PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 2

Corso di laurea in Matematica

6 Novembre 2017

Nome e cognome (in stampatello):

Numero di Matricola:

1) (*8 punti*) Al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ studiare continuità e differenziabilità della funzione $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita come

$$f(x,y,z) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt[3]{x}\, y\, z^2}{(x^2+y^2+z^2)^\alpha} & \text{se } (x,y,z) \neq (0,0,0) \\[2ex] 0 & \text{se } (x,y,z) = (0,0,0)\,. \end{cases}$$

2) (*9 punti*) Data la funzione $f(x,y) = x^2y^3(1+x+y)$, determinare:
(i) gli eventuali massimi e minimi relativi nel piano;
(ii) il massimo e il minimo assoluto di f su $Q = [-1,1] \times [-1,1]$.

3) (*8 punti*) Data la forma differenziale

$$\frac{y^2}{x^2+y^4}\,dx - \frac{2xy}{x^2+y^4}\,dy\,,$$

studiarne l'esattezza ed eventualmente calcolarne l'insieme delle primitive.

4) (*8 punti*) Sia S il solido delimitato dalla sfera di raggio $\sqrt{2}$ centrata nell'origine e dal paraboloide $z = x^2+y^2$. Calcolare

$$\iiint_S \left(x^2+y^2+z^2+\sin(xy^2z)-1\right)\,dx\,dy\,dz.$$