

**PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 2**

*Corso di laurea in Matematica*

13 Settembre 2017

Nome e cognome (in stampatello):

Numero di Matricola:

1) (9 punti) Studiare in  $[-1, +\infty)$  la convergenza puntuale e uniforme della serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \arctan \frac{(x+1)^n}{e^{nx}}.$$

Denotato con  $A$  l'insieme in cui tale serie converge puntualmente e con  $S(x)$  la sua somma, provare che

$$S(x) \leq \frac{x+1}{e^x - x - 1}, \quad \forall x \in A.$$

2) (8 punti) Determinare massimo e minimo assoluto della funzione

$$f(x, y) = (y - x^3 - x^2)^3$$

sul dominio  $C := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, x + 2y \geq 0\}$ .

(Facoltativo: +2 punti) Cosa si può dire sulla natura dei punti critici della funzione  $f$  nel piano?

3) (7 punti) Calcolare

$$\int_{\gamma} (z - y) dx + (x + z) dy - (x + y) dz,$$

dove  $\gamma$  è la porzione di curva contenuta nel primo ottante ottenuta dall'intersezione dell'ellissoide di equazione  $4x^2 + 4y^2 + z^2 = 4$  e del piano  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ , orientata dalla scelta del punto  $(0, 0, 2)$  come primo estremo.

4) (8 punti) Calcolare

$$\iint_D (x^2 - y^2) dx dy,$$

dove  $D := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 4y^2 \leq 4, x - y \leq 0\}$ .