Università Degli Studi Di Napoli "Federico II"



Scuola Politecnica e delle Scienze di Base Area Didattica di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali

TIROCINIO FORMATIVO ATTIVO CLASSE DI CONCORSO A049

PERCORSO DIDATTICO DI BASE SULLA MECCANICA QUANTISTICA

Coordinatore di Area: Dott. Ulderico Dardano

Relatore:

Dott. Italo Testa

Correlatore:
Prof.ssa Maria Grazia Napolitano
Tutor coordinatore

Tirocinante candidato: Gianpaolo Piscitelli matricola: K49000078

Anno Accademico 2014/15

La scuola concorre alla formazione dell'uomo e del cittadino. (L. 297/94, art. 118).

La scuola promuove, nel rispetto delle diversitá individuali, lo sviluppo della personalitá ed ha il fine di educare ai principi fondamentali della convivenza civile. (L.53/03, art.5).

L'Italia é stato il Paese che prima e piú di ogni altro, in Europa e non solo, ha promosso un sistema di istruzione inclusivo, diventando un modello di riferimento per il resto del mondo. (R. Vianello, S. Di Nuovo)

Indice

1	\mathbf{Intr}	oduzione 5							
	1.1	Presentazione							
	1.2	Tirocinio							
2	Mot	Motivazioni ed Impostazione didattica 9							
	2.1	Strategia didattica							
	2.2	Obiettivi generali							
	2.3	Nodi concettuali							
	2.4	Prerequisiti							
	2.5	Conoscenze							
	2.6	Abilitá							
	2.7	Competenze							
	2.8	Strumenti							
	2.9	Metodologie							
	2.10	Descrizione del percorso didattico							
3	Perc	corso didattico 17							
	3.1	Questionario introduttivo							
	3.2	Verifica sperimentale della legge di Malus							
		3.2.1 Materiali utilizzati							
		3.2.2 Descrizione dell'esperienza							
		3.2.3 Osservazione fenomenologica							
		3.2.4 La probabilità							
	3.3	Polaroid e luce polarizzata							
	0.0	3.3.1 Materiali utilizzati							
		3.3.2 Descrizione dell'esperienza							
		3.3.3 Stato quantico							
	3.4	Birifrangenza con cristalli di calcite							

4 INDICE

	3.4.1	Materiali utilizzati	25
	3.4.2	Descrizione dell'esperienza	26
	3.4.3	Il concetto di traiettoria perde significato	28
	3.4.4	Diffrazione	30
3.5	Valuta	azione	32
	3.5.1	Questionario di base sulla meccanica quantistica	32
	3.5.2	Modalitá di recupero: Elaborato multimediale	32

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Presentazione

Le riflessioni sulla didattica, a mio avviso partono sempre da una stessa domanda: "Che ce ne facciamo degli ultimi?"

E' noto che i ragazzi talentuosi, i ragazzi che si impegnano nello studio e sono sostenuti dalle famiglie vanno sempre incontro, prima o poi al successo formativo pieno. Chi si occupa con coscienza di didattica, anche chi come me é laureato in Matematica, si interroga, magari con pochi strumenti pedagogici e didattici, su come trasmettere i saperi essenziali alle persone con maggiori difficoltá. Io credo fortemente nell'istruzione, penso sia la strada principale per la realizzazione della persona, in quanto può significativamente contribuire a far diventare i ragazzi delle persone migliori e puó aiutarli a realizzare i propri sogni. Anche a me è successo così, grazie alla robusta preparazione ricevuta al liceo, ho seguito con profitto il corso di studi in Matematica, portandolo a termine brillantemente e ora sono dottorando di ricerca a Napoli.

Per essere un buon insegnante bisogna avere una profonda conoscenza della materia, andare al risparmio farebbe cadere ogni qualità, così come non mettersi in discussione ogni giorno nel cercare nuove strategie didattiche. Quindi, mi sento fortunato ad avere intrapreso un percorso di dottorato prima del tfa, perchè ora posseggo una conoscenza ancora più ampia della mia materia rispetto a quella che avevo da laureato, ma soprattutto perchè ora, grazie a questi due percorsi, ho un approccio da "insegnante-ricercatore",

che osserva quello che succede in classe, e, anche sulla base dei risultati di ricerca in didattica, cerca di migliorare le sue attività in classe.

Mi sono formato tantissimo durante questo percorso perchè ho finalmente trovato un quadro teorico di riferimento per un approccio didattico efficace. Bisogna sempre rinforzarlo perchè, purtroppo, bisogna avere le spalle forti per mettersi contro la prassi consolidata.

Al termine di questo tirocinio riprenderò il mio percorso di ricerca scientifica a pieno regime, ma spero vivamente di poter continuare a coltivare anche la ricerca in didattica, che oramai è quasi diventato un mio ulteriore interesse di ricerca. Il mio percorso quindi procede ora su due binari paralleli, da una parte i contratti di ricerca, sempre compatibili con quelli dell'insegnamento e dall'altra la sfida del concorso ad insegnante ordinario per arrivare alla stabilizzazione.

1.2 Tirocinio

Ho svolto il mio tirocinio sulla classe di concorso A049 (Matematica e Fisica) presso il Liceo Statale "Giuseppe Mazzini "di Napoli, sotto la supervisione della docente tutor prof.ssa Paola Palazzo. Ho effettuato le mie attività in tre classi di liceo scientifico, due quarte e una seconda, per un totale di 60 ore. I giorni di tirocinio sono stati concentrati nel mese di Maggio, periodo in cui le attività didattiche sono più intense, i ragazzi più motivati a studiare e cercano di dare il meglio di sé. Ció mi ha permesso di essere maggiormente coinvolto nelle dinamiche degli studenti, degli insegnanti e della scuola in generale.

Nella seconda classe le attivitá erano incentrate sui radicali in Matematica e sui principi della dinamica in Fisica; nelle quarte le attivitá erano incentrate sulla trigonometria per la Matematica e sul campo elettrico per la Fisica. Nel complesso ho cercato di spingere le attivitá didattiche verso una modalitá laboratoriale e/o dialogata, in modo particolare proponendo in quarta una parte di un percorso sulla trigonometria proposto in Mat@bel e in seconda un questionario a risposta chiusa sulle forze, da commentare poi in aula. I ragazzi, anche perchè in parte già abituati a questo approccio, erano molto propositivi e discutevano, anche animatamente, pur di arrivare alla risposta giusta.

La mia tutor mi ha poi coinvolto in progetto di formazione sulla fisica moderna realizzato in collaborazione con l'Universitá a cui hanno partecipa1.2. TIROCINIO 7

to, un pomeriggio ogni settimana, alcuni alunni delle quarte classi. Essere stato parte attiva di questo progetto é stato per me molto formativo perché ho avuto la possibilità di applicare al meglio alcuni aspetti del quadro teorico proposto ai corsi, in particolare il laboratorio pedagogico didattico, l'apprendimento cooperativo e il mastery learning. Inoltre, insieme alla tutor e ad un esperto esterno, ho avuto la possibilitá di realizzare una proposta didattica sulla meccanica quantistica, argomento da poco entrato nelle indicazioni nazionali grazie all'aumento delle ore delle materie scientifiche ai licei. Ho potuto quindi sperimentare il ruolo che hanno le analogie nella trasmissione del sapere e capire quanto sono potenti nel costruire la struttura di un argomento (vedi [6], [4]) e di quali possono essere i limiti fin cui si può spingere un'analogia. In questa tesi si presenta la realizzazione di un percorso didattico sulle conoscenze di base di meccanica quantistica, basato su una proposta didattica sulla fisica moderna a cura di Marisa Michelini. Al fine di educare e formare tutti gli alunni del gruppo classe, si è proposta una strategia didattica prevalentemente laboratoriale che parte dall'analisi fenomenologica di semplici situazioni sperimentali che poi permettono di costruire un modello interpretativo formalizzato.

Infine, 14 ore del mio tirocino sono state dedicate ai Bisogni Educativi Speciali. Ho seguito alcuni ragazzi con diversi problemi, ma mi ha dato una grande lezione di vita una ragazza cieca dalla nascita. Mi ha colpito perché per compensare il suo difetto visivo ha sviluppato una fortissima capacitá di calcolo a mente e di astrazione ed inoltre ha imparato ad utilizzare tanti altri strumenti compensativi, quali una speciale macchina per scrivere in Braille, un computer con sintetizzatore vocale, una speciale carta gommata per disegnare le figure tramite un punteruolo.

Capitolo 2

Motivazioni ed Impostazione didattica

2.1 Strategia didattica

La strategia didattica utilizzata parte da un analisi fenomenologica di semplici situazioni sperimentali realizzate con strumenti non molto costosi (materiale povero) al fine di motivare e sostenere delle ipotesi interpretative. Si propone un continuo passaggio dal fenomeno al significato dei risultati per identificare meglio gli enti formali e costruire una autonomia di impiego.

Dunque, dapprima si sottopone agli studenti, divisi in gruppi di tre o quattro persone, una scheda guidata per lo studio di un fenomeno e poi si apre una discussione che cerchi di motivare la necessitá del formalismo. L'insegnante ha quindi il compito di supervisionare le varie fasi di lavoro ed é dunque necessario che la scelta degli argomenti da proporre siano fruibili dal contesto classe ma anche rispondenti alle indicazioni nazionali. Altro aspetto fondamentale é che l'alunno comprenda il proprio compito nel gruppo all'interno del processo da compiere. Dunque sono fondamentali la chiarezza del progetto e dei compiti per far sí che ogni azione venga sempre inquadrata nel piú ampio progetto da realizzare, per far sí che lo studente si renda conto in ogni momento che ció che svolge ha una precisa e chiara utilitá, anche al fine di evitare che si arrenda alla sfida della complessitá, sviluppando gli strumenti per affrontarla.

Proprio per questo motivo gli alunni si confrontano dapprima tra loro all'interno del gruppo e poi con l'insegnante per fare il punto sul lavoro svolto, per selezionare i saperi essenziali, per prendere decisioni coerenti con gli obiettivi proposti. Nel laboratorio gli alunni si aiutano l'un l'altro nel gruppo dei pari migliorando sia il prodotto finale che le relazioni tra loro.

In questo contesto, l'insegnante agisce nello spirito del life coaching e deve riuscire a distinguere i ruoli che si delineano in ogni gruppo (il moderatore, il relatore, l'orientato al compito, l'osservatore, il memorizzatore). Gli alunni possono dunque avere uno sviluppo prossimale delle competenze più sereno perché l'insegnante interviene molto meno tempo e in modo diverso rispetto alla lezione frontale. Alcuni alunni allora, avvertendo meno pressione psicologica, potrebbero far emergere competenze non certificate o capacitá di relazione inespresse. Dunque é necessaria una certa flessibiltá da parte del docente anzitutto perché con la pratica e la riflessione si puó migliorare molto, ma soprattutto perché lasciando i ragazzi liberi di esprimersi possono arrivare a presentare un prodotto con modalitá e contenuti molto diversi da quelli inizialmente previsti e con ramificazioni inaspettate.

La tesi é strutturata nel modo seguente. Dopo un primo capitolo introduttivo, nel secondo capitolo si presentano le motivazioni e l'impostazione della proposta didattica. Nel terzo capitolo si descrive la modalitá di realizzazione e nel quarto si fornisce una spiegazione più chiara delle analogie che ne sono alla base. Nel quinto capitolo si discutono i risultati ottenuti, cercando di capire in quali direzioni migliorare la proposta e, sulla base dei dati raccolti, si propone un questionario a risposta chiusa costruito in base alle risposte date dagli studenti ad un corrispondente questionario a stimolo aperto.

2.2 Obiettivi generali

Si propone una visione sintetica della meccanica quantistica e del formalismo che la sostiene.

2.3 Nodi concettuali

- Approccio ondulatorio;
- Passaggio dal continuo al discreto;

11

- Trattazione fenomenologia corredata dal formalismo della quantistica di base.

2.4 Prerequisiti

- Fotone come particella;
- Rappresentazione vettoriale ed elementari leggi di composizione.
- Nozioni di probabilità classica

2.5 Conoscenze

- Stato quantico
- Prinicipio di sovrapposizione
- Proprietà descritte quantisticamente da uno stato
- Legge di Malus
- Fenomenologia della polarizzazione
- Comportamento non classico dei fotoni nelle interazioni
- Formalismo della meccanica quantistica di base
- Principio di indeterminazione di Heisenberg
- Concetto di proprietà incompatibili
- Principio di non località
- Concetto di proiettore e concetto di operatore
- Grandezza misurabile come soluzione agli autovalori
- Teoria quantistica della misura

2.6 Abilitá

- Analizzare criticamente i risultati ottenuti da un'esperienza e formalizzare l'osservazione;
- Scegliere le giuste variabili significative nell'analisi di un fenomeno e saper realizzare un grafico partendo dai dati di un esperienza;
- Saper effettuare una misura "quantistica";
- Saper individuare i diversi stati possibili di un sistema;
- Saper individuare lo stato del sistema dopo un interazione;
- Saper analizzare fenomeni di interferenza;

2.7 Competenze

- Sapere affontare concetti che non hanno un corrispettivo classico;
- Saper distinguere fenomeni ripetibili e non;
- Saper distinguere fenomeni invertibili e non;
- Informarsi sull'utlizzo di applicazioni tecnologiche;
- Sapersi inserire in un dibattito storico ed epistemologico;
- Individuare strategie per affrontare argomenti di ricerca attuali.

2.8 Strumenti

- 1. Schede operative
- 2. Questionari
- 3. Software per elaborare dati
- 4. Lavagna

- 5. Laboratorio di Fisica
- 6. Materiali per gli esperimenti (materiale povero)

2.9 Metodologie

Esperimento di laboratorio condotto dagli alunni in gruppi Modalità di lavoro in cui si propone una scheda operativa agli studenti e si forniscono i materiali per condurre un esperienza.

Lezione dialogata Modalità che il docente usa per trasmettere saperi essenziali cercando di far emergere dagli studenti la necessità degli argomenti trattati.

Discussione guidata Attività didattica che serve per per rafforzare le conoscenze di un argomento già trattato.

Lezione frontale Modalità che il docente usa per trasmettere saperi essenziali.

Lavoro di gruppo Lavoro svolto da un gruppo di studenti.

Lavoro individuale Ciascuno studente svolge in autonomia il compito che gli è stato assegnato.

2.10 Descrizione del percorso didattico

Il percorso didattico che si descrive segue una sequenza di concetti per esplorare le caratteristiche e il significato del formalismo della meccanica quantistica [5].

- 1. Si costruisce un'idea qualitativa del principio di sovrapposizione: si discutono alcune semplici esperienze di interazione di polaroid e cristalli birifrangenti con fotoni polarizzati linearmente.
- 2. Si capiscono alcuni concetti fondamentali: lo stato di un sistema fisico è definito dalle proprietà fisiche che possono essere attribuite con certezza al sistema stesso; due stati sono "fisicamente ortogonali "quando

14 CAPITOLO 2. MOTIVAZIONI ED IMPOSTAZIONE DIDATTICA

le proprietà fisiche che li definiscono sono mutuamente esclusive; i possibili stati in cui possiamo trovare un sistema fisico, dopo che è stato sottoposto ad un processo di misura, sono mutuamente ortogonali.

- 3. Si rende plausibile che lo stato di un fotone polarizzato linearmente possa essere descritto da un vettore appartenente ad uno spazio vettoriale.
- 4. Si assume che la fisica classica descriva correttamente il comportamento medio di un grande numero di fotoni.
- 5. Si stabilisce il legame tra il prodotto scalare di due vettori e la probabilità di transizione tra i corrispondenti stati fisici.
- 6. Si estendono questi risultati ad un sistema fisico generico: si introduce la rappresentazione degli stati fisici in termini di ampiezze, il vettore di stato di polarizzazione lineare può essere scritto come combinazione lineare di due versori mutuamente ortogonali correlati a proprietà mutuamente esclusive, i coefficienti di tale combinazione sono detti ampiezze e forniscono una descrizione alternativa per lo stato di un fotone; si correlano il concetto di ampiezza e la definizione di stati ortogonali: la sovrapposizione tra due stati ortogonali è rappresentata da una coppia di ampiezze.
- 7. Si dichiara che è quindi legittimo ammettere che la sovrapposizione tra n stati ortogonali venga rappresentata da una n-pla di ampiezze.
- 8. Il ruolo degli operatori lineari emerge dal problema di calcolare il valore atteso di una osservabile fisica.

Il percorso didattico che si propone è articolato su 15 ore a scuola, alcune svolte in laboratorio, altre in aula.

Fasi	Contenuti	Attivitá	Metodologia didattica	Tempi
Fase intro-duttiva	Analisi del contesto classe	Analisi delle co- noscenze di base	Questionario	1h
Prima fase	Verifica sperimentale della legge di Malus	Scheda operativa	Esperimento di laboratorio condotto dagli alunni in gruppi di 4	2 h
		Realizzazione di grafici	Lavoro di gruppo	1 h
	La probabilità	Ipotesi interpre- tative	Lezione dialogata	1 h
Seconda fase	Polaroid e luce polarizzata	Scheda operativa	Esperimento di laboratorio condotto dagli alunni in gruppi di 4	1 h
	Stato quantico	Ipotesi interpre- tative	Lezione dialogata	1 h
Terza fase	Birifrangenza con cri- stalli di calcite	Scheda operativa	Esperimento di laboratorio condotto dagli alunni in gruppi di 4	2 h
		Analisi fenomeno- logica	Lezione dialogata	0,5 h
	Traiettoria e diffrazione attraverso una doppia fenditura	Spiegazione e analisi del fenomeno, con- fronto con gli esperimenti precedenti	Lezione frontale e dia- logata	1,5 h
Fase fi- nale	Questionario di base sulla meccanica quan- tistica	Questionario a risposta aperta	Lavoro individuale	2 h
		Analisi delle ri- sposte date	Discussione guidata	1 h
Fase di recu- pero	Relazionare sui contenuti del percorso	Elaborato multi- mediale	Discussione guidata	1 h

Capitolo 3

Percorso didattico

Si inizia il percorso sottoponendo agli studenti un questionario di base sulla meccanica quantistica, al fine di rendersi conto del contesto nel quale si opera e poter orientare le scelte didattiche.

3.1 Questionario introduttivo

Si sono numerati i questionari da 1 a 14 e si sono raccolte le risposte scritte dagli studenti. Ogni risposta è preceduta dal numero identificativo del questionario e poi sono state aggiunte le risposte, che sono precedute da una (S), emerse dalla successiva discussione sulle stesse domande di 4 studenti assenti.

Lo stesso questionario viene poi proposto alla fine del percorso didattico al fine di fornire un confronto tra le risposte date prima (pre) e dopo (post) l'attivitá didattica. Vengono dunque categorizzate e commentate le risposte in quattro gruppi principali:

C2	risposta corretta	
	A risposta incompleta	
C1	B ragionamento quantistico errato	
	C ragionamento classico, non quantistico	
C0	idea ingenua	
NR	non risposta	

Si propone agli studenti il seguente questionario a risposta aperta.

- 1 Cosa significa che una particella quantistica si comporta a volte come una particella e a volte come un'onda?
- 2 Secondo te, cosa è la funzione d'onda di una particella? E' possibile misurarla?
- 3 Come evolve nel tempo la funzione d'onda di una particella?
- 4 Cos'è uno stato di sovrapposizione in fisica? C'è differenza nella dinamica quantistica rispetto alla dinamica classica?
- 5 Che cosa è e a cosa è dovuto il principio di indeterminazione?
- 6 Il processo di misura in fisica classica ha le stesse caratteristiche del processo di misura in fisica quantistica?
- 7 Secondo te, in fisica quantistica, cosa significa "collasso" della funzione d'onda?
- 8 Quando si calcola l'energia di un elettrone in un atomo si tiene conto dell'attrazione gravitazionale da parte del nucleo?
- 9 Puó la trattazione classica spiegare la struttura dell'atomo e la sua stabilitá?
- 10 Come puó la fisica quantistica spiegare la struttura dell'atomo e la sua stabilitá?

3.2 Verifica sperimentale della legge di Malus

3.2.1 Materiali utilizzati

- Laser a diodo, 0,8 mW, $\lambda = 670$ nm.
- Banco ottico con supporti.
- Fotocellula.
- Amperometro.
- \bullet Polarizzatore e analizzatore in fogli Polaroid su supporti rotanti con suddivisioni pari a 2^o

3.2.2 Descrizione dell'esperienza

Si determina anzitutto, tramite rotazione dell'apposito supporto, la posizione dell'analizzatore ("zero" del dispositivo) per cui si ha la corrente massima ovvero la massima intensitá luminosa. Successivamente si ruoti l'analizzatore di corrente in corrispondenza dell'angolo di rotazione rispetto allo "zero".

3.2.3 Osservazione fenomenologica

Anzitutto si invitano gli studenti a trovare lo zero del dispositivo e a notare gli effetti diversi tra fasci laser polarizzati e non. Si fa osservare agli studenti che non ci sono direzioni privilegiate se il fascio non é polarizzato, mentre si possono trovare massimi e minimi d'intensitá quando il fascio é polarizzato. Si invitano quindi gli studenti a tabellare le intensitá rilevate



Figura 3.1: Strumentazione per la verifica della legge di Malus

in funzione dell' angolo che esprime la differenza tra quelli dei due polaroid. Queste tabulazioni possono essere fatte su carta millimetrata o al computer con programmi informatici piú o meno specifici. In ogni caso é essenziale che vengano prese almeno una decina di misure tra 0 e 90^o . Di seguito un esempio di risultati ottenuti, dove α indica l'angolazione del primo polaroid, β quella del secondo e $\Delta\theta$ ne è la differenza. I indica l'intensità di corrente misurata. Si propongono ora i dati di un esperimento condotto da un gruppo di ragazzi, che hanno fissato α a 61^o .

$$\beta = 61^{\circ}, \quad \Delta\theta = 0^{\circ}, \quad I = 8, 8 \, \mu A$$

$$\beta = 70^{\circ}, \quad \Delta\theta = 9^{\circ}, \quad I = 17, 3 \, \mu A$$

$$\beta = 80^{\circ}, \quad \Delta\theta = 19^{\circ}, \quad I = 34, 7 \, \mu A$$

$$\beta = 90^{\circ}, \quad \Delta\theta = 29^{\circ}, \quad I = 55, 8 \, \mu A$$

$$\beta = 100^{\circ}, \quad \Delta\theta = 39^{\circ}, \quad I = 81, 0 \, \mu A$$

$$\beta = 110^{\circ}, \quad \Delta\theta = 49^{\circ}, \quad I = 103, 6 \, \mu A$$

$$\beta = 120^{\circ}, \quad \Delta\theta = 59^{\circ}, \quad I = 127, 6 \, \mu A$$

$$\beta = 130^{\circ}, \quad \Delta\theta = 69^{\circ}, \quad I = 142, 9 \, \mu A$$

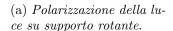
$$\beta = 140^{\circ}, \quad \Delta\theta = 79^{\circ}, \quad I = 152, 5 \, \mu A$$

$$\beta = 151^{\circ}, \quad \Delta\theta = 90^{\circ}, \quad I = 152, 7 \, \mu A$$

Si fa notare che i riultati dovrebbero rientrare in un fit del tipo

$$I = a + b\cos^2(\Delta\theta) \tag{3.2}$$







(b) Fotodiodo.



(c) Amperometro.

dove b fornisce il valore dell'intensità luminosa del fascio incidente e a fornisce il valore della corrente di fondo dovuta sia alla completa estinzione della luce da parte dell'analizzatore, sia all'inevitabile luce ambientale. Gli alunni poi sono stati invitati a realizzare su carta millimetrata o a computer un grafico dell'intensità in funzione dell'angolo.

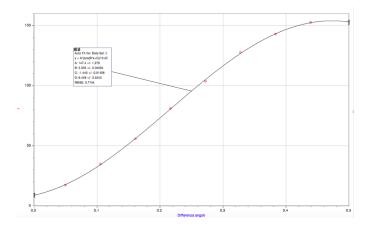


Figura 3.2: Grafico interpolante per la verifica della legge di Malus

3.2.4 La probabilità

Si chiede ai ragazzi in classe:

Qual è la probabilità P(u,v) per i fotoni U di attraversare il secondo polaroid e far scattare il fotodiodo?

Si portano i ragazzi ad osservare che, dalla legge di probabilità classica, possiamo definirla come il rapporto tra i casi favorevoli e i casi totali

$$\frac{\text{numero di fotoni trasmessi}}{\text{numero di fotoni incidenti}} = \frac{N_{trasm}}{N_{incid}}.$$
 (3.3)

Poi, dalla legge di Malus

$$\frac{I_{trasm}}{I_{incid}} = \cos^2 \theta \tag{3.4}$$

dove θ è l'angolo tra la direzione di polarizzazione della luce incidente e la direzione permessa del polaroid, quindi interpretiamo:

$$P(u,v) = \cos^2\theta. (3.5)$$

D'altra parte, leggi elementari dicono che $(u, v) = cos\theta$ e dunque possiamo affermare che:

$$P(u,v) = (u,v)^{2}. (3.6)$$

La seconda domanda che si pone agli studenti è:

Ogni vettore in uno spazio bidimensionale può essere scritto come combinazione lineare di due vettori mutuamente ortogonali H e V?

Dunque la discussione deve essere portata ad osservare che lo stato u si esprime come

$$u = \psi_1 H + \psi_2 V, \tag{3.7}$$

dove le componenti ψ_1 e ψ_2 sono chiamate "ampiezze" e devono obbedire alla condizione di normalizzazione. Poichè $\psi_1 = (H, u)$, si ha che ψ_1^2 è la probabilità di transizione dallo stato u allo stato H, analogamente ψ_2^2 è la probabilità di transizione dallo stato v allo stato V:

$$\psi_1^2 = P(H), \quad \psi_2^2 = P(V)$$
 (3.8)

La probabilità di scattare del rivelatore P(D) è

$$P(D) = P(u, v) = \cos^{2}\theta = (u, v)^{2}$$

$$= [\psi_{1}(H, v) + \psi_{2}(V, v)]^{2}$$

$$= \psi_{1}^{2}(H, v)^{2} + \psi_{2}^{2}(V, v)^{2} + 2\psi_{1}\psi_{2}(H, v)(V, v)$$

$$= P(H)P(D|H) + P(V)P(D|V) + 2\psi_{1}\psi_{2}(H, v)(V, v),$$
(3.9)

dove P(D|H) esprime la probabilità di far scattare D, se il fotone ha la proprietà H, mentre P(D|V) esprime la probabilità di far scattare D, se il fotone ha la proprietà V. Si osserva allora che il terzo termine di questa espressione, che caratterizza l'interferenza quantistica, non può essere ottenuto con la regola della probabilità condizionata classica. L'insegnante può osservare che questa espressione è analogo all'espressione del proiettore in quantistica dello stato generico

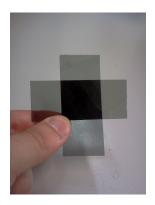
$$P_{\theta} = |h\rangle \langle h| \cos^2 \theta + |v\rangle \langle v| \sin^2 \theta + \cos^2 \theta \sin^2 \theta (|h\rangle \langle v| + |v\rangle \langle h|)$$
 (3.10)

3.3 Polaroid e luce polarizzata

3.3.1 Materiali utilizzati

- Puntatore laser
- Piú polaroid





(a) Polarizzazione della luce.

(b) Polaroid ortogonali.

3.3.2 Descrizione dell'esperienza

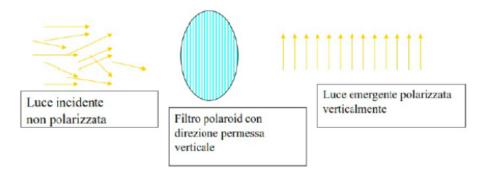
Si propone agli studenti una scheda operativa del segente tipo.

1) Prendi un polaroid e, esponendolo alla luce e tenendolo per una sua estremità, ruotalo; cosa osservi?

- 2.a) Prendi adesso due polaroid; descrivi cosa osservi nei seguenti casi:
- .b) Sovrapponendoli e tenendoli fermi
- .c) Sovrapponendoli e ruotandoli insieme rispetto ad un asse verticale
- .d) Sovrapponendoli e tenendone uno fermo, facendo ruotare l'altro attorno ad un asse ad esso perpendicolare.
- 3.a) Prendi due polaroid e sovrapponili; tienine uno fisso e lascia ruotare l'altro di 360^{o} attorno ad un asse verticale. Descrivi come varia l'intensitá I della luce trasmessa dai due polaroid: in particolare:
- .b) quanti massimi di intensità luminosa osservi (in un giro completo)
- .c) quanti minimi di intensità luminosa osservi (in un giro completo)
- .d) Di che angolo bisogna ruotare il polaroid per passare da un massimo di trasmissione al minimo successivo?
- 4.a) Descrivi e/o illustra in che modo bisogna disporre due polaroid affinchè:
- .b) La luce trasmessa sia massima
- .c) La luce trasmessa sia minima
- .d) In che modo è possibile ottenere tali configurazioni disponendo di tre polaroid? Argomenta la tua risposta, anche realizzando dei disegni
- .e) E con piú polaroid? Argomenta la tua risposta, anche realizzando dei disegni
- 5) Prendi un polaroid e disponi sopra di esso uno alla volta, altri polaroid; come varia l'intensità I della luce trasmessa con l'aumentare del numero N di polaroid ?
- 6) In che modo giustificheresti il comportamento della luce nelle interazione osservate con i polaroid?
- 7) Progetta un'esperienza di laboratorio che ti permetta di caratterizzare quantitativamente l'interazione della luce con un polaroid; qual Ã" il numero minimo di polaroid di cui avresti bisogno? Quali grandezze si dovrebbero misurare? Quali misure e come si dovrebbero effettuare? Descrivi come procederesti.

3.3.3 Stato quantico

Dopo aver sottoposto la scheda agli studenti si inizia una discussione guidata dal docente. Il docente mette in evidenza che quando non è polarizzata, la luce si può pensare come composta da infiniti piani e che il polaroid ne seleziona solo uno di essi. Altrimenti se la luce è polarizzata, come ad esempio quella del laser, si ottiene un massimo per l'intensità quando il raggio è polarizzato nello stesso modo del polaroid, un minimo se le polarizzazioni sono ortogonali. L'entità astratta che è possibile introdurre utilizzando l'esperien-



za con i polaroid è *lo stato quantico*. Infatti la luce non polarizzata è in uno stato analogo ad uno di sovrapposizione

$$\Psi_{ns}(r,t) = \sum_{ns} c_{ns} u_{ns}(r) e^{-\frac{i}{\hbar} W_n t}; \qquad (3.11)$$

lo stato di polarizzazione è un analogo dello stato quantico

$$\Psi_{ns}(r,t) = u_{ns}(r)e^{-\frac{i}{\hbar}W_n t}; (3.12)$$

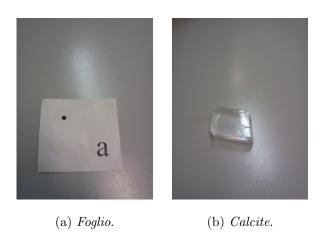
infatti, se pensiamo alla luce come composta da infiniti piani, il polaroid ne seleziona solo uno di essi.

3.4 Birifrangenza con cristalli di calcite

3.4.1 Materiali utilizzati

- Fogli di carta con su cui sono stampati una lettera e un puntino
- Cristalli di calcite (tipo spato di Islanda)

• polaroid



3.4.2 Descrizione dell'esperienza

Si propone agli studenti una scheda operativa di questo tipo

- 1) Appoggia un cristallo di calcite sulla lettera scritta sul foglio o sulla pagina scritta di un libro. Quante immagini delle scritte si osservano?
- 2) Descrivi cosa accade alle immagini osservate nelle seguenti situazioni:
- .a) appoggiando una faccia del cristallo sulla lettera scritta sul foglio e ruotandolo di un giro completo
- .b) appoggiando le altre facce del cristallo sulla lettera scritta sul foglio, e iniziando a ruotare fino ad effettuare un giro completo quante immagini si osservano? Rilevi differenza a seconda della faccia appoggiata?
- .c) poggiando sulla lettera scritta una lastrina di plexiglass e facendola ruotare di un giro completo
- 3) Come spiegheresti il fenomeno per cui poggiando il plexiglass o la calcite sul foglio scritto si osserva un numero di immagini differenti, e per cui ruotando la calcite il numero di immagini varia al variare dell'angolo?



Figura 3.3: Foglio e calcite

- 4) Poni adesso un polaroid sopra il cristallo, e quest'ultimo sulla lettera scritta o su un puntino rosso disegnato su un foglio, prima tenendolo fisso, poi ruotandolo; come varia il numero delle immagini che si osservano? E la loro intensità? Cosa accade invece ruotando il cristallo mantenendo fisso il polaroid? Descrivere/illustrare come cambiano le immagini che si osservano, cercando di dare una spiegazione al fenomeno osservato
- 5) Le immagini della lettera, prodotte dal cristallo, sono generate da fasci



(a) Foglio calcite e polaroid.



(b) Foglio calcite e polaroid, ruotato di 90°.

- di luce diversi. Dalle osservazioni fatte, puoi concludere che tali fasci sono polarizzati? Come lo si fa a capire?
- 6) Disponi Il cristallo di calcite sopra a un polaroid che copre il puntino rosso disegnato su un foglio. Con un secondo polaroid analizza la polarizzazione delle immagini del puntino. Come devi disporre l'analizzatore per osservare lo stesso numero di immagini che si osservano quando ci sono solo il primo polaroid e il cristallo?
- 7) Il fascio di luce polarizzata di un puntatore laser incide su un cristallo birifrangente. Si intercettano su uno schermo i fasci che emergono dal cristallo
- .a) Quanti fasci si osservano?
- .b) Come varia il numero di fasci prodotti disponendo un polaroid dopo il cristallo e facendolo ruotare di un giro completo?
- .c) E disponendo un altro cristallo di calcite in successione al primo?

3.4.3 Il concetto di traiettoria perde significato

Quando Prendiamo un cristallo birifrangente e facciamo incidere su di esso dei fotoni polarizzati a 45° , cioè che si trovano nello stato H+V, si osservano due raggi, quello ordinario e quello straordinario, i quali possono essere visti come analoghi alle direzioni di polarizzazione H, raggio straordinario, e V, raggio ordinario. A questo punto Ponendo uno schermo su uno dei due cammini ed un contatore di fotoni sull'altro, si osserva che quest'ultimo scatterà il 50 % delle volte. Ciò sta a significare che il fotone non si "divide" nel dispositivo, cioè non segue entrambi i cammini. Ponendo uno schermo ed un contatore di fotoni su entrambi i cammini, si osserva che non viene rivelato alcun fotone, quindi i fotoni non seguono cammini diversi da quelli considerati. a questo punto rivolgiamo ai ragazzi la seguente domanda:

Possiamo affermare che ogni fotone segue un particolare cammino?

Questo equivale a chedersi se l'insieme di fotoni che emergono dal cristallo può essere considerato composta dal 50% di fotoni nello stato V e l'altro 50% dai fotoni nello stato H. A questo punto ricordiamo ai ragazzi cosa succedeva

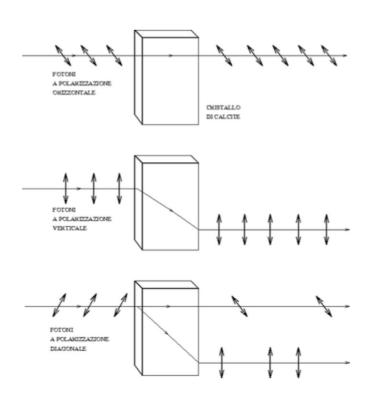


Figura 3.4: Cristallo di calcite. La luce incidente è polarizzata verticalmente nella direzione del raggio ordinario e orizzontalmente nella direzione del raggio straordinario.

quando consideravamo una calcite inversa e la disponevamo sul cammino dei fotoni in modo da compensare le deflessioni prodotte dai primo cristallo. Quando facevamo incidere sul cristallo dei fotoni polarizzati orizzontalmente o verticalmente , questi emergevano seguendo un cammino non deflesso e secondo la loro polarizzazzione originaria; se invece si mandava un insieme di fotoni polarizzati a 45°, cioè nello stato H+V, essi emergevano tutti con polarizzazione a 45°: infatti se si poneva un polaroid con direzione permessa a 45° dopo il secondo cristallo di calcite, tutti i fotoni lo attraversavano. Se i fotoni fossero una miscela statistica dei due stati H e V oppure identificabili in tali stati dopo il primo cristallo, allora dopo il secondo cristallo dovremmo rivelare la metà dei fotoni, ma ciò non accade.

Deduciamo quindi che i fotoni nello stato di sovrapposizione H+V non seguono il cammino deflesso, ne quello non deflesso, non li seguono entrambi e non seguono un cammino diverso.

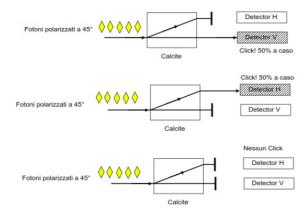


Figura 3.5: Possiamo considerare i fotoni polarizzati a 45° cone una miscela statistica di fotoni H e V, ma se così fosse il rivelatore scatterebbe la metà delle volete (b), mentre il rivelatore scatta sempre (a).

3.4.4 Diffrazione

Dopo aver sottoposto la scheda agli studenti si inizia una discussione guidata dal docente. Il docente mette in evidenza che il fascio di luce che attraversa la calcite ne esce sottoforma di raggio ordinario e raggio straordinario, polarizzati perpendicolarmente tra loro. Sottolinea quindi che polarizzazioni di angoli diversi sono sempre incompatibili. Dunque il docente apre la discussione ponendo la seguente domanda:

Se io faccio incidere i fotoni con polarizzazione diagonale, ottengo lo stesso risultato se "sommo"i comportamenti che si ottengono facendo incidere quelli con polarizzazione orizzontale e verticale?

Tale esperienza è un *analogo* della diffrazione degli elettroni, infatti anche in quel caso quando la sorgente invia un elettrone per volta sullo schermo, dopo molte interazioni, osserviamo delle frange d'interferenza e in realtà ci chiediamo da quale fenditura sia passato il nostro elettrone. Schematizziamo

Diffrazione dell'elettrone	Esperienza con calcite
La fenditura S_1 aperta e	Due calciti e fotoni incidenti a 45°
la quantità di fotoni che	con uno schermo che copre il raggio
passano è data da Ψ_1^2	ordinario, quindi si rivela la proprietà ${\cal H}.$
La fenditura S_2 aperta e	Due calciti e fotoni incidenti a 45°
la quantità di fotoni che	con uno schermo che copre il raggio
passano è data da Ψ_2^2	straordinario, quindi si rivela la proprietà $V.$
Le fenditure sono entrambe aperte	Due calciti e fotoni incidenti a 45°
e la quantità di fotoni che	nessuno schermo e si rivelano
passano è data da $(\Psi_1 + \Psi_2)^2$.	fotoni con proprietà a 45° .

Tabella 3.1: Tabella riassuntiva delle analogie tra l'esperienza con la calcite e la diffrazione degli elettroni.

le analogie con l'esperienza della doppia fenditura con una tabella. Nella tabella (3.1) si è messo in evidenza come nell'esperienza della doppia fenditura







(b) Birifrangenza.

si ottiene una quantità

$$(\Psi_1 + \Psi_2)^2 \neq \Psi_1^2 + \Psi_2^2, \tag{3.13}$$

così nell'esperineza delle due calciti si ha che

$$HH + VV \neq 45^{\circ} 45^{\circ} 45^{\circ} 45^{\circ},$$
 (3.14)

dove con quest'ultima si vuole indicare la proprietà di essere polarizzati a 45°. Si spiega il fenomeno mettendo in evidenza soprattutto che la sovrapposizione tra le onde che si hanno chiudendo una volta una e una volta l'altra fenditura è diversa è diversa dal fenomeno diffrattivo che si vede con entrambe le fenditure aperte.

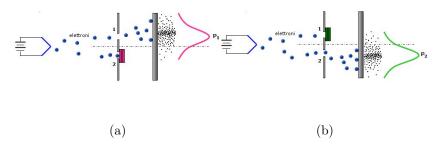


Figura 3.6: Doppia fenditura: 1 aperta, 1 chiusa. [7]

3.5 Valutazione

3.5.1 Questionario di base sulla meccanica quantistica

Al termine di questo percorso didattico, anche al fine di valutare gli studenti, si propone il questionario di base di meccanica quantistica già proposto all'inizio per valutare l'impatto delle attività sugli studenti.

3.5.2 Modalitá di recupero: Elaborato multimediale

Il questionario proposto nell'ultima lezione serve da valutazione, ma si può proporre un modo alternativo per coloro che non riescono bene in questo tipo

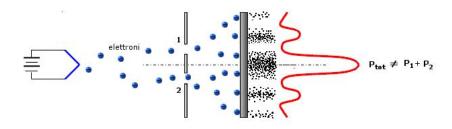


Figura 3.7: Doppia fenditura: entrambe aperte. [7]

di prove. L'insegnante propone agli alunni di lavorare su un argomento in gruppi al fine di produrre un elaborato sottoforma di ipertesto e, ai fini dello sviluppo del pensiero argomentativo, indica che questo deve essere presentato alla classe. A questa presentazione si fa seguire una discussione, magari stimolata e guidata. In questa fase l'insegnante deve anche essere attento a che gli alunni non siano solo fortemente colpiti ma che in loro venga suscitato un equilibrio, per assimilare infatti é necessario l'approfondimento, che avviene nel silenzio. Anche per questo la presentazione puó offrire anche spunti per riflessioni successive.

Questa proposta coniuga dunque la necessitá di fornire ai ragazzi saperi profondi e approfonditi con quella di sviluppare la capacitá di scrivere testi multimediali in maniera critica. Se il lavoro finale é un capolavoro puó motivare gli altri colleghi all'approfondimento di un testo che lo studente, a seconda del proprio stile di apprendimento, puó prima scorrere i concetti importanti che la grafica mette in evidenza per dare uno sguardo all'argomento, puó leggere in sequenza e poi guardare le immagini, puó partire dalle immagini e poi studiare il testo, puó leggere solo ció che gli interessa seguendo i collegamenti ipertestuali, e via dicendo.

Questo percorso poi deve proseguire mostrando qualche applicazione del

formalismo proposto a qualche fenomeno, ad esempio la diffrazione di elettroni o la stabilità degli atomi.

Allegati

- Scheda operativa: Verifica sperimentale della legge di Gauss;
- Scheda operativa: Polaroid e luce polarizzata;
- Scheda operativa: Birifrangenza con cristalli di calcite;
- Questionario: Meccanica quantistica di base.
- Questionario a risposta chiusa: Meccanica quantistica di base.

Bibliografia

- [1] Capasso G. (2015). *Didattica della meccanica quantistica*, Tesi di laurea magistrale in Matematica.
- [2] Einstein A., Podolsky B., Rosen N. (1935). Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?, Physical Review, Vol. 47, pp. 777-780.
- [3] Ghirardi G. C., Rinuni A., Weber T. (1980). A general argument against superluminal transmission through the quantum mechanical measurement process, Lettere al Nuovo Cimento, Vol. 27, pp. 293-298.
- [4] Iannece D., Tortora R. (2002). Un tentativo di ricostruzione del pensiero matematico nella formazione dei maestri, Processi didattici innovativi per la Matematica nella scuola dell'obbligo, pp. 153-164
- [5] Michelini M., (2011) Proposte Didattiche sulla Fisica Moderna, Strumenti per una Didattica Laboratoriale, Copyright Universitá degli Studi di Udine.
- [6] Mason J., Stephens M., Watson A. (2009) Appreciating Mathematical Structure for All, Mathematics Education Research Journal, Vol. 21, No. 2, pp. 10-32.
- $[7] \ http://www.larapedia.com/chimica_appunti/chimica_appunti_parte_2.html$