vettore di stato, ottenuto precedentemente, con la matrice dei guadagni, calcolata in fase di progetto. Il codice segue con la conversione dei valori di velocità in durata dei segnali PPM da fornire agli ESC, responsabili del controllo dei motori brushless.

L'ultima parte del ciclo *while*, infine, prevede la realizzazione delle quattro onde PPM sulle porte dell'MCU fisicamente collegate agli attuatori.

Per concludere il discorso dell'implementazione dell'algoritmo di controllo, si vuol ricordare che, essendo gli ESC dispositivi lavoranti ad una frequenza di 50 Hz, i tempi di esecuzione complessivi per l'intero ciclo *while* non possono essere inferiori a 20 ms. Tale dato, unito al massimo tempo di esecuzione del ciclo di controllo (worst case execution time), sono parametri fondamentali per l'affidabilità del controllo. Infatti, nella progettazione del controllo, s'è lavorato su un modello a tempo continuo del sistema e non su una sua versione discretizzata: ciò comporta che, per la buona riuscita della regolazione, l'esecuzione dell'intero programma, nonché l'aggiornamento dei valori da fornire agli attuatori, debbano avvenire con una frequenza almeno pari a dieci volte la banda del sistema.

In particolare, per la realizzazione di questo progetto, s'è scelta la scheda della ST proprio per la potenza di calcolo offerta, la quale, unitamente all'ampiezza della banda del quadricottero (all'incirca 5 Hz), garantisce sicuramente il soddisfacimento del vincolo posto.

Conclusioni

Alla luce di quanto esposto in questo testo, è utile trarre alcune conclusioni circa i risultati ottenuti dai vari esperimenti effettuati. Osservando le differenti risposte del sistema all'applicazione di uno stesso disturbo, si è visto come da un lato un controllo LQR, riducendo in maniera significativa lo stress cui sono sottoposti gli attuatori, sia più lento nella stabilizzazione rispetto al caso "pole-placement", mentre dall'altro il controllo "pole-placement" offre una maggiore libertà nella scelta delle prestazioni del controllore, permettendo di velocizzare il sistema aumentando però, inevitabilmente, l'azione di controllo. L'utilizzo di osservatori (situazione più diffusa nella realtà), ha poi mostrato risultati ancora più interessanti: in questo caso l'azione di disturbo è stata quasi totalmente reiettata per tutta la durata dello stesso, consentendo al velivolo di mantenere il proprio assetto molto prossimo a quello di equilibrio, a scapito però di una sollecitazione molto elevata degli attuatori del sistema. Anche in questo caso il controllo LQR ha mostrato un tempo di stabilizzazione più lungo rispetto al caso "pole placement".

In generale si può concludere che entrambi i controlli valutati rappresentano una buona soluzione al problema dell'assetto avendo una buona reattività, un dispendio energetico coerente alla dimensione degli attuatori ed un'implementazione piuttosto semplice da realizzare in qualsiasi linguaggio di programmazione.

BIBLIOGRAFIA

- [1] A. De Marco, D. P. Coiro – *“Elementi di Dinamica e simulazione di volo”* – 2012
- [2] G. Fiore – *Corso di “Fisica Matematica”* – a.a. 2012/2013
- [3] S. O. H. Madgwick – *“An efficient orientation filter for inertial and inertial/magnetic sensor arrays”* – 2010