IF CRASC '12 II Convegno di Ingegneria Forense V Convegno su CRolli, Affidabilità Strutturale, Consolidamento Pisa, 15-17 novembre 2012



ALCUNI MODELLI DI PERICOLOSITÀ SISMICA STORIA-DIPENDENTE

B. Polidoro, I. Iervolino, E. Chioccarelli Università degli Studi di Napoli Federico II

M. Giorgio Seconda Università di Napoli

SOMMARIO

Lo scopo principale di questo articolo è rivedere alcuni modelli probabilistici storiadipendenti di occorrenza dei terremoti per analisi di pericolosità sismica. Quest'ultima, in genere, viene eseguita utilizzando il processo di Poisson omogeneo (PPO) che è un processo privo di memoria a incrementi stazionari. Tuttavia, quando si considera una singola faglia e/o la scala temporale è diversa da quella del lungo termine, l'utilizzo di modelli storiadipendenti può risultare più appropriato. In questo studio, sono considerati processi di rinnovo e modelli che includano anche la magnitudo dell'evento come legata al tempo d'intercorrenza tra eventi successivi. Tutti i modelli fanno riferimento alla stessa rappresentazione probabilistica di accumulo di energia alla sorgente, sebbene assumano differenti distribuzioni dei tempi di interarrivo tra i terremoti. Per illustrare la pericolosità sismica derivata dai processi analizzati, si è considerata la faglia di Paganica (in Italia centrale) e per un sito posto nelle sue vicinanze, è stata valutata la probabilità di superamento di un dato valore di intensità del moto al suolo. Tali probabilità sono state anche confrontate con quanto ottenuto con il più comune processo di Poisson omogeneo.

ABSTRACT

The purpose of this paper is to review some story-dependent probabilistic mainshock occurrence models with respect to seismic hazard analysis for engineering applications. Seismic hazard is usually referred to memory-less homogeneous Poisson process (HPP) for earthquake occurrence. However, when a single fault is of concern and/or the time scale is different from that of the long term, story-dependent models, may be appropriate. In the study, two types of models are discussed with working examples: renewal models in which event magnitude is fixed and models in which both magnitude and interarrival time are stochastically dependent variables. All of them refer to the probabilistic representation of stress loading on the source, yet assume, or lead to, different interarrival time distributions. As an illustrative application, the Paganica fault (in central Italy) is considered to compute the seismic hazard, in terms of exceedance of a ground motion intensity measure, according to each of the models. Examples also include, as a benchmark, hazard when HPP is considered.

1. INTRODUZIONE

L'analisi di pericolosità sismica (PSHA; e.g., McGuire, 2004) utilizza, in genere, il processo di Poisson Omogeneo (PPO) per modellare l'occorrenza dei terremoti. Quest'ultimo è un modello ad incrementi indipendenti e stazionari, quindi privo di memoria, e spesso raccomandabile quando diverse sorgenti tra loro indipendenti, contribuiscono alla pericolosità sismica di un sito. Tuttavia, quando si considera una singola faglia e/o la scala temporale è diversa da quella del lungo termine, i modelli storia-dipendenti possono descrivere meglio l'occorrenza degli eventi.

Questo studio si focalizza su due principali tipi di modelli storia-dipendenti, disponibili in letteratura, per l'occorrenza dei terremoti, non considerando gli sciami sismici. I primi sono utilizzati quando vengono presi in esame i terremoti caratteristici, ovvero quando si considera che la sorgente sia in grado di generare terremoti di singola magnitudo. I secondi, pur descrivendo lo stesso fenomeno fisico, includono anche la modellazione della magnitudo come variabile aleatoria (v.a.) legata al tempo di intercorrenza tra due eventi successivi (Anagnos and Kiremidijan, 1988; Kramer, 1996).

Nell'articolo, dopo aver presentato le v.a. contemplate da ciascun modello, sono mostrate delle applicazioni illustrative che hanno come obiettivo la valutazione della probabilità di superamento di una misura di intensità del moto al suolo in un fissato intervallo di tempo e per un dato sito. In particolare, sono stati presi in esame la faglia di Paganica (in Italia centrale) ed un sito posto nelle sue vicinanze. Per ciascun modello è stata dapprima calcolata la probabilità di superamento di un certo valore di accelerazione per poi valutare la probabilità di superamento di un certo valore di accelerazione al suolo, in funzione del tempo trascorso dall'ultimo terremoto. Tali probabilità sono state confrontate anche con i risultati forniti dal PPO, utilizzato quale riferimento.

2. PROCESSI DI RINNOVO PER L'OCCORRENZA DEI TERREMOTI

I modelli stocastici di rinnovo sono caratterizzati da eventi con distribuzioni dei tempi di intercorrenza indipendenti ed identicamente distribuiti (tale distribuzione caratterizza completamente il modello). Nel contesto sismico, questi modelli possono essere utilizzati per descrivere la sequenza di eventi di grande magnitudo. I processi di rinnovo sono utili quando si voglia mimare gli effetti nel tempo dell'accumulo di energia lungo la faglia e il conseguente rilascio che determina l'occorrenza di un terremoto, a seguito del quale lo stato di carico torna immediatamente a quello iniziale. Un'importante ipotesi alla base dell'utilizzo dei processi di rinnovo è che il sistema sorgente riparta *da zero* dopo l'occorrenza di un evento, il che può essere assimilato a che in un terremoto tutta l'energia accumulata sia rilasciata; per questo motivo sono modelli adatti a descrivere solo l'occorrenza di terremoti caratteristici (e quindi di magnitudo medio-grande). I modelli considerati in questo articolo sono: il modello Brownian Passage Time (BPT); un processo di rinnovo con distribuzione

dei tempi di intercorrenza Erlang (distribuzione Gamma con parametro di forma intero), e infine un modello in cui si assume una distribuzione Gamma inversa per il tempo di intercorrenza tra gli eventi.

Il modello BPT è stato scelto perché molto noto in letteratura; il modello Erlang perché permette di formulare un processo di conteggio degli eventi in forma chiusa; quello con Gamma inversa infine, perché semplicemente assume che il tasso di accumulo di energia alla sorgente sia una v.a. con distribuzione Gamma.

2.1. Brownian Passage Time

Il BPT (Matthews et al., 2002) modella il processo di accumulo alla sorgente attraverso un andamento medio lineare con incrementi aleatori gaussiani (indipendenti e identicamente distribuiti). Tale modello assume che immediatamente dopo un evento, lo stato di carico lungo la faglia si trovi ad un livello iniziale, cresca fino al raggiungimento di una soglia che determina un nuovo terremoto, dopo il quale il sistema si *rilassa* e torna istantaneamente nelle condizioni iniziali. Il modello ipotizza che lo stato di carico iniziale e finale siano valori deterministici¹.

È possibile dimostrare che, in accordo alle assunzioni precedentemente effettuate, la funzione densità di probabilità (PDF) del tempo di interarrivo tra due eventi $f_T(t)$, segue una distribuzione Gaussiana inversa, Equazione (1). Tale distribuzione è completamente descritta da due parametri: il tempo medio di ricorrenza dell'evento (μ , anche definito periodo di

ritorno) ed il coefficiente di variazione, o aperiodicità, (α) .

$$f_T(t) = \sqrt{\frac{\mu}{2 \cdot \pi \cdot \alpha^2 \cdot t^3}} \cdot e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2 \cdot \mu \cdot \alpha^2 \cdot t}}$$
(1)

Il valore medio del tempo di intercorrenza o il suo reciproco, il tasso medio di occorrenza, è il parametro di primo interesse, poiché valuta la frequenza tipica con cui avviene l'evento. L'aperiodicità viene scelto come secondo parametro di interesse e misura l'irregolarità della sequenza; e.g., una sequenza deterministica ha un'aperiodicità $\alpha = 0$.

2.2. Processo di rinnovo con distribuzione dei tempi di interarrivo Erlang (PRg)

In questo processo, per la modellazione dei tempi di intercorrenza tra gli eventi, si considera una distribuzione Erlang (ovvero una distribuzione Gamma con parametro di forma intero, k, e parametro di scala reale, λ). Questa distribuzione è definita dall'Equazione (2) dove Γ è la funzione Gamma. Il valore medio e la varianza di $f_T(t)$ sono fornite rispettivamente da $\lambda/k \in \lambda/k^2$.

¹ È possibile rimuovere queste ipotesi mantenendo, in alcuni casi, la possibilità di derivare una soluzione in forma analitica per la distribuzione dei tempi di interarrivo.

$$f_T(t) = \frac{\lambda \cdot (\lambda \cdot t)^{k-1}}{\Gamma(k)} \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$
(2)

Sebbene questa distribuzione non possa essere facilmente giustificata dal punto di vista di un modello fisico della sorgente, essa ha una forma flessibile che permette di approssimare facilmente qualsiasi altra distribuzione giustificabile fisicamente (Takahashi et al., 2004). Inoltre, essa può essere vista come la somma di k v.a. esponenziali indipendenti ed identicamente distribuite e permette di formulare il processo di conteggio che regola l'arrivo dei successivi eventi sismici attraverso i risultati disponibili per il PPO (l'unica differenza è che per il caso Erlang si ha un evento ogni k arrivi del processo di Poisson). Uno dei principali vantaggi di questo processo è dunque la possibilità di formulare in modo analitico la probabilità di osservare almeno un evento fino a t, $N(t) \ge 1$, assumendo l'origine dei tempi in coincidenza dell'ultimo terremoto e t_0 l'istante di inizio osservazione, Equazione (3).

$$P[N(t) \ge 1 | N(t_0) = 0] = 1 - P[N(t) = 0 | N(t_0) = 0] = 1 - \frac{\sum_{i=0}^{k-1} \frac{(\lambda \cdot t)^i}{i!} \cdot e^{-\lambda \cdot t}}{\sum_{i=0}^{k-1} \frac{(\lambda \cdot t_0)^i}{i!} \cdot e^{-\lambda \cdot t_0}}$$
(3)

Calcolando anche la probabilità di osservare *esattamente un evento* nella stessa finestra temporale, Equazione (4), è stato possibile valutare se fosse lecito trascurare la probabilità di osservarne più di uno. Infatti, i risultati (che non vengono riportati per brevità) hanno mostrato che se il tempo di osservazione è molto più piccolo del tempo medio di ricorrenza degli eventi, come in genere accade nelle analisi di rischio sismico di interesse per l'ingegneria, la probabilità di avere più di un evento è simile a quella di averne esattamente uno. Questo risultato verrà sfruttato nella sezione 4.

$$P[N(t)=1|N(t_{0})=0] = \frac{\sum_{i=0}^{k-1} \left[\frac{(\lambda \cdot t_{0})^{i}}{i!} \cdot e^{-\lambda \cdot t_{0}} \cdot \sum_{j=k-i}^{2\cdot k-i-1} \frac{(\lambda \cdot (t-t_{0}))^{j}}{j!} \cdot e^{-\lambda \cdot (t-t_{0})} \right]}{\sum_{i=0}^{k-1} \frac{(\lambda \cdot t_{0})^{i}}{i!} \cdot e^{-\lambda \cdot t_{0}}}$$
(4)

2.3. Processo di rinnovo con distribuzione del tempo di intercorrenza Gamma-inversa (PR_{gi})

In questo processo, particolarmente semplice, (Pandey and van Noortwijk, 2004) la distribuzione del tempo tra due eventi è una v.a. con distribuzione Gamma inversa: Equazione (5), dove $\gamma \in \beta$ sono rispettivamente il parametro di forma ed il parametro di scala della distribuzione. Esso può fare riferimento al caso in cui il tasso di accumulo di energia alla sorgente sia una variabile aleatoria con distribuzione Gamma.

$$f_T(t) = \frac{\beta^{\gamma}}{\Gamma(\gamma)} \cdot \left(\frac{1}{t}\right)^{\gamma+1} \cdot e^{-\frac{\beta}{t}}$$
(5)

3. MODELLI SLIP- E TIME-PREDICTABLE

I modelli descritti in questa sezione considerano, almeno in principio, una relazione tra il tempo di occorrenza e la magnitudo dell'evento (e.g., Anagnos and Kiremidijan, 1988).

3.1. Modello slip-predictable

Nel modello slip-predictable (SP; Kiremidjian e Anagnos, 1984) i tempi di interarrivo sono modellati come v.a. Weibull (Equazione (6), dove b è il parametro di forma ed 1/a è il parametro di scala) indipendenti e identicamente distribuite. Il processo dunque è di rinnovo per quanto concerne i tempi di interarrivo degli eventi.

$$f_T(t) = (a \cdot b) \cdot (a \cdot t)^{b-1} \cdot e^{-(a \cdot t)^{o}}$$
(6)

Tuttavia, la magnitudo dell'evento (M) dipende dal tempo trascorso dall'ultimo terremo-

to, in particolare aumenta con esso. La distribuzione delle magnitudo, può dunque essere ottenuta attraverso una trasformazione di v.a. e dipende sia dal tempo trascorso dall'ultimo terremoto sia dall'ampiezza dell'intervallo di osservazione. In particolare, se si assume una relazione deterministica tra il tempo di occorrenza dell'evento e la sua magnitudo (vedi Equazione (10)), i valori di t_0 e t definiscono i valori possibili che la magnitudo dell'evento successivo può assumere. La conseguente distribuzione della magnitudo è fornita nell'Equazione (7); essa è una trasformazione della variabile aleatoria tempo, tenendo conto dell'opportuno troncamento che vincola M rispetto a t_0 e t.

$$f_{M}\left(m(t_{0},t)\right) = \begin{cases} \frac{f_{T}\left(t\right)}{t} \cdot \frac{dt}{dm} & M \in \left]m_{t_{0}}, m_{t}\right] \\ \int_{t_{0}}^{t} f_{T}\left(t\right) \cdot dt & \\ 0 & M \notin \left]m_{t_{0}}, m_{t}\right] \end{cases}$$
(7)

3.2. Modello time-predictable

Il modello time-predictable (TP) assume che la probabilità di occorrenza di un terremoto dipende dalla dimensione e dall'istante di occorrenza del precedente (Anagnos e Kiremidjian, 1984). In particolare, maggiore è la magnitudo dell'ultimo evento, maggiore è il tempo di attesa per quello successivo. Le magnitudo degli eventi sono considerate v.a. indipendenti ed identicamente distribuite. I tempi di interarrivo hanno una distribuzione Weibull, Equazione (8), formalmente uguale a quella fornita nell'Equazione (6), tranne per il fatto che i parametri sono definiti condizionatamente alla dimensione dell'ultimo evento, ovvero, in funzione del tempo necessario affinché si accumuli sufficiente energia per dar luogo ad un nuovo terremoto.

$$f_{T|M}\left(t\left|M=m\right)=a_{m}\cdot b_{m}\cdot\left(a_{m}\cdot t\right)^{b_{m}-1}\cdot e^{-\left(a_{m}\cdot t\right)^{b_{m}}}$$
(8)

4. PERICOLOSITÀ PER MODELLI DI OCCORRENZA STORIA-DIPENDENTI

Data una singola sorgente in grado di generare un terremoto di magnitudo caratteristica m, la probabilità che venga superato almeno una volta un certo valore di intensità del moto al suolo a partire da un istante di inizio osservazione t_0 nei successivi $t - t_0$ anni (con $t > t_0$), può essere scritta così come mostra l'Equazione (9), dove $P[IM(t_0,t) > im]$ è la probabilità che il valore di soglia sia superato nella finestra temporale di osservazione. Tale probabilità è marginale rispetto a un qualsiasi numero di terremoti nell'intervallo (t_0,t) . Col termine P[IM > im | m, r], invece si indica la probabilità di superamento della soglia nel singolo evento e può essere calcolata tramite una legge di attenuazione del moto sismico. L'Equazione (9) si approssima, tenendo conto che, nei casi tipici di ingegneria sismica la probabilità di avere più di un evento tra t_0 e t è trascurabile se l'intervallo (t_0,t) è piccolo rispetto ai periodi di ritorno degli eventi considerati. Ovviamente, nel caso in cui la magnitudo sia una v.a., nell'equazione è richiesta un'operazione di marginalizzazione, in cui si assume la distanza (R) sito-sorgente data e pari a r^* .

$$P\left[IM(t_0,t) > im\right] \approx P\left[IM > im \mid N(t_0,t) = 1\right] \cdot P\left[N(t_0,t) = 1\right]$$

$$P\left[IM (t_{0},t) > Im\right] \sim P\left[IM > Im + N(t_{0},t) = 1\right] + \left[IV(t_{0},t) = 1\right] =$$

$$\approx P\left[IM > im + N(t_{0},t) = 1\right] \cdot \left\{1 - P\left[N(t_{0},t) = 0\right]\right\} =$$

$$= \left\{1 - P\left[N(t_{0},t) = 0\right]\right\} \cdot \int_{m} P\left[IM > im + m, r^{*}\right] \cdot f_{M}(m(t_{0},t)) \cdot dm$$
(9)

4.1. Applicazione illustrativa

In questa sezione sono mostrati diversi esempi al fine di comprendere meglio i processi descritti precedentemente. In particolare, è stata calcolata la pericolosità di un sito influenzato dalla sola faglia di Paganica (in Italia centrale, Fig. 1a) utilizzando i diversi modelli in esame ed assumendo quale misura di intensità, la massima accelerazione al suolo (*peak ground acceleration* o PGA). Per tutti i processi, è stato assunto un valore di magnitudo, fisso o aleatorio a seconda del modello. Per ciascuno dei modelli in esame, i parametri delle distribuzioni dei tempi di interarrivo sono stati calibrati in modo da avere stesso valore medio marginale (750 anni) e stesso coefficiente di variazione (CoV=0.43); per tali valori si è fatto riferimento all'articolo di Pace et al. (2006).

Nella Tabella 1 sono forniti i valori dei parametri utilizzati (per la distribuzione Erlang il valore medio è diverso da 750 anni per utilizzare un parametro di forma intero). È da notare che i modelli SP e TP hanno gli stessi parametri. Nel modello TP infatti, si è assunto che lo stato di carico iniziale sia nullo e che la soglia (espressa in termini di spostamento della faglia) per cui si ha l'occorrenza dell'evento sia di 45 cm. Considerando quindi, un tasso di carico costante di 0.06 cm/anno (Pace et al., 2006), il tempo medio all'evento successivo (pari al rapporto tra lo spostamento necessario affinchè venga raggiunto il valore di soglia ed il tasso di carico) è di 750 anni. Tale valore è la media della distribuzione del tempo di intercorrenza tra due eventi. Considerando per entrambi i modelli un CoV=0.43, i parametri delle due distribuzioni coincidono.

Modello	Parametri delle distribu-		Tempo medio di interrarivo	CoV
	zioni		[anni]	
HPP	$\mu = 750$		750	1
BPT	$\mu = 750$	$\alpha = 0.43$	750	0.43
Erlang	k = 5	$\lambda = 0.0072$	693	0.45
Gamma inversa	γ= 7.3	β= 4725	750	0.43
Slip-predictable	a = 0.00118	b = 2.5	752	0.43
Time-predictable	$a_{6.3} = 0.00118$	$b_{6.3} = 2.5$	752	0.43

Tabella 1. Parametri (periodo di ritorno e CoV) per la faglia di Paganica utilizzati nella $f_T(t)$.

La Figura 1b mostra le distribuzioni marginali dei tempi di interarrivo ottenute per i diversi modelli. La Figura 2a mostra la probabilità di osservare almeno un evento in un intervallo di tempo di 50 anni al variare del tempo trascorso dall'ultimo terremoto.

Considerando la similitudine delle PDF dei tempi di interarrivo, l'approssimazione effettuata nell'Equazione (9) è stata utilizzata per tutti i modelli. Per valutare il termine $P[IM > im | m, r^*]$ è stata utilizzata la legge di Sabetta e Pugliese (1996); il sito è stato

fissato ad una distanza Rjb (i.e., Joyner e Boore, 1981) di 5 Km.

Mentre per i processi di rinnovo, è stata considerata una magnitudo caratteristica pari a 6.3, per i modelli SP e TP è stata definita una distribuzione delle magnitudo. Nel primo caso, la distribuzione delle magnitudo è stata ottenuta attraverso una trasformazione di v.a. (Equazione (7)). Infatti, come precedentemente discusso, esiste una relazione tra il tempo di occorrenza degli eventi e la loro magnitudo, Equazione (10). Tale relazione (considerata deterministica) è stata ottenuta da Kiremidjian e Anagnos (1984) dove ρ è la rigidezza ela-

stica della crosta (assunta pari a $3 \cdot 10^{11} dyne/cm^2$), \dot{u} è il tasso di spostamento della faglia (assunto uguale a 0.06 *cm/anno*) e *M* è la magnitudo momento (*dyne* · *cm*).

$$t = 10^{0.68 \cdot M + 8.92} / (\dot{u} \cdot \rho) = 10^{0.68 \cdot M + 8.92} / (0.06 \cdot 3 \cdot 10^{11})$$
(10)

Per il modello TP si è ipotizzato che le magnitudo seguano una distribuzione Gaussiana troncata nell'intervallo [5.8-6.8]; il valore medio è posto uguale a 6.3 ed è stata adottata una deviazione standard arbitrariamente pari a 0.1667.



Figura 1. Schema della sorgente e del sito (a) e PDF dei tempi di interarrivo per i vari modelli (b).

In Figura 2b, è riportata la probabilità che la PGA superi un certo valore (assunto a titolo di esempio pari a 0.447g; tale valore corrisponde alla PGA mediana ottenuta dalla legge di attenuazione di Sabetta e Pugliese per una magnitudo momento 6.3 ed una distanza di 5 km) in funzione del tempo trascorso dall'ultimo terremoto.

Si osserva che i diversi modelli conducono a risultati tanto più differenti quanto maggiore è il valore di t_0 , cioè il tempo trascorso dall'ultimo evento.



Figura 2. Probabilità di almeno un evento in 50 anni in funzione del tempo trascorso dall'ultimo terremoto (a) e pericolosità in 50 anni per un valore di PGA = 0.447 g (b).

5. CONCLUSIONI

Sebbene il processo di Poisson Omogeneo sia un processo privo di memoria, in cui i tempi di interarrivo hanno una distribuzione di tipo esponenziale, esso è largamente utilizzato per la valutazione della pericolosità sismica. Tuttavia, quando si considera una singola faglia oppure una scala temporale diversa da quella del lungo termine, l'utilizzo di processi storiadipendenti potrebbe risultare più appropriato. In questo articolo, attraverso semplici esercizi tesi alla valutazione della pericolosità sismica, sono stati esaminati diversi modelli storiadipendenti utilizzati per la modellazione dell'occorrenza dei terremoti su singola sorgente.

A titolo di esempio, sono stati presi in esame la faglia di Paganica (in Italia centrale) ed un sito distante 5 Km da essa. Per quest'ultimo, sono state calcolate sia la probabilità di occorrenza di almeno un evento in 50 anni, sia la pericolosità in termini di probabilità di superamento di un certo valore di intensità del moto al suolo (in particolare la PGA) nello stesso intervallo di tempo, in funzione del tempo trascorso dall'ultimo terremoto. Tutti i modelli sono stati calibrati in modo che le distribuzioni dei tempi di intercorrenza avessero i primi due momenti comparabili.

I modelli rivisti forniscono, almeno nelle applicazioni considerate, risultati di andamento analogo, fino ad un tempo trascorso dall'ultimo terremoto comparabile con il periodo di ritorno medio considerato, valore oltre il quale le soluzioni tendono a diventare sempre più divergenti. Ciò è dovuto alle differenti assunzioni analitiche che andrebbero verificate su base empirica prima di optare per uno di essi nel calcolo delle azioni sismiche sulle strutture, soprattutto nel caso di sorgenti per cui si hanno informazioni sulla sismicità solo su base di evidenze geologiche, e quindi in relazione a ultimi terremoti molto lontani nel tempo.

6. RINGRAZIAMENTI

La ricerca è stata sviluppata nell'ambito del progetto Analisi del Ciclo di Vita di Edifici Esistenti in Cemento Armato finanziato nel 2008 dal Ministero dell'Università e della Ricerca nell'ambito dei Programmi di Ricerca Scientifica di Rilevante Interesse Nazionale.

BIBLIOGRAFIA

Anagnos, T., Kiremidjian, A.S.: Stochastic time-predictable model for earthquake occurrences. Bulletin of the Seismological Society of America, 74(6), 1984, pp. 2593-2611.

Anagnos, T., Kiremidjian, A.S.: A review of earthquake occurrence models for seismic hazard analysis. Probabilistic Engineering Mechanics, 3(1), 1988, pp. 3-11.

Joyner, W.B., Boore, D.M.: Peak horizontal acceleration and velocity from strong motion records including records from the 1979 Imperial Valley, California, Earthquake. Bulletin of the Seismological Society of America 71, 1981, pp. 2011-38.

Kiremidjian A.S., Anagnos, T.: Stochastic slip-predictable model for earthquake occurrences. Bulletin of the Seismological Society of America, 74(2), 1984, pp. 739-755.

Kramer, S.L.: Geotechnical Earthquake Engineering. Prentice Hall, 1996.

Matthews, V.M., Ellsworth, L.W., Reasenberg, A.P.: A Brownian model for recurrent Earthquakes. Bulletin of the Seismological Society of America, 92(6), 2002, pp. 2233-2250.

McGuire, R.K.: Seismic Hazard and Risk Analysis, Earthquake Engineering Research Institute, MNO-10, Oakland, California, 2004, pp. 178.

Pace, B., Peruzza, L., Lavecchia, G., Boncio P.: Layered seismogenetic source model and probabilistic seismic-hazard analyses in central Italy. Bulletin of the Seismological Society of America, 96(1), 2006, pp. 107-132.

Pandey, M.D., van Noortwijk, J.M.: Gamma process model for time-dependent structural reliability analysis. In E. Watanabe, D. M. Frangopol, and T. Utsonomiya, curatori. Bridge Maintenance, Safety, Management and Cost, Taylor & Francis Group, Londra, 2004.

Sabetta, F., Pugliese, A.: Estimation of response spectra and simulation of nonstationarity earthquake ground motion, Bulletin of the Seismological Society of America, 86, 1996, pp. 337–352.

Takahashi, Y., Der Kiureghian, A., Ang, H-S A.: Life-cycle cost analysis based on a renewal model of earthquake occurrences. Earthquake Engineering Structural Dynamics, 33, 2004, pp. 859-880.