



1

Marco Lapegna  
Parallel High Performance Computing  
4 – richiami calcolo parallelo

## dalla prima lezione

Obiettivi del calcolo parallelo:

- Risolvere uno stesso problema in minor tempo
- Risolvere un problema piu' grande nello stesso tempo

Esempio: previsioni meteorologiche

- Previsione a 3 giorni in un'ora
- Con un calcolatore di potenza doppia si puo' fare
  - Previsione a 3 giorni in mezz'ora
  - Previsione a 6 giorni in un'ora

2

Marco Lapegna  
Parallel High Performance Computing  
4 – richiami calcolo parallelo

## a) uno stesso problema in minor tempo

Idea di base:  
Decomposizione di un problema di dimensione  $N$  in  $P$  sottoproblemi indipendenti di uguale dimensione  $N/P$  da risolvere concorrentemente

```

graph TD
    N[N] --> NP1[N/P]
    N --> NP2[N/P]
    N --> NP3[N/P]
    N --> NP4[N/P]
  
```

3

Marco Lapegna  
Parallel High Performance Computing  
4 – richiami calcolo parallelo

## misurare l'efficacia della suddivisione

Misuriamo di quanto si riduce il tempo di esecuzione

Sia  $T(N,1)$  il tempo per la risoluzione del problema di dimensione  $N$  con  $P=1$  unita' di calcolo

Idealmente, fissato  $P > 1$ , ci si aspetta che il tempo di risoluzione si riduca di  $P$  volte, cioe'

$$T(N,P) = \frac{T(N,1)}{P}$$

Alla base di tale aspettativa ci sono alcune semplificazioni:

- Suddivisione esatta del problema in  $P$  parti
- Assenza di costi dovuti alla suddivisione
- Assenza di influenza di  $P$  sul tempo di esecuzione

4

Marco Lapegna  
Parallel High Performance Computing  
4 - richiami calcolo parallelo

### speed-up

Idealmente si ha

$$\frac{T(N, 1)}{T(N, P)} = P$$

Il rapporto

$$S_p = \frac{T(N, 1)}{T(N, P)} \quad \text{Speed Up}$$

misura quanto siamo vicini al caso ideale.

↓

Ovviamente si ha:

nel caso ideale

 $S_p = P$

in pratica

 $S_p < P$

5

Marco Lapegna  
Parallel High Performance Computing  
4 - richiami calcolo parallelo

### efficienza

Il valore ottenuto dello SpeedUp potrebbe avere poco senso se non lo si confronta al valore ideale

Il rapporto

$$E_p = \frac{S_p}{P} = \frac{S_p}{S_p^*} \quad \text{Efficienza}$$

Misura, in percentuale, quanto siamo vicini allo SpeedUp ideale

↓

Ovviamente si ha:

Caso ideale

 $E_p = 1$

in pratica

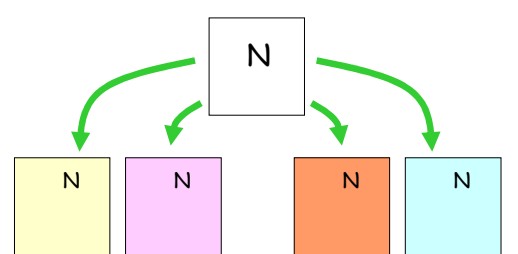
 $E_p < 1$

6

Marco Lapegna  
Parallel High Performance Computing  
4 - richiami calcolo parallelo

### un problema piu' grande nello stesso tempo

Idea di base:  
Risoluzione concorrente di P problemi di dimensione N



N.B. complessivamente si risolve un problema di dimensione PN

7

Marco Lapegna  
Parallel High Performance Computing  
4 - richiami calcolo parallelo

### come misurare l'efficacia della suddivisione

Misuriamo se, aumentando la dimensione del problema, il tempo rimane costante

Sia  $T(N, 1)$  il tempo per la risoluzione di un problema di dimensione N con  $P=1$  esecutore

Idealmente, fissato  $P > 1$ , ci si aspetta che il tempo di risoluzione di ciascuno dei P sottoproblemi sia

$$T(PN, P) = T(N, 1)$$

Alla base di tale aspettativa ci sono alcune semplificazioni:

- Suddivisione esatta del problema in P parti
- Assenza di costi dovuti alla suddivisione
- Assenza di influenza di P sul tempo di esecuzione

8

Marco Lapegna  
Parallel High Performance Computing  
4 - richiami calcolo parallelo

### efficienza scalata

Idealmente si ha

$$\frac{T(N, 1)}{T(PN, P)} = 1$$

Il rapporto

$$SE_p = \frac{T(N, 1)}{T(PN, P)} \quad \text{Efficienza Scalata}$$

Misura, in percentuale, quanto siamo vicini al caso ideale.

↓

Ovviamente si ha:

nel caso ideale

 $SE_p^* = 1$

in pratica

 $SE_p < 1$

9

Marco Lapegna  
Parallel High Performance Computing  
4 - richiami calcolo parallelo

### speed up scalato

Anche il valore ottenuto dell'efficienza scalata potrebbe avere poco senso se non lo si confronta con P

Il rapporto

$$SS_p = P SE_p = \frac{P T(N, 1)}{T(PN, P)} \quad \text{Speed Up Scalato}$$

Misura come usiamo i P processori

↓

Ovviamente si ha:

Caso ideale

 $SS_p^* = P$

in pratica

 $SS_p < P$

10

Marco Lapegna  
Parallel High Performance Computing  
4 - richiami calcolo parallelo

### caso ideale vs caso reale

Quali sono i fattori che impediscono di raggiungere il caso ideale?

- comunicazione / sincronizzazione
- I/O, accesso al file system
- generazione di thread e/o processi
- Inizializzazione di variabili
- Overhead per la suddivisione del problema

In generale  $T(N, 1)$  si puo' decomporre

$$T(N, 1) = T_{seq}(N, 1) + T_{par}(N, 1)$$

con

{	$T_{par}(N, 1)$	(sezione perfettamente parallelizzabile)
	$T_{seq}(N, 1) > 0$	(sezione sequenziale)

11

Marco Lapegna  
Parallel High Performance Computing  
4 - richiami calcolo parallelo

### qual e' l'impatto?

Da  $T(N, 1) = T_{seq}(N, 1) + T_{par}(N, 1)$  si ha

$$T(N, P) = T_{seq}(N, 1) + \frac{T_{par}(N, 1)}{P}$$

Definizione

$$\alpha = \frac{T_{seq}(N, 1)}{T(N, 1)}$$

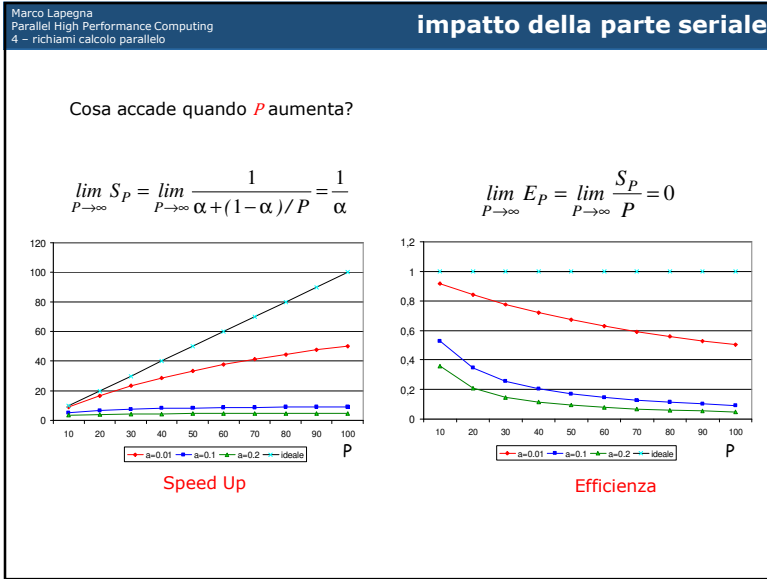
e' la **frazione seriale**, cioe' la percentuale di codice che non e' parallelizzabile

SpeedUp

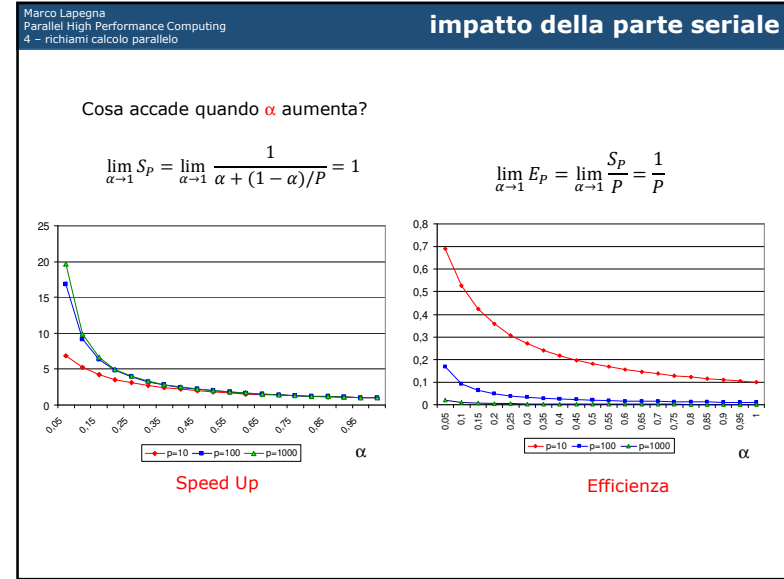
$$S_p = \frac{T(N, 1)}{T(N, P)} = \frac{T(N, 1)}{T_{seq}(N, 1) + T_{par}(N, 1)/P} = \frac{1}{\alpha + (1 - \alpha)/P}$$

Legge di Amdahl

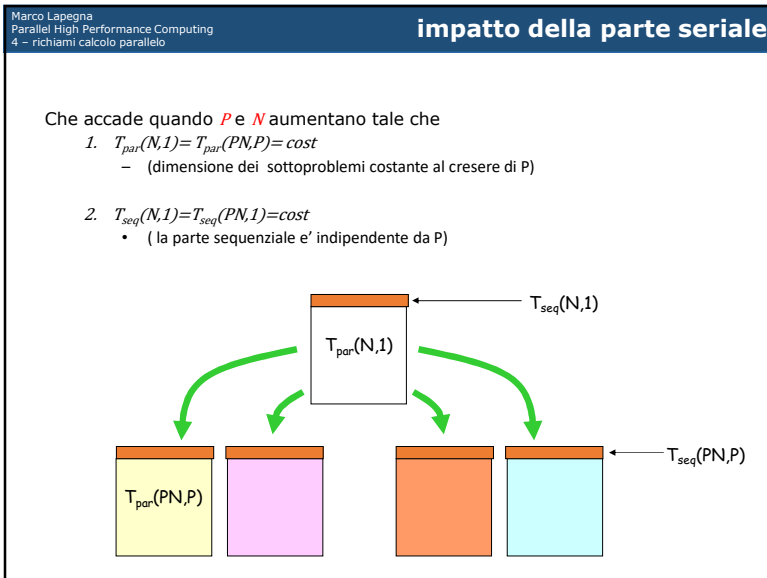
12



13



14



15

Marco Lapegna  
Parallel High Performance Computing  
4 - richiami calcolo parallelo

### impatto della parte seriale

Si ha

- Dalla 1.  $\rightarrow T_{par}(NP,1) = P T_{par}(N,1)$
- Dalla 2.  $\rightarrow \lim_{N \rightarrow \infty} \alpha = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{T_{seq}(N,1)}{T(N,1)} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{cost}{T(N,1)} = 0$

E quindi

$$S_P = \frac{T(PN,1)}{T(PN,P)} = \frac{T_{seq}(N,1) + P \cdot T_{par}(N,1)}{T(N,1)} = \alpha + (1-\alpha)P$$

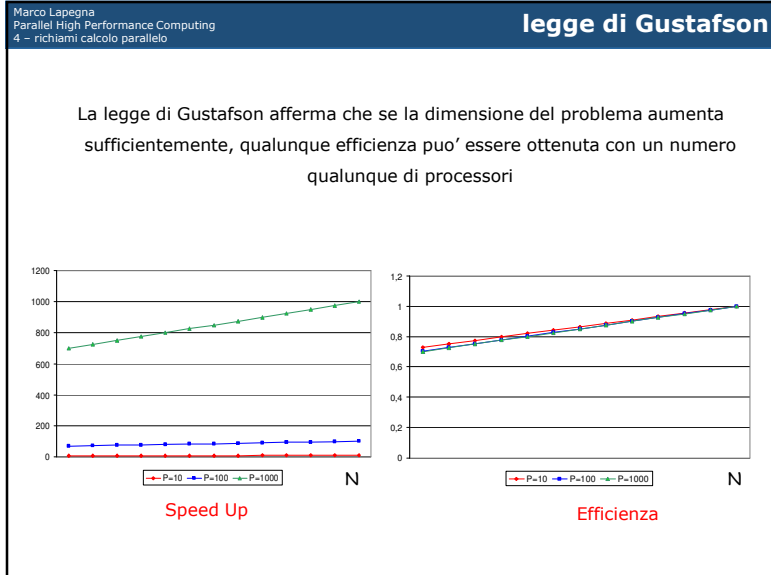
$$= P + (1-P)\alpha$$

Da cui

$$\lim_{N \rightarrow \infty} S_P = P \qquad \lim_{N \rightarrow \infty} E_P = \frac{S_P}{P} = 1$$

**Legge di Gustafson**  
(reinterpretazione della legge di Amdhal)

16



17