PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 2

Corso di laurea in Matematica

25 Gennaio 2016

Nome (in stampatello):

Numero di Matricola:

1) (*9 punti*) Al variare del parametro $\alpha > 0$ studiare continuità e differenziabilità della funzione $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita come

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{|x|^\alpha y^2}{x^2+y^6} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0)\,. \end{cases}$$

2) (*9 punti*) Studiare la natura dei punti critici della funzione

$$f(x,y) = (2x^2+y^2-1)(x^2+y^2-1)+1$$

e determinare il massimo e il minimo assoluto di f sul generico cerchio di centro l'origine e di raggio $r > 1$. Calcolare l'estremo inferiore e superiore di f sul piano.

3) (*8 punti*) Data la forma differenziale

$$\frac{x(x^2-y^2+a)}{(y^2-x^2)^2}dx + \frac{y(y^2-x^2+1)}{(y^2-x^2)^2}dy,$$

determinare a in modo che la forma differenziale sia esatta e calcolarne la primitiva che in $(0,1)$ vale 0.

4) (*9 punti*) Sia D la regione del piano compresa fra l'asse delle x e la cicloide di equazione

$$\begin{cases} x = t - \operatorname{sen} t \\ y = 1 - \cos t \end{cases} \qquad t \in [0, 2\pi].$$

Determinare il volume del dominio $T \subset \mathbb{R}^3$ ottenuto ruotando D di un giro completo intorno all'asse x e l'area della superficie ∂T.