

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 2

Corso di laurea in Matematica

24 Gennaio 2017

Nome e cognome (in stampatello):

Numero di Matricola:

- 1) (9 punti) Studiare la convergenza puntuale e uniforme della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-(x^2+x)n}.$$

Detta f la somma di tale serie, provare che

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0.$$

- 2) (8 punti) Calcolare il minimo e il massimo assoluto della funzione $f(x, y, z) = x - 2y + 2z$ sulla superficie sferica di equazione $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

- 3) (8 punti) Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\frac{y}{1+xy} dx + \left(\frac{x}{1+xy} + \frac{x}{y} \right) dy$$

sulla curva $y = e^{-\frac{x^2}{2}}$, $x \in [0, 1]$, orientata nel verso delle x crescenti.
(Sugg.: Si osservi che la forma differenziale

$$\frac{y}{1+xy} dx + \frac{x}{1+xy} dy$$

è esatta)

- 4) (8 punti) Calcolare

$$\iint_D \log\left(\frac{y^2}{x}\right) dx dy,$$

dove $D = \{(x, y) : x \leq y^2 \leq 2x, 1 \leq xy \leq 2\}$.