

**Esercitazioni del corso di:
Meccanica del volo dell'elicottero**

Professore: Garito

**Esercitazione n°05:
Stabilità**

Studente: Petrosino Francesco
Matricola: 347/680

1. Scopi dell'esercitazione

Si è verificata la stabilità dinamica di un elicottero, verificando anche come variano gli autovalori della matrice di stabilità al variare del coefficiente d'avanzamento.

2. Dati e riferimenti

Non si riportano le matrici utilizzate per il calcolo dei valori iniziali, delle derivate di stabilità rispetto a “ μ ”, ad “ i ”, a “ w ” ed a “ q ”.

Il problema si è risolto con l'utilizzo di Matlab e Simulink.

Le caratteristiche dell'elicottero considerate sono: il peso W vale 40000 N, ρ è la densità dell'aria pari a 1.23 kg/m^3 , V_t è la velocità alle estremità delle pale ossia 200 m/s, $c_f = 0.2$ coefficiente di resistenza delle parti non rotanti, $c_d = 0.016$ coefficiente di resistenza medio dei profili delle pale, $I_y = 10000$ momento di inerzia attorno all'asse y dell'elicottero, $l_x = 0.2$ distanza adimensionale dell'asse z dall'asse del mozzo, $l_z = 0.5$ distanza adimensionale dell'asse x dal piano del mozzo.

Riferendoci ad una pala con corda costante $c = R/18$, con R raggio del rotore che si ricava dall'area $A = 0.6(W)^{2/3} = 153 \text{ m}^2$, coefficiente della retta di portanza del profilo $a = 5.7 \text{ rad}^{-1} = 0.1 \text{ deg}^{-1}$ costante, ipotizzando che il profilo lavori ad un $c_{l\text{medio}} = 0.5$, si può ricavare la solidità del rotore ed il numero di pale, supponendo di essere a punto fisso:

$$c_T = \frac{c_{l\text{medio}}}{6} = 0.083 \quad T = W \rightarrow \sigma = \frac{W}{\rho A c_T V_t^2} = 0.064 \quad Np = \frac{\sigma \pi R}{c} = 4$$

Supponendo che $c_T = c_W$ si ha $c_T = 0.0833$.

Assegnando il rapporto di funzionamento $\mu = 0.4$, si possono calcolare i valori iniziali del moto, quindi le derivate di stabilità e il comportamento dell'elicottero nel moto longitudinal-simmetrico.

3. Risultati

I valori iniziali che si ricavano sono:

$i = 0.0507$ angolo d'incidenza

$c_{Hd} = 0.0029$ coefficiente di resistenza nel piano del disco

$\theta_0 = 0.1626$ calettamento iniziale

$\lambda_D = 0.0269$ induzione rispetto al piano del disco

$\lambda = 0.0759$ induzione rispetto al piano di controllo

$a_{1c} = 0.1225$ coefficiente di flappeggio

Con questi valori si ricavano le derivate di stabilità:

$X_u = -0.0753$ derivata delle forze lungo l'asse x rispetto ad u

$X_w = -0.2972$ derivata delle forze lungo l'asse x rispetto a w

$X_q = 0.0376$ derivata delle forze lungo l'asse x rispetto a q

$Z_u = -0.1228$ derivata delle forze lungo l'asse z rispetto ad u

$Z_w = -0.7612$ derivata delle forze lungo l'asse z rispetto a w

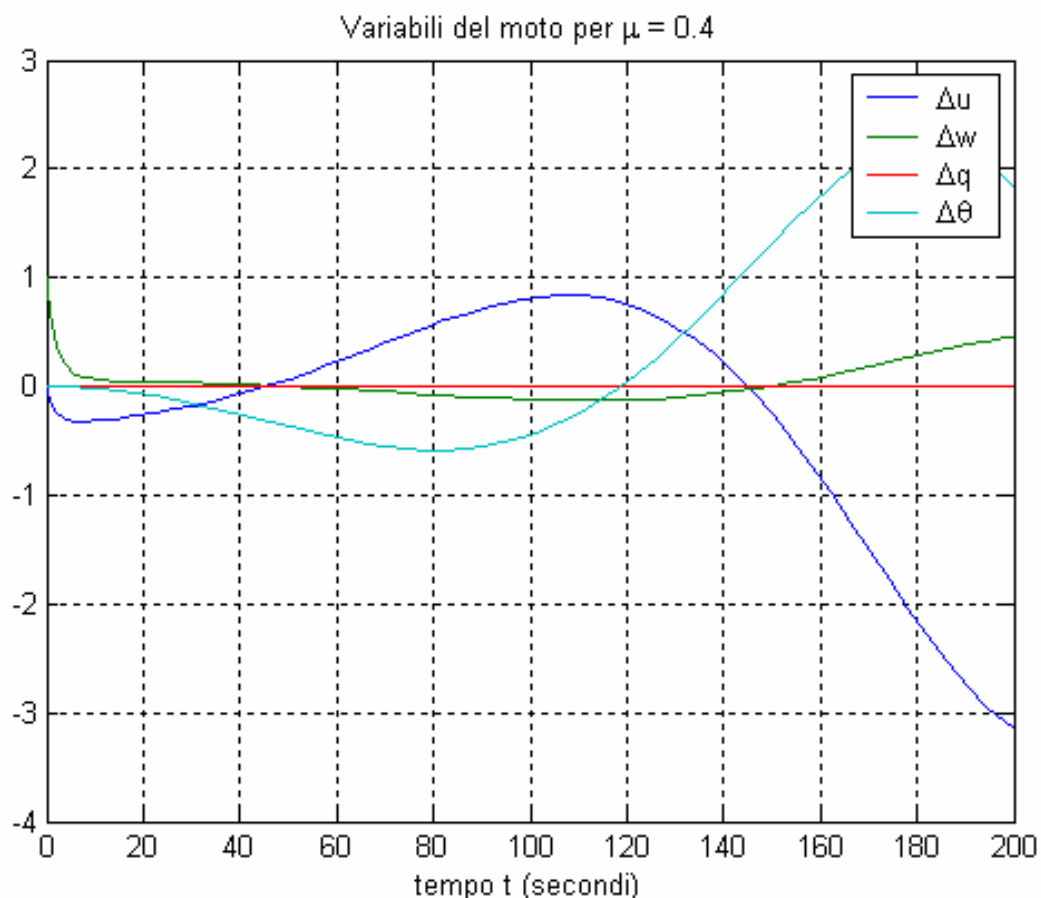
$Z_q = 0.0614$ derivata delle forze lungo l'asse z rispetto a q

$M_u = 0.0131$ derivata dei momenti attorno all'asse y rispetto ad u

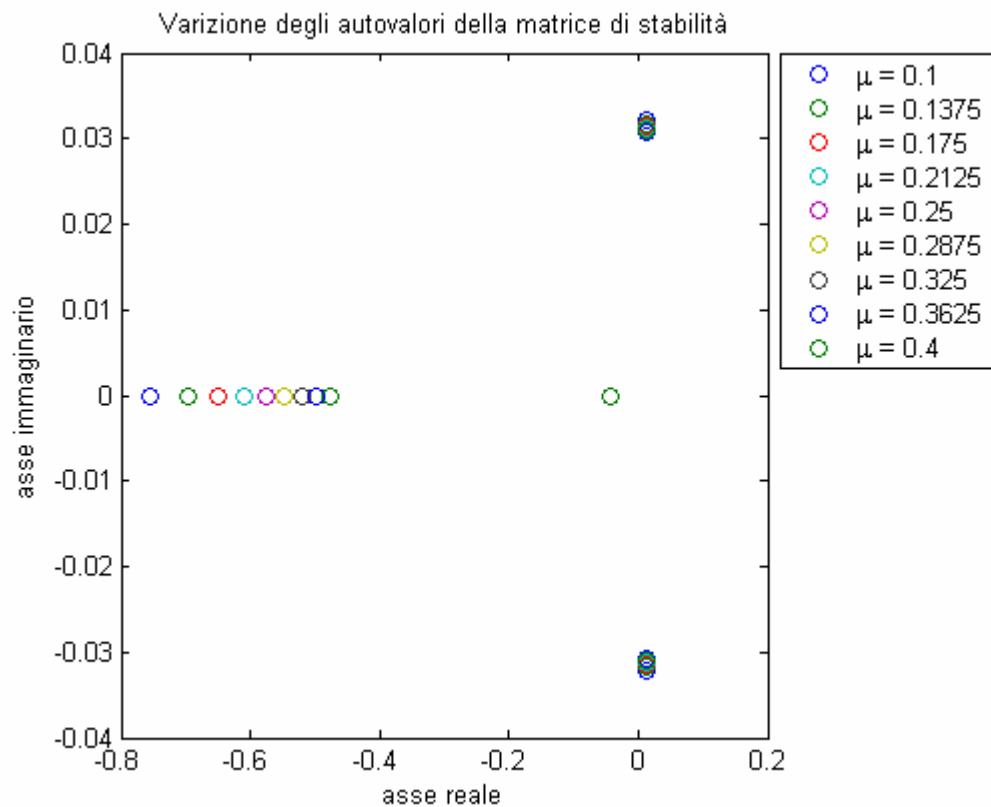
$M_w = -0.0037$ derivata dei momenti attorno all'asse y rispetto ad w

$M_q = -0.0065$ derivata dei momenti attorno all'asse y rispetto a q

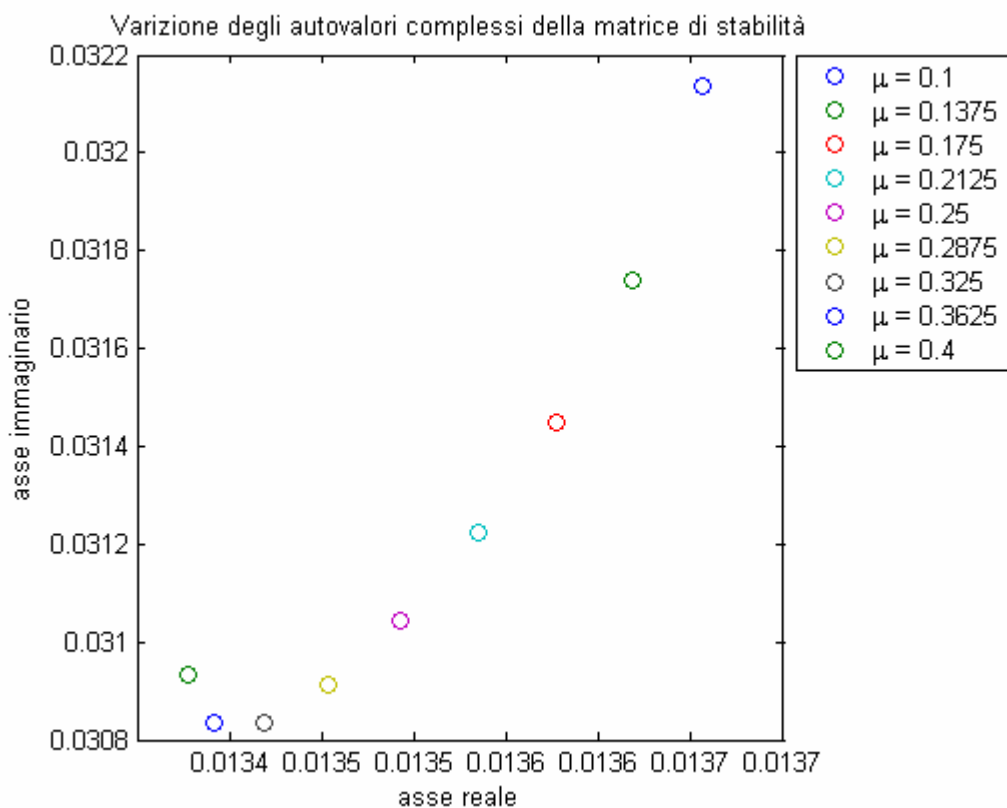
Supponendo di assegnare una perturbazione iniziale su w, si ottiene un comportamento del sistema divergente e oscillatorio, come si vede dalla figura seguente:



Variando il rapporto di funzionamento μ , si possono diagrammare gli autovalori della matrice di stabilità, per evidenziare che all'aumentare di esso, gli autovalori si spostano verso sinistra:



Facendo un ingrandimento sugli autovalori complessi e coniugati, si può notare meglio il loro andamento verso sinistra, ma prima verso l'asse reale e poi allontanandosi da esso:



4. Listato del programma in Matlab

```
% Esercizio n° 6
% Stabilità dinamica dell'elicottero
clear all;close all;

% Parametri noti
W = 40000; % peso del velivolo in N
rho = 1.23; % densità dell'aria in kg/m^3
Cl = 0.5; % Cl medio del profilo
Cla = 5.7; % Clalpha
Cd = 0.016; % Cd medio dei profili
Cf = 0.2; % coefficiente di attrito della fusoliera
Vt = 200; % velocità all'estremità m/s
w = 0; % velocità verticale adimensionale
Ct = Cl/6; % coefficiente di trazione
Area = 0.6*((W/9.8)^(2/3)); % area del rotore in m^2
R = sqrt(Area/pi); % raggio del rotore in m
c = R/18; % corda del rotore in m
sigma = W/(rho*Area*Ct*(Vt^2)); % solidità
Np = round((sigma*pi*R)/c); % numero di pale
Iy = 10000; % momento di inerzia attorno a y dell'elicottero
Cw = W/(rho*Area*sigma*(Vt^2)); % coefficiente di peso
Ct = Cw; % coefficiente di spinta
mu = 0.4; % rapporto di avanzamento
li = (- (mu^2/2) + ((mu^2/2)^2 + (sigma*Cw/2)^2)^0.5)^0.5; % induzione assiale
lx = 0.2; % distanza asse z-asse del mozzo
lz = 0.5; % distanza asse x piano del mozzo

% Calcolo dei valori iniziali
% Matrice di stato
A=[1 -1/Cw 0 0 0 0;0 1 0 -1/4*mu*Cl 0 0;0 0 (Cla/4)*(2/3+mu^2) 0 -Cla/4 0;-mu 0 0 1 0 0;
  0 0 0 -1 1 -mu;0 0 -4/3*((2*mu)/(1-mu^2/2)) 0 2*mu/(1-mu^2/2) 1];
% Matrice dei termini noti
B=[1/2*mu^2*(Cd/Cw);1/4*mu*Cd;Cw;li;0;0];
% Calcolo dei valori iniziali
x=A\B % x = i,chd,teta0,lambdaD,lambda,a1c

V = Vt*mu/cos(x(1)); % modulo velocità
% Calcolo delle derivate di stabilità
% Matrice delle derivate rispetto a mu
C=[1 0 Cla/4 0 0;-sigma/2*(1/sqrt(mu^2+li^2)) 1+(sigma/2)*Ct*li/(mu^2+li^2)^(3/2) 0 0 0;
  0 0 2*mu/(1-mu^2/2) 1 0;0 -1 1 0 0;
  -3/2*x(5)*mu/(1+3/2*mu^2)-x(6)*mu^2/(1+3/2*mu^2) 0 -3/2*mu*Ct/(1+3/2*mu^2)
  3/2*mu^2*Ct/(1+3/2*mu^2) 1];
% Termini noti
D=[Cla/2*mu*x(3);-sigma/2*(Ct/(mu^2+li^2)^(3/2))*mu;
  8/3*x(3)*((1+mu^2/2)/(1-mu^2/2)^2)-((2+mu^2)/((1-mu^2/2)^2))*x(5);
  x(1);Cd/4+3/2*Ct*x(5)/(1+3/2*mu^2)-9/2*Ct*x(5)*mu^2/((1+3/2*mu^2)^2)-
  3*mu*Ct*x(6)/(1+3/2*mu^2)+9/2*Ct*x(6)*mu^3/((1+3/2*mu^2)^2)];
% Derivate di stabilità rispetto a mu
E=C\D % E = dct,dli,dl,da1,dchd su dmua
```

```

% Matrice delle derivate rispetto a i(angolo di incidenza)
F=[1 0 Cla/4 0 0;-sigma/2*1/(sqrt(mu^2+(li^2-w^2)^2)) 1+(sigma*Ct*(li^2-
w^2)*li)/((mu^2+(li^2+w^2)^2)^(3/2)) 0 0 0;
-3/2*(mu*x(5)-(mu^2)*x(6))/(1+3/2*mu^2) 0 -3/2*mu*Ct/(1+3/2*mu^2)
3/2*(mu^2)*Ct/(1+3/2*mu^2) 1;0 0 2*mu/(1-(mu^2)/2) 1 0;0 0 1 -1 0];
% Termini noti
G=[0;(-sigma*Ct*(li^2-w^2)*w*V)/((mu^2+(li^2-w^2)^2)^(3/2));
0;0;mu];
% Derivate rispetto a i
H=F\G % H = dct,dli,dl,da1,dchd su di

% Calcolo di a1 dall'equilibrio alle rotazioni intorno a y
a1=(W*R*lx-(rho*Area*sigma*(Vt^2)*x(2))*R*lz)/(W*lz*R);
% Derivate di stabilità
Xu=-(E(1)*a1+E(4)*Ct+E(5))
Xi=-(H(1)*a1+H(4)*Ct+H(5))
Xw=-Xi*(Vt/V)
Xq=-lz*Xu
Zu=-E(1)
Zw=(Vt/V)*H(1)
Zq=-lz*Zu
Mu=-Xu*lz+Zu*lx
Mw=-Xw*lz+Zw*lx
Mq=-Xq*lz+Zq*lx

% Matrice di stato per le equazioni del moto longitudinal-simmetrico con
% le ipotesi dei piccoli disturbi
h = rho*Area*sigma*Vt/(W/9.8);
u0=V; % velocita iniziale
% matrice di stato
I=[h*Xu h*Xw h*Xq -(9.81/Vt)*cos(x(3));
h*Zu h*Zw h*Zq+u0/Vt -(9.81/Vt)*sin(x(3));
(h*(R^2)/Iy)*Mu (h*(R^2)/Iy)*Mw (h*(R^2)/Iy)*Mq 0;
0 0 Vt/R 0];
J=zeros(4);K=eye(4);Z=zeros(4);
% Simulazione del sistema in Simulink
[t,out]=sim('eli');
plot(t,out(:,1),t,out(:,2),t,out(:,3),t,out(:,4));
grid on;legend('\Deltau','\Deltaw','\Deltaq','\Delta\theta');
xlabel('tempo t (secondi)');title(['Variabili del moto per \mu = ',num2str(mu)]);

```