

**PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 2**

*Corso di laurea in Matematica*

6 Settembre 2016

Nome e cognome (in stampatello):

Numero di Matricola:

1) (9 punti) Discutere la convergenza puntuale e uniforme della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}(x^n \sqrt{n}) \right).$$

2) (7 punti) Determinare il massimo e il minimo assoluto della funzione

$$f(x, y) = xy e^{-\sqrt{y^2 - x^2}}$$

nel dominio  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, |x| \leq y\}$ .

3) (8 punti) Determinare la famiglia  $\mathcal{E}$  di tutte le funzioni  $a(x, y) \in C^1(\mathbb{R}^2)$  tali che la forma differenziale

$$\omega = a(x, y) dx + \left( 2xy + (1 + y)e^{x^2 + y} \right) dy$$

risulti essere esatta. Fissato un qualsiasi coefficiente  $a \in \mathcal{E}$  calcolare il corrispondente insieme delle primitive di  $\omega$ .

4) (9 punti) Sia  $\Sigma$  la superficie di equazioni parametriche  $\{(uv, u + v, u - v) : u^2 + v^2 \leq 4\}$ .

Si determini:

(i) il piano tangente  $\alpha$  alla superficie  $\Sigma$  nel punto  $(-1, 0, 2)$ ;

(ii) il baricentro del solido delimitato dalla superficie cilindrica

$\left\{ (x, y, z) : x^2 + \frac{y^2}{4} = 1 \right\}$  e dai piani  $z = 0$  e  $\alpha$  (determinato al punto precedente).