PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 2

Corso di laurea in Matematica

8 Novembre 2016

Nome e cognome (in stampatello):

Numero di Matricola:

1) (*9 punti*) Discutere la continuità e la differenziabilità della seguente funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

$$f(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq -1 \quad \text{oppure se} \quad (x,y) = (0,0), \\ \dfrac{x^3 y(1+x)\log(1+x)}{x^4+y^4} & \text{altrove.} \end{cases}$$

2) (*8 punti*) Determinare il massimo e il minimo assoluto della funzione

$$f(x,y) = x^2 e^{-y} + y^2 e^{-x}$$

nel quadrato $[-2,2] \times [-2,2]$.

3) (*8 punti*) Data la forma differenziale

$$\frac{xy}{(1+x^2)^2}\,dx + \frac{x^2 - z^2}{2(1+x^2+z^2+x^2z^2)}\,dy - \frac{yz}{(1+z^2)^2}\,dz,$$

calcolarne la primitiva che in $(3,5,1)$ vale 0.

4) (*8 punti*) Dato $a > 0$, sia D la regione del piano compresa fra gli assi cartesiani e la curva

$$\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = \sqrt[3]{a^2},\ x \geq 0,\ y \geq 0\right\}.$$

Determinare il volume del dominio $T \subset \mathbb{R}^3$ ottenuto ruotando D di un giro completo intorno all'asse y e l'area della superficie ∂T.