

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 2

Corso di laurea in Matematica

15 Febbraio 2016

Nome e cognome (in stampatello):

Numero di Matricola:

1) (9 punti) Al variare del parametro $\alpha > 0$ studiare continuità e differenziabilità della funzione $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita come

$$f(x, y) = \begin{cases} \arctan \frac{|x^3 y|^\alpha}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

2) (9 punti) Data la funzione $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = (1 - 2y)e^{x^2 - y^2}$,
(i) mostrare che il suo codominio è $(-\infty, +\infty)$,
(ii) determinarne gli eventuali massimi e minimi relativi nel piano,
(iii) mostrare che f ha massimo e minimo assoluti nella striscia $\{(x, y) : |x| \leq 1\}$ e determinarli.

3) (8 punti) Siano Γ la circonferenza di centro $(0, 1)$ e raggio 1 e

$$\gamma = \{(x, y) \in \Gamma : x \geq 0, 0 \leq y \leq 1\}.$$

Calcolare l'area della superficie ottenuta ruotando γ di un giro completo intorno alla bisettrice del primo quadrante.

4) (8 punti) Sia C il solido ottenuto intersecando il cilindro circolare retto $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ con i piani $z = 0$ e $z = 2$ e sia P la palla di centro $(0, 0, 2)$ e raggio

1. Calcolare

$$\iiint_{C \setminus P} (x^2 + y^2 + (z - 2)^2) dx dy dz.$$