

**Esercitazioni del corso di:  
Meccanica del volo dell'elicottero**

Professore: Garito

**Esercitazione n°04:  
Calcolo del coefficiente di resistenza di un  
rotore: il cerchio d'inversione**

Studente: Petrosino Francesco  
Matricola: 347/680

## 1. Scopi dell'esercitazione

Si è calcolato il coefficiente di resistenza per un rotore di un elicottero. Sono stati ricavati anche gli angoli d'attacco a cui lavorano i profili delle pale durante la loro rotazione, e le velocità relative cui sono sottoposti, evidenziando la zona in cui la velocità cambia verso, detta "cerchio d'inversione".

## 2. Dati e riferimenti

Si è scelto un elicottero di peso  $W = 30000$  N. Assegniamo un coefficiente di portanza medio per i vari profili delle pale  $c_l = 0.5$ , da cui ricaviamo il coefficiente di trazione  $c_T$ , ed uguagliando spinta e peso, la solidità:

$$c_T = c_l/6 = 0.083 \quad T = W = c_{Tp} A \sigma V_t^2 \quad \Rightarrow \quad \sigma = W / c_{Tp} A V_t^2 = 0.0578$$

Dalla formula che lega area del rotore e peso, si ricava il raggio del rotore:

$$A = 0.6 * W^{2/3} = 127 \text{ m}^2 \quad \Rightarrow \quad R = 6.35 \text{ m}$$

Assegniamo il rapporto  $c/R$ , supponendo la forma in pianta rettangolare, si ricava la corda delle pale e il numero di pale dalla solidità:

$$c/R = 1/18 \quad \Rightarrow \quad c = 0.35 \text{ m}$$

$$\sigma = N_p c / \pi R \quad \Rightarrow \quad N_p = 3$$

Si è considerata una pala con profilo costante e gradiente della retta di portanza pari ad  $a = 5.7 \text{ rad}^{-1}$ . La densità dell'aria è pari a  $1.23 \text{ kg/m}^3$ , la viscosità dinamica vale  $1.8 * 10^{-5} \text{ kg/ms}$ .

Noti questi dati, assegniamo una velocità all'estremità della pala  $V_t = 200 \text{ m/s}$

Quello che bisogna calcolare è l'angolo d'attacco:  $\alpha = \theta - \frac{u_n}{u_t}$

dove  $u_t$  è la componente adimensionale della velocità in direzione tangente alla rotazione,  $u_n$  la componente adimensionale della velocità in direzione normale alla pala,  $\theta$  è l'angolo di calettamento del profilo.

Definiamo il coefficiente d'avanzamento  $\mu$  e il coefficiente d'induzione verticale  $\lambda$ :

$$\mu = \frac{V}{V_t} \cos(i) \quad \lambda = \frac{V \sin(i) + v}{V_t}$$

dove  $i$  è l'angolo d'incidenza del rotore,  $v$  è la velocità indotta verticale.

Il coefficiente  $\mu$  è quello che ci dice a quale velocità sta traslando il rotore, ed è un dato che assegniamo:  $\mu = 0.3$ .

Il coefficiente  $\lambda$  è un'incognita del problema.

Ci riferiamo al piano del disco del rotore, rispetto al quale possiamo calcolare la velocità  $V$  e l'induzione  $v$  conoscendo l'angolo  $i$ :

$$i_D = \theta_T = \frac{\frac{1}{2} \mu^2 c_f + c_{hD}}{c_t} \quad \text{con} \quad c_{hD} = \frac{1}{4} \mu c_{dm}$$

dove  $c_f$  è il coefficiente di resistenza della fusoliera pari a 0.2,  $c_{dm}$  è il coefficiente di resistenza medio della pala pari a 0.014; mentre il coefficiente  $\lambda_D$  vale:

$$\lambda_D = \mu * i + \lambda_i \quad \text{con} \quad \lambda_i = \sqrt{-\frac{\mu^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{\mu^2}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma c_t}{2}\right)^2}}$$

dove  $\sigma$  è la solidità della pala.

Per calcolare le velocità ci riferiamo al piano di controllo, nel quale il passo è costante, ma dove vale:  $\lambda = \mu * a_{1c} + \lambda_D$ .

Le relazioni che ci permettono di trovare i parametri presenti nelle espressioni di  $M$  ed  $\alpha$ , riferendoci al piano di controllo del rotore e tralasciando l'eccentricità della pala, sono:

$$u_t = \eta + \mu * \sin(\psi) \quad u_n = \lambda + \eta * \frac{d\beta}{d\psi} + \mu\beta * \cos(\psi)$$

$$\theta = A_0 = \frac{4\frac{c_t}{3} + \lambda}{\frac{2}{3} + \mu^2} \quad \beta = a_{0c} - a_{1c} \cos(\psi) - b_{1c} \sin(\psi)$$

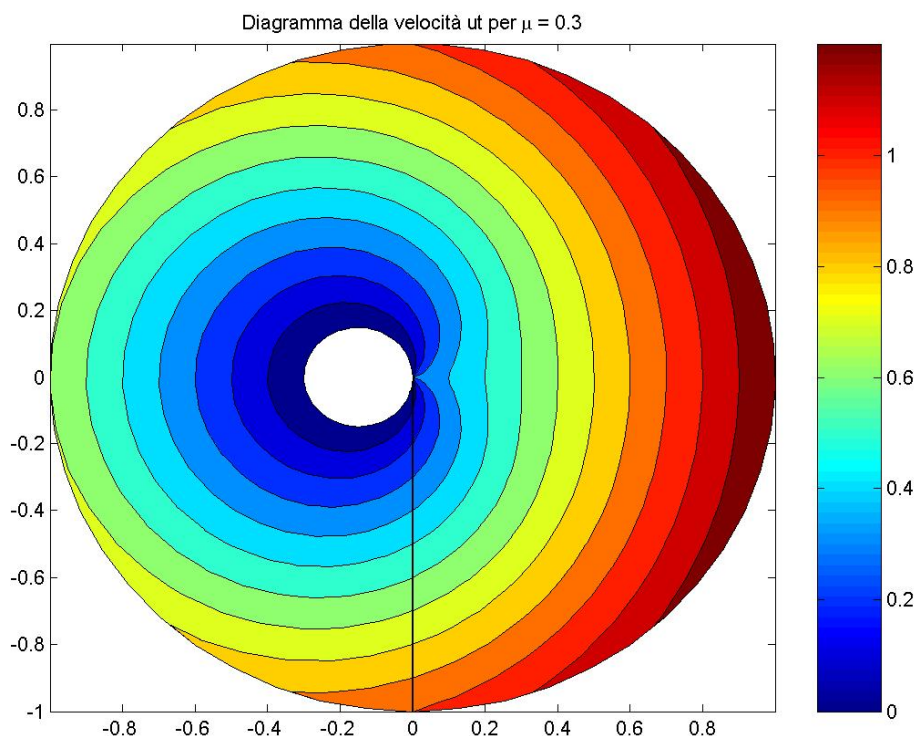
dove  $\eta$  è la coordinata adimensionale che indica la posizione lungo la pala, e varia tra 0 ed 1,  $\psi$  è l'angolo in radianti che percorre una pala durante la rotazione, e varia tra 0 e  $2\pi$ ,  $\beta$  è l'angolo di flappeggio della pala.

I coefficienti dell'espressione dell'angolo di flappeggio sono:

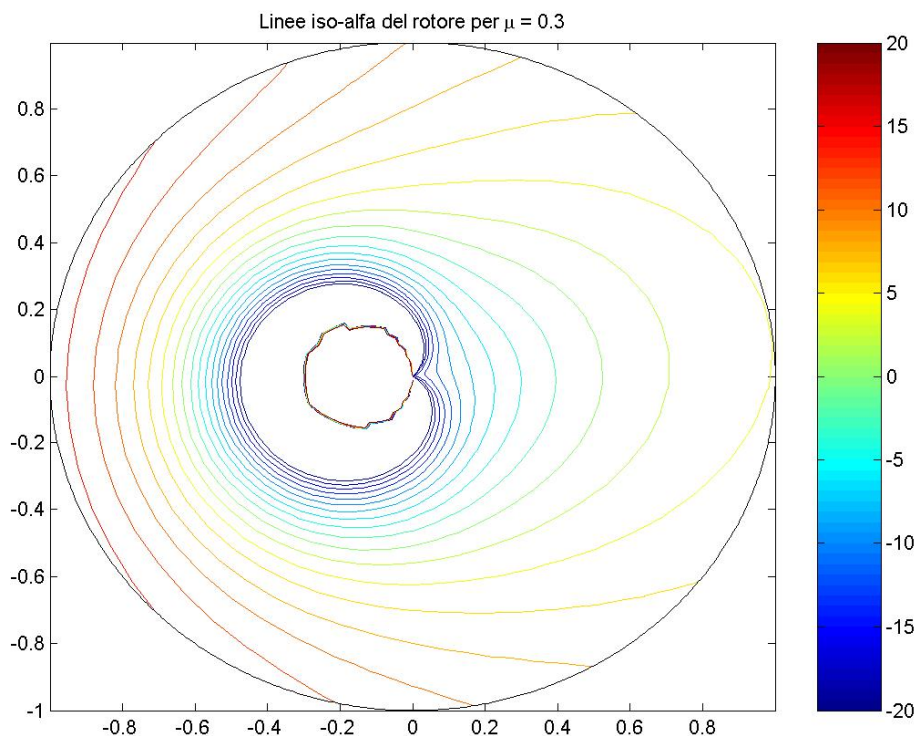
$$a_{0c} = \frac{\gamma}{8} \left( A_0 (1 + \mu^2) - \frac{4}{3} \lambda \right) \quad a_{1c} = 2\mu \frac{\frac{4}{3} A_0 - \lambda}{1 - \frac{1}{2} \mu^2} \quad b_{1c} = \frac{4}{3} \mu \frac{a_{0c}}{1 + \frac{1}{2} \mu^2}$$

### 3. Risultati

Diagrammando le velocità  $u_t$  si può evidenziare il cerchio d'inversione, che è la zona del rotore in cui la velocità  $u_t$  è negativa, come si vede dalla figura seguente:



Nella figura seguente si evidenzia la grande variazione d'angoli d'attacco (espressi in gradi) cui sono sottoposti i profili delle pale durante la loro rotazione:



Per calcolare il coefficiente di resistenza del rotore bisogna calcolare il numero di Reynolds in ogni punto del rotore:

$$Re(\eta, \psi) = \frac{\rho V_t c}{\mu} u_t(\eta, \psi)$$

confrontando quanto trovato con le curve  $(c_d, \alpha)$  al variare di Reynolds per il profilo NACA 0012 scelto per le pale, si può calcolare il  $c_d = c_d(\eta, \psi)$ , ossia il coefficiente di resistenza  $c_d$  in ogni punto del rotore.

Con questa informazione, il coefficiente di resistenza del rotore si calcola risolvendo numericamente l'integrale doppio:

$$c_D = \frac{1}{4\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} c_d(\eta, \psi) u_t^2(\eta, \psi) \text{sign}(u_t) d\eta d\psi$$

oppure per definizione di coefficiente di resistenza medio

$$c_D = \frac{\int_0^1 \int_0^{2\pi} c_d(\eta, \psi) u_t^2(\eta, \psi) \text{sign}(u_t) d\eta d\psi}{\int_0^1 \int_0^{2\pi} u_t^2(\eta, \psi) \text{sign}(u_t) d\eta d\psi}$$

dove  $\text{sign}(u_t)$  è una funzione che tiene conto del segno di  $u_t$  (che nell'integrale sparisce perché  $u_t$  è elevato al quadrato), per tenere in conto la zona del cerchio d'inversione che contribuisce diversamente al  $c_D$ .

Il primo integrale dà come risultato:  $c_D = 0.0011$ .

Il secondo integrale dà come risultato:  $c_D = 0.0060$ .