PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 2

Corso di laurea in Matematica

8 Gennaio 2016

Nome (in stampatello):

Numero di Matricola:

1) (*8 punti*) Discutere la convergenza della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^x \Big(\tan \frac{x^n}{n} - \operatorname{sen} \frac{x^n}{n} \Big)$$

al variare di x in $[-1, 1]$.

2) (*7 punti*) Provare che la forma differenziale

$$\omega = \frac{2xy^3}{1 + x^2y^2}\, dx + \left(\log(1 + x^2y^2) + \frac{2x^2y^2}{1 + x^2y^2} \right) dy$$

è esatta, determinare l'insieme delle sue primitive e calcolare $\int_\gamma \omega$, dove γ è l'arco di cardioide di equazione polare $\rho(\vartheta) = 1 + \cos\vartheta$ contenuto nel semipiano $\{y > 0\}$, percorso in senso orario.

3) (*8 punti*) Determinare massimo e minimo assoluto per la funzione

$$f(x, y) = x^4y - 2x^2y + \arctan y$$

sull'insieme $R = \big\{(x, y) : x \in [-1, 1],\, y \in [-\sqrt{3}, \sqrt{3}]\big\}$. Determinare eventuali punti di massimo o di minimo relativi di f in tutto il piano.

4) (*9 punti*) Sia E l'intersezione del cilindro $\{(x, y, z) :\, x^2 + y^2 \le 1\}$ con la palla di centro l'origine e raggio 2. Si calcoli

$$\int_{\partial E} F \cdot \nu \, d\sigma,$$

dove ν è la normale esterna al bordo di E e $F = (xz^2, y^2z^2, xy)$.