

Analisi di probabilità di pericolosità sismica congiunta accelerazione di picco-durata

Iunio Iervolino, Gaetano Manfredi

Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Università degli Studi di Napoli Federico II, Via Claudio 21, 80125 – Napoli

Massimiliano Giorgio

Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale e Meccanica, Seconda Università degli di Napoli, Via Roma 29, 81031 – Aversa (CE)

Keywords: Attenuazione, Durata, Accelerazione, Pericolosità.

ABSTRACT:

Mentre è stato dimostrato che per le strutture nuove la durata dell'evento sismico ha un effetto secondario sulla vulnerabilità rispetto alla accelerazione spettrale quale misura di intensità del moto al suolo, per le strutture con comportamento ciclico degradante, come ad esempio quelle esistenti che costituiscono gran parte del patrimonio edilizio italiano, il potenziale di danno può essere dipendente da misure integrali del segnale e quindi alla durata dello stesso. Sembra dunque utile, sia per fini di progettazione che di valutazione sismica dell'esistente, affiancare alla tradizionale analisi di probabilità di pericolosità sismica in termini di accelerazione, uno strumento atto a valutare la sismicità del territorio in termini di durata. A tale scopo lo studio presentato, sulla base dei dati empirici, investiga una possibile equazione di predizione del moto sismico che, condizionata a magnitudo, distanza ed tipo di suolo, fornisca contemporaneamente accelerazione di picco al suolo (PGA) e durata espressa in termini del fattore adimensionale (I_D) di Cosenza e Manfredi. I risultati ottenuti mostrano come la distribuzione congiunta dei logaritmi PGA e I_D sia approssimabile come una normale bivariata, ciò garantisce una formulazione analitica della stessa e di tutte le distribuzioni condizionate e marginali da essa derivanti. Questo lavoro, sebbene rappresenti solo un primo passo verso la formulazione di una procedura di analisi di pericolosità sismica vettoriale di tipo picco-integrale, può essere ulteriormente sviluppato fino ad associare una distribuzione di durata associata a ciascun valore di PGA (relativo ad un certo periodo di ritorno) assegnato ad un sito di interesse.

1 INTRODUZIONE

Le recenti evoluzioni sul tema della analisi del rischio sismico delle strutture sta andando, sempre più, nella direzione della analisi vettoriale della pericolosità sismica. Per meglio legare la risposta della struttura allo scuotimento al sito, le misure di intensità tengono conto, contemporaneamente di diversi parametri, tipicamente di tipo spettrale.

Un certo tipo di strutture esistenti, soprattutto in Europa e nel bacino del Mediterraneo, possono essere sensibili non solo alle ordinate spettrali ma anche a misure integrali del segnale accelerometrico in qualche modo legate alla richiesta energetica del terremoto al sito.

In questo lavoro si discute la caratterizzazione probabilistica, su base empirica, di un una misura vettoriale di intensità sismica composta dalla PGA (Peak Ground Acceleration o accelerazione di picco al suolo) e l'indice di Cosenza e Manfredi (I_D) che è un parametro adimensionale per cui è stato dimo-

to un buon legame con il *numero di cicli equivalenti* (Manfredi, 2001). Il database di dati utilizzato è quello utilizzato in Sabetta e Pugliese (1996) che consiste in 95 registrazioni ottenute da 17 terremoti italiani di magnitudo compresa tra 4.6 e 6.8. Sono state elaborate 190 componenti orizzontali e 95 componenti verticali.

A partire dalle relazioni di Sabetta e Pugliese (1996) è stata ricavata una equazione di predizione di I_D e ne è stata probabilisticamente caratterizzata la distribuzione del residuo. Successivamente si è analizzata, sulla base degli stessi dati, la distribuzione congiunta dei logaritmi di PGA e I_D , valutandone i parametri e testando l'ipotesi di normalità multivariata. Ciò ha consentito di formulare analiticamente la distribuzione condizionata di I_D e PGA, anch'essa gaussiana. In linea di principio questo consente, per esempio, di associare alla accelerazione di picco di progetto la distribuzione di I_D opportuna.

2 RELAZIONE DI PREDIZIONE DEL LOGARITMO DI I_D

Il parametro I_D è definito come il rapporto tra l'intensità di Arias (I_A) del segnale accelerometrico e il prodotto di dei picchi di accelerazione e velocità, PGA e PGV rispettivamente, come in Eq. (1), in cui $a(t)$ rappresenta la storia di accelerazione e t_E è la durata totale del segnale.

$$I_D = \frac{\int_0^{t_E} a^2(t) dt}{PGA PGV} \quad (1)$$

Sabetta e Pugliese (1996) forniscono, sia in termini di distanza dalla rottura sia epicentrale, equazioni di predizione per tutti e tre i termini che compaiono in Eq. (1). Le relazioni di predizione possono essere usate per distanze entro i 100 Km e per magnitudo tra di 4.6 e 6.8. Il modello per tutti e tre i termini che compongono I_D è dello stesso tipo come riportato in Eq. (2),

$$\log_{10}(Y) = a + bM + c \log_{10} \sqrt{R^2 + h^2} + e_1 S_1 + e_2 S_2 + \varepsilon_Y \quad (2)$$

dove Y è il parametro di interesse, M è la magnitudo (M_S) dell'evento, R è la distanza espressa in Km e ε_Y il *residuo*, definito come una variabile aleatoria normale a media nulla e deviazione standard (σ_Y) pari alla deviazione standard del logaritmo Y . Le variabili S_1 ed S_2 si riferiscono al tipo di sito considerato e che assumono valore 1 rispettivamente per depositi superficiali e per suoli spessi oltre 20 m, valore 0 negli altri casi. I coefficienti che compaiono nella equazione sono stati determinati sulla base di analisi di regressione multipla non lineare e sono sinteticamente riportati in Tabella 1. Nel seguito μ_Y la media del logaritmo in base 10 di Y verrà sinteticamente indicata con μ_Y .

Tabella 1. Coefficienti di Sabetta e Pugliese (1996) per le relazioni in distanza epicentrale.

	a	b	c	e_1	e_2	h
PGA	-1.845	0.363	-1	0.195	0	5.0
PGV	-0.828	0.489	-1	0.116	0.116	3.9
I_A	0.729	0.911	-1.818	0.244	0.139	5.3

Assumendo la media del logaritmo di I_D come condizionata agli stessi termini che compaiono in Eq. (2), risulta che questa può essere derivata immediatamente da quelle a cui si riferisce la Tabella 1, come indicato in Eq. (3).

$$\mu_{I_D} = \mu_{I_A} - \mu_{PGA} - \mu_{PGV} \quad (3)$$

Da questo risulta che l'equazione di predizione di I_D ha la forma riportata in Eq. (4),

$$\mu_{I_D} = a + bM + \log_{10} \left(\sqrt{\frac{(R^2 + h_{PGA}^2)(R^2 + h_{PGV}^2)}{(R^2 + h_A^2)^c}} \right) + e_1 S_1 + e_2 S_2 \quad (4)$$

In cui i coefficienti (a, b, c, e_1, e_2) sono combinazione lineare di quelli in Tabella 1, mentre i coefficienti h sono quelli omologhi nella stessa tabella avendo. I coefficienti della Eq. (4) sono sinteticamente riportati in Tabella 2. E' opportuno osservare che, avendo utilizzato esclusivamente le regole elementari dei logaritmi e delle distribuzioni gaussiane, nello studio condotto non sono state introdotte ulteriori approssimazioni.

Tabella 2. Coefficienti della relazione di predizione di I_D

a	b	c	e_1	e_2	h_1	h_2	h_3
0.41	0.06	1.818	-0.07	0.02	5.0	3.9	5.3

L'andamento della legge è del tipo in Figura 1. in cui si nota una amplificazione del parametro in funzione della distanza. Lo stesso tipo di dipendenza è stata anche trovata da Manfredi et al. (200?).

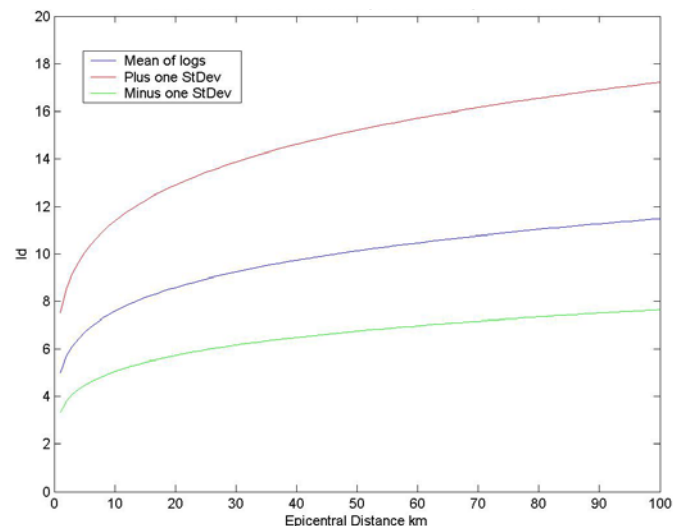


Figura 1. Andamento di I_D in funzione della distanza.

In relazione ai coefficienti dati in Tabella 2 vale la pena osservare che, in particolare, il valore del termine b relativo alla magnitudo dell'evento è di un ordine di grandezza inferiore rispetto agli omologhi in Tabella 1, ciò indica in prima istanza una scarsa dipendenza del parametro come indicato in Figura 2 e in Figura 3.

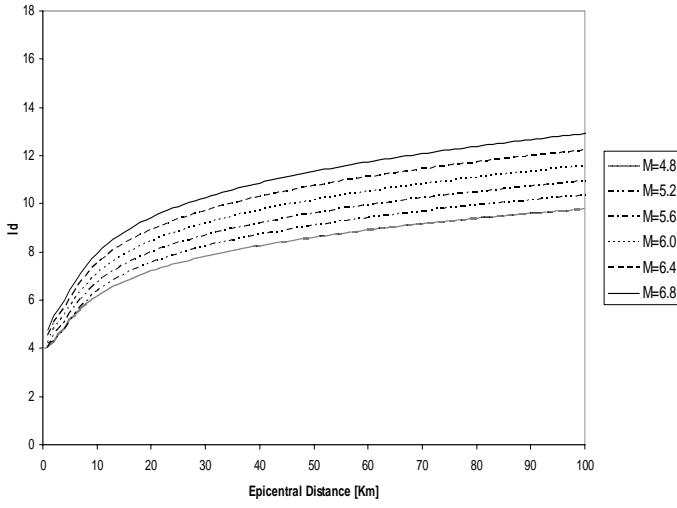


Figura 2. Dipendenza di I_D in funzione della distanza per diversi valori di magnitudo (shallow alluvium soil).

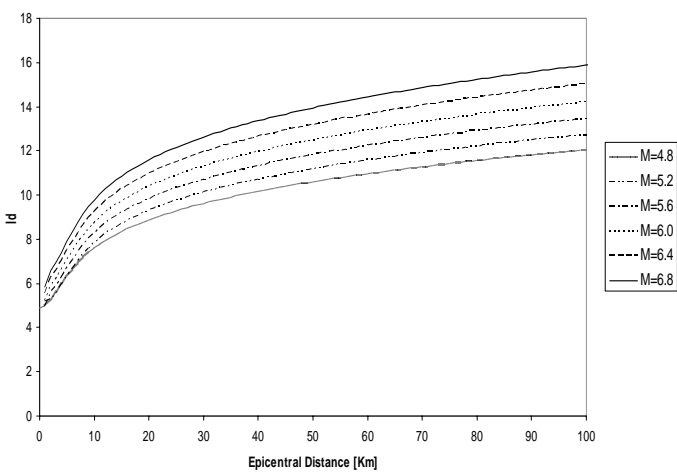


Figura 3. Dipendenza di I_D in funzione della distanza per diversi valori di magnitudo (deep alluvium soil).

Per la caratterizzazione del residuo del logaritmo di I_D definito come:

$$\varepsilon_{I_D} = \log_{10}(I_D) - \mu_{I_D} \quad (5)$$

occorre osservare che se la distribuzione di ε_Y è assunta gaussiana per tutti e tre i parametri che compaiono in Eq. (1), allora anche il residuo in Eq. (5) risulta essere normale e quindi I_D è distribuito secondo un distribuzione massa di probabilità (PDF) lognormale. La varianza del residuo del logaritmo può essere dunque calcolata in forma esatta secondo la relazione in Eq. (6):

$$\sigma_{I_D}^2 = \sigma_{I_A}^2 + \sigma_{PGA}^2 + \sigma_{PGV}^2 + 2\left(-\rho_{I_A,PGA}\sigma_{I_A}^2\sigma_{PGA}^2 - \rho_{I_A,PGV}\sigma_{I_A}^2\sigma_{PGV}^2 + \rho_{PGA,PGV}\sigma_{PGA}^2\sigma_{PGV}^2\right) \quad (6)$$

in cui σ_{I_A} , σ_{PGA} , σ_{PGV} sono le deviazioni standard fornite da Sabetta e Pugliese (1996) e valgono: 0.397; 0.190; 0.249 rispettivamente, mentre i coefficienti di correlazione $\{\rho_{I_A,PGA}, \rho_{I_A,PGV}, \rho_{PGA,PGV}\}$ sono stati ricavati dagli stessi dati e valgono 0.719, 0.855 e 0.828 rispettivamente. Gli scatter-plots da

Figura 4 a Figura 6 riportano in forma grafica la correlazione tra i residui di interesse.

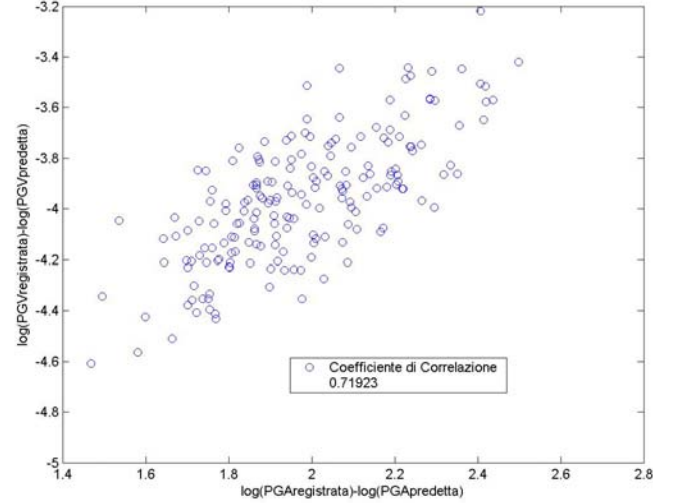


Figura 4. Scatter-plot del residuo di PGV rispetto a quello di PGA.

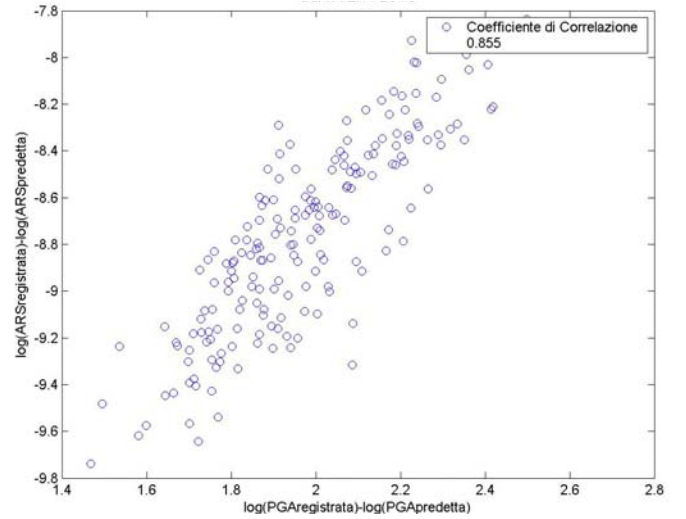


Figura 5. Scatter-plot del residuo di I_A rispetto a quello di PGA.

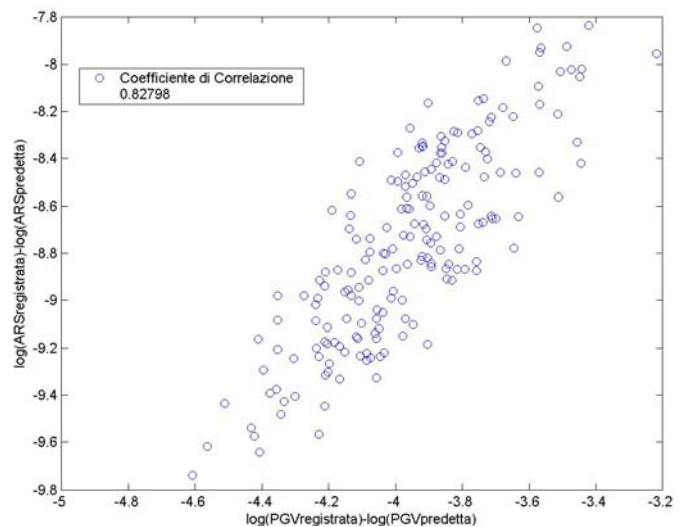
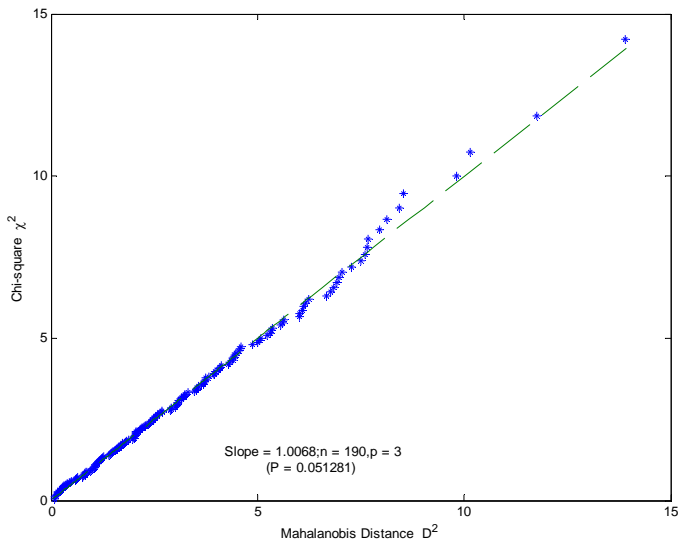


Figura 6. Scatter-plot del residuo di I_A rispetto a quello di PGV.

Da questa analisi risulta che la dispersione del logaritmo di I_D è 0.176.

3 DISTRIBUZIONE MULTIVARIATA DI PGA, PGV, I_D.

Risulta, alla luce dei risultati ottenuti, calcolare la probabilità di superamento del parametro I_D, sempre legata alla magnitudo ed alla distanza, ma condizionata ad un prefissato valore della PGA. Per fare ciò ridimostreremo la normalità univariata dei logaritmi di PGA, PGV ed I_A, la normalità trivariata dei tre parametri. Per quanto riguarda le componenti univariate (PGA, PGV, I_A) si è proceduto ai test di D'Agostino per l'ipotesi nulla di distribuzione normale del parametro. Il test è stato eseguito su tutti 190 (senza distinzione di Magnitudo, Distanza o suolo). I dati di sabetta e pugliese con medie e dispersioni campionarie dei residui (Mardia, 1970).



Avendo provato la normalità multivariata della congiunta di PGA, PGV, I_A la PDF congiunta risulta:

$$f(\log_{10}(PGA), \log_{10}(PGV), \log_{10}(I_A)) = 2\pi \left| \hat{\Sigma} \right|^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2}(\bar{Y}-\bar{\mu})\hat{\Sigma}^{-1}(\bar{Y}-\bar{\mu})^T} \quad (7)$$

In cui $\{\bar{Y}; \bar{\mu}; \hat{\Sigma}\}$ sono il vettore delle variabili, il vettore delle medie e la matrice di varianza e covarianza rispettivamente.

$$\bar{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{PGA} \\ \mu_{PGV} \\ \mu_{I_A} \end{bmatrix}$$

$$\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{PGA}^2 & Cov[\varepsilon_{PGA}, \varepsilon_{PGV}] & Cov[\varepsilon_{I_A}, \varepsilon_{PGA}] \\ Cov[\varepsilon_{PGA}, \varepsilon_{PGV}] & \sigma_{PGV}^2 & Cov[\varepsilon_{I_A}, \varepsilon_{PGV}] \\ Cov[\varepsilon_{I_A}, \varepsilon_{PGA}] & Cov[\varepsilon_{I_A}, \varepsilon_{PGV}] & \sigma_{I_A}^2 \end{bmatrix}$$

Nel caso della distribuzione multivariata per $\log_{10}(PGA), \log_{10}(I_D), \log_{10}(I_A)$, ricordando che:

$$\log_{10}(I_D) = \log_{10}(I_A) - \log_{10}(PGA) - \log_{10}(PGV)$$

Ponendo:

$$\log_{10}(PGA) = A; \log_{10}(PGV) = V; \log_{10}(I_A) = Z; \log_{10}(I_D) = W;$$

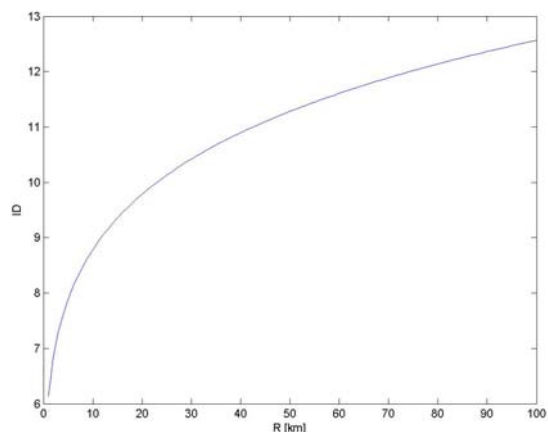
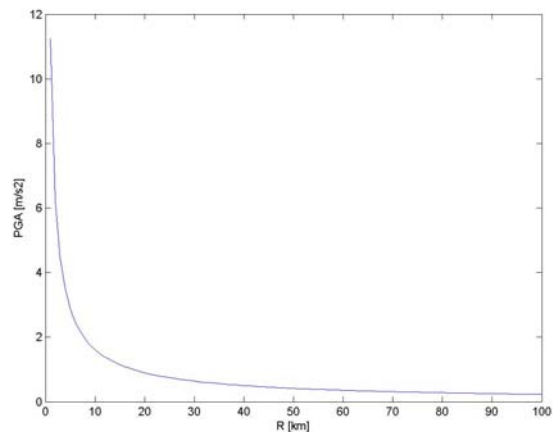
Il determinante jacobiano della trasformazione risulta essere:

$$|J| = \begin{vmatrix} \frac{\partial A}{\partial W} & \frac{\partial A}{\partial V} & \frac{\partial A}{\partial Z} \\ \frac{\partial W}{\partial W} & \frac{\partial W}{\partial V} & \frac{\partial W}{\partial Z} \\ \frac{\partial Z}{\partial W} & \frac{\partial Z}{\partial V} & \frac{\partial Z}{\partial Z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

4 DISTRIBUZIONE CONGIUNTA PGA, I_D – REGRESSIONE MULTIVARIATA

Non distinguendo per suolo:

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} -0.7934 & 0.4962 \\ 0.3074 & 0.0487 \\ -0.8429 & 0.1555 \end{bmatrix}; \hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0.0475 & -0.0071 \\ -0.0071 & 0.0312 \end{bmatrix}$$



Shallow Alluvium Soil:

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} -1.6304 & 0.6364 \\ 0.4979 & 0.0168 \\ -0.8901 & 0.1529 \end{bmatrix}; \hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0.0377 & -0.0117 \\ -0.0117 & 0.0279 \end{bmatrix}$$

Deep Alluvium Soil:

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} -0.7209 & -0.0726 \\ 0.2986 & 0.1563 \\ -0.8828 & 0.0229 \end{bmatrix}; \hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0.0311 & -0.0026 \\ -0.0026 & 0.0292 \end{bmatrix}$$

Non Alluvium Soil:

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} -0.7339 & 0.8637 \\ 0.2687 & -0.0296 \\ -0.7472 & 0.2167 \end{bmatrix}; \hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} 0.0461 & -0.0043 \\ -0.0043 & 0.0298 \end{bmatrix}$$

5 DISTRIBUZIONE CONDIZIONATA DEL LOGARITMO I_D DATO IL LOGARITMO DELLA PGA

La congiunta dei logaritmi vale:

$$f(\log_{10}(I_D), \log_{10}(PGA)) = \frac{1}{2\pi\sigma_{\log_{10}(I_D)}\sigma_{\log_{10}(PGA)}\sqrt{1-\rho^2}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\left(\frac{\log_{10}(I_D)-\mu_{\log_{10}(I_D)}}{\sigma_{\log_{10}(I_D)}}\right)^2 + \left(\frac{\log_{10}(PGA)-\mu_{\log_{10}(PGA)}}{\sigma_{\log_{10}(PGA)}}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{\log_{10}(I_D)-\mu_{\log_{10}(I_D)}}{\sigma_{\log_{10}(I_D)}}\right)\left(\frac{\log_{10}(PGA)-\mu_{\log_{10}(PGA)}}{\sigma_{\log_{10}(PGA)}}\right)\right]}$$

La distribuzione di I_D condizionata ad un particolare valore pga assunto dalla variabile PGA è ancora normale ed inoltre la funzione di regressione di una componente I_D rispetto alle altre componenti è lineare; la distribuzione ha una matrice di varianze e covarianze che non dipende dai valori della componente condizionante (omoscedasticità). Nel caso di distribuzioni normali bivariate, in cui le due funzioni di regressione di ciascuna delle due variabili rispetto all'altra sono lineari, ed inoltre le distribuzioni condizionate sono normali e omoscedastiche.

Distribuzioni condizionate nel caso generale di vettori aleatori normali:

$$f_{\log_{10}(I_D)|\log_{10}(PGA)=\log_{10}(pga)}(\log_{10}(I_D)|\log_{10}(PGA)=\log_{10}(pga)) =$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{\log_{10}(I_D)} & \Sigma_{\log_{10}(I_D),\log_{10}(PGA)} \\ \Sigma_{\log_{10}(I_D),\log_{10}(PGA)} & \Sigma_{\log_{10}(PGA)} \end{pmatrix}$$

$$\log_{10}(I_D)|\log_{10}(PGA)=\log_{10}(pga) \sim N[\mu; \sigma^2]$$

$$\begin{cases} \mu = \mu_{\log_{10}(I_D)} + \Sigma_{\log_{10}(I_D),\log_{10}(PGA)}\Sigma_{\log_{10}(PGA)}^{-1}(\log_{10}(pga) - \mu_{\log_{10}(PGA)}) \\ = \mu_{\log_{10}(I_D)} + \rho \frac{\sigma_{\log_{10}(I_D)}}{\sigma_{\log_{10}(PGA)}}(\log_{10}(pga) - \mu_{\log_{10}(PGA)}) \\ \sigma^2 = \Sigma_{\log_{10}(I_D)} - \Sigma_{\log_{10}(I_D),\log_{10}(PGA)}\Sigma_{\log_{10}(PGA)}^{-1}\Sigma_{\log_{10}(I_D),\log_{10}(PGA)} = \\ = \sigma_{\log_{10}(I_D)}^2(1 - \rho^2) \end{cases}$$

6 CONCLUSIONI

Gli obiettivi del presente lavoro erano quelli di giungere ad una valida relazione di predizione per il fattore di Cosenza e Manfredi (I_D), per poi elaborare due tipi di probabilità di superamento di tale parametro: una in funzione della magnitudo e della distanza, mentre l'altra, sempre con la dipendenza dalla magnitudo e dalla distanza, ma condizionata ad un prefissato valore della PGA. Il tutto nell'ottica di assumere l'equazione di predizione dell'indice di durata in questione, come input dell'Analisi Probabilistica di Pericolosità Sismica (PSHA) o di scenario.

Volendo riassumere le fasi salienti che hanno portato ai risultati ottenuti si può scrivere quanto segue.

Nella prima parte sono state introdotte le metodologie classiche della progettazione antisismica, quella basata cioè sulle grandezze spettrali ed, in particolare modo, basate sulla Peak Ground Acceleration.

Si è poi passati alla descrizione delle nuove metodologie basate sugli indici e funzionali di danno introducendo, inoltre, il fattore I_D di Cosenza e Manfredi.

Il passo successivo ha previsto lo studio dell'importanza che assume la durata nella risposta nonlineare delle strutture.

Tale analisi è stata sviluppata riepilogando, in breve, le varie definizioni di durata per poi discutere i risultati ottenuti da recenti studi dai quali si è evinto che l'influenza della durata comune a tutti i casi di studio, purchè si adotti un criterio di collasso che tenga conto dell'effettivo contenuto ciclico, assume proporzioni maggiori nel caso di strutture che presentano fenomeni di degrado dopo pochi cicli plastici. Pertanto, le strutture più esposte ad un danneggiamento legato alla durata dell'evento sismico sono le strutture in cemento armato o in muratura proget-

tate senza alcuna considerazione degli eventuali fenomeni di degrado ciclico.

Alla luce di questi risultati, sempre con il fine di proporre di assumere l'equazione di predizione dell'indice di durata in questione come input dell'Analisi Probabilistica di Pericolosità Sismica (PSHA), si è descritta dapprima l'Analisi di Rischio Sismico, di cui la PSHA ne rappresenta un aspetto fondamentale, per poi passare ad una dettagliata descrizione di tutte le fasi previste dalla PSHA.

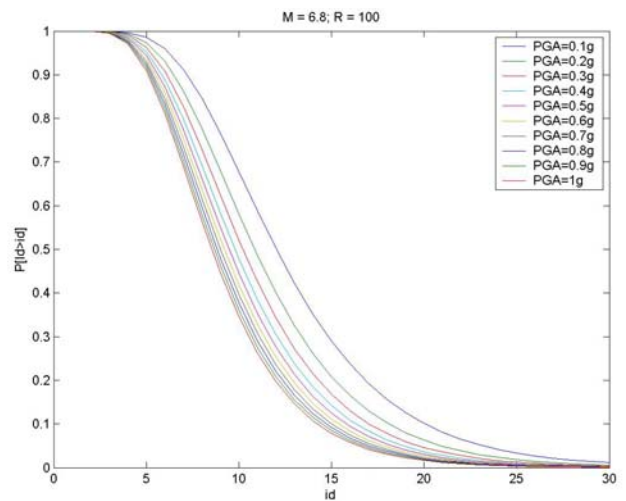
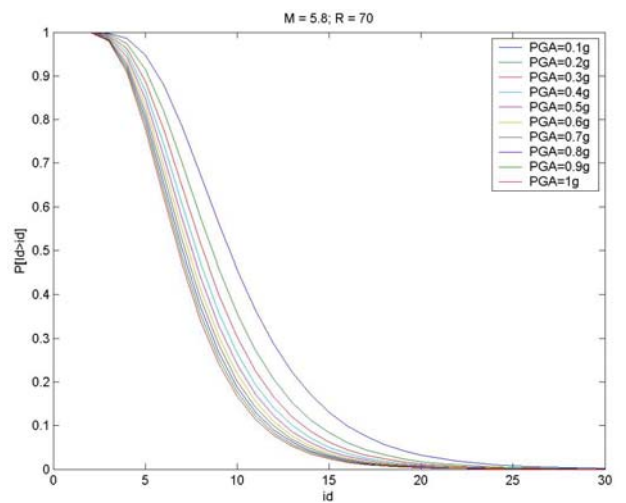
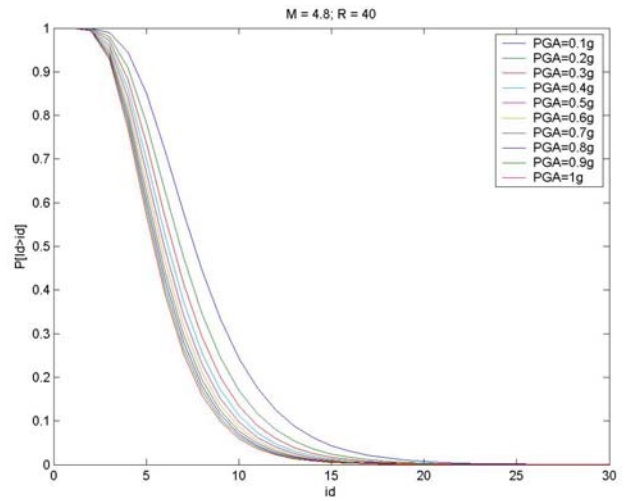
Poiché, inoltre, gli input cardine della PSHA risultano essere le leggi di attenuazione, si è passati a discutere delle diverse leggi di attenuazione proposte per il territorio italiano (espressioni generali, da cosa dipendono, caratterizzazione delle diverse costanti contenute). In particolare ci si è soffermati sulle più importanti in questo ambito e che sono state redatte da Sabetta e Pugliese per le diverse grandezze spettrali (Sabetta e Pugliese, 1987; Sabetta e Pugliese, 1996).

Nell'ultima parte si è presentata ed analizzata in dettaglio l'equazione di predizione per I_D .

Come già accennato precedentemente, nello studio condotto si è prevista una doppia valutazione della probabilità di superamento: una in funzione della magnitudo e della distanza, mentre l'altra, sempre con la dipendenza dalla magnitudo e dalla distanza, ma condizionata ad un prefissato valore della PGA. Il motivo fondamentale che ha fatto nascere l'esigenza di studiare questo secondo tipo di probabilità di superamento condizionata alla PGA è scaturito dall'osservazione che, nell'ambito della progettazione strutturale il parametro più importante di analisi è, appunto, la peak ground acceleration. E' questo, infatti, il parametro che viene utilizzato per la valutazione delle sollecitazioni di progetto da imporre nel calcolo delle nuove strutture, nonché nella verifica delle strutture esistenti.

Dagli studi condotti è stato possibile concludere che la congiunta dei parametri $\log_{10}PGA$ e $\log_{10}I_D$ risulta essere una normale bivariata.

Sfruttando tutti i suddetti risultati è stato possibile costruire la probabilità di superamento di I_D in funzione della magnitudo e della distanza, condizionata a prefissati valori della PGA.



RINGRAZIAMENTI

Gli autori intendono ringraziare il Prof. Fabio Sabetta per aver fornito loro i dati empirici alla base dello studio del 1996 e di questo, oltre che per le preziose discussioni sull'argomento.

BIBLIOGRAFIA

- Iervolino I., Manfredi G., Cosenza E. Ground Motion Duration Effects in Nonlinear Seismic Structural Analysis, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 35:21–38, 2006.
- Sabetta F. e Pugliese A. Estimation of response spectra and simulation of nonstationary earthquake ground motions. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 86, 2, 337-352, 1996.
- Cosenza E, Manfredi G. Damage indices and damage measures. *Progress in Structural Engineering and Materials* 2000; 2:50 –59.
- Manfredi Polese Cosenza
Mood
Mardia