



1

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

Dalla precedente lezione

La macchina di Von Neumann:
e' uno schema dell'architettura del calcolatore

Principali componenti:

- La memoria
- L'unita' di controllo
- L'unita' logico aritmetica
- Le unita' di Input Output

In particolare, nella memoria del calcolatore sono memorizzati

DATI e ISTRUZIONI

La macchina di Von Neumann

Problema:
come sono rappresentate in memoria tali informazioni?

2

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

Tipi di dati

Per tipo di dato si intende **una classificazione** che definisce

- i **possibili valori** che un certo dato puo' assumere
- Le **operazioni** che possono essere fatte su quel dato
- Il **significato** in memoria di quel dato

I **tipi di dati elementari** sono:

- Il tipo intero
- Il tipo alfanumerico
- Il tipo logico
- Il tipo reale

3

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

Tipo di dato intero

Il **tipo intero** indica
il sottinsieme dei numeri relativi (interi positivi e negativi)
che possono essere rappresentati nella memoria di un calcolatore

In generale, nella **rappresentazione posizionale**,
le cifre di un numero sono i
coefficienti di una combinazione lineare delle potenze della base

ESEMPIO: base $b=10$ $123 = 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$

Nella memoria del calcolatore, poiche' le locazioni di memoria
sono costituite da bit, i dati di tipo intero
sono rappresentati col sistema posizionale binario (base $b=2$)

4

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

rappresentazione binaria pura

Analogamente con il sistema binario ($b = 2$)

Il numero intero $K=18$ (in base $b=10$)
puo' essere rappresentato in base $b=2$ come

$$K=10010$$

INFATTI

$$10010 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 16 + 2 = 18$$

(conversione da base $b=2$ a base $b=10$)

5

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

conversione da base 2 a base 10

si effettuano successive divisioni per la base $b=2$
fino ad ottenere quoziente 0,
e si prendono i resti in ordine inverso

$K = 18$

		Q	R
18	2	9	0
9	2	4	1
4	2	2	0
2	2	1	0
1	2	0	1

$K = 10010$

6

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

operazioni aritmetiche

le operazioni si svolgono secondo le normali regole aritmetiche

addizione: 18+7

(riporti)	(1)	(1)					
(18)	1	0	0	1	0	+	
(7)		0	0	1	1	1	=
	1	1	0	0	1		(25)

moltiplicazione: 11 * 5

(11)			1	0	1	1	*	
(5)				1	0	1	=	
			1	0	1	1		
		0	0	0	0			
	1	0	1	1				
	1	1	0	1	1	1		(55)

7

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

rappresentazione in memoria

In una locazione di memoria
si rappresentano le cifre binarie
del numero intero

rappresentazione di 18

locazione di memoria con $L=8$ bit

0	0	0	1	0	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

coefficienti di 2^7 2^6 2^5 2^4 2^3 2^2 2^1 2^0

Rappresentazione binaria pura
(rappresentazione unsigned)

8

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

racpresentazione binaria pura

La limitazione dello spazio implica un **Massimo** e un **Minimo intero rappresentabile**

0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

MIN = 0 minimo intero rappresentabile

1	1	1	1	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

MAX = 255 massimo intero rappresentabile

Con **L = 8 bit** un numero intero **K** e' rappresentabile se

$$0 \leq K \leq 255$$

In generale, con **L bit**, un intero **K** e' rappresentabile se

$$0 \leq K \leq 2^L - 1$$

9

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

racpresentazione dei numeri relativi

1) RAPPRESENTAZIONE SEGNO E MODULO

il primo bit della locazione di memoria contiene il segno

Ad esempio 1 = - e 0 = +

rappresentazione di **+18** rappresentazione di **-18**

0	0	0	1	0	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

↑ segno

1	0	0	1	0	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

↑ segno

Avendo **L=7** bit per la rappresentazione del modulo si ha **MAX=127**

un intero K e' rappresentabile se $-127 \leq K \leq 127$

In generale K e' rappresentabile se $-(2^{L-1} - 1) \leq K \leq 2^{L-1} - 1$

10

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

racpresentazione segno e modulo

La rappresentazione segno e modulo ha due difetti:

1) doppia rappresentazione dello 0

rappresentazione di **+0** rappresentazione di **-0**

0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

1	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

2) impossibilita' di effettuare la sottrazione come somma algebrica tra numeri di segno opposto ($X - Y \neq X + (-Y)$)

+18

0	0	0	1	0	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

 +

-5

1	0	0	0	0	1	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---

 =

1	0	0	1	0	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

-23

necessita' di due circuiti distinti per la somma e la differenza all'interno dell'ALU

11

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

Rappresentazione dei numeri relativi

2) RAPPRESENTAZIONE COMPLEMENTO A 2 (con L bit)

- La rappresentazione di un **numero positivo** coincide con la rappresentazione unsigned, utilizzando al piu' L-1 bit
- La rappresentazione di un **numero negativo** si effettua in due passi:
 - si **cambiano i bit 0 in 1 e viceversa** della rappresentazione del valore assoluto (complemento a 1)
 - si **aggiunge 1** al risultato

Esempio rappresentazione di **K = -18 con 8 bit**

rappresentazione di 18

0	0	0	1	0	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

complemento a 1

1	1	1	0	1	1	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---

aggiunta di 1 al risultato

1	1	1	0	1	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

rappresentazione di -18

Il primo bit di un numero negativo e' sempre 1 (ma non deve essere visto come il segno)

12

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

osservazioni

La conversione da binario a decimale si effettua con i passi inversi:

- Se il primo **bit=0 (numero positivo)** si converte con la rappresentazione unsigned
- Se il primo **bit=1 (numero negativo)** allora:
 - Si sottrae 1 alla rappresentazione
 - Si effettua il complemento a 1 e si ottiene l'opposto del numero da convertire

Esempio:

numero negativo!

1	1	1	0	1	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

 sottrai 1 al risultato

1	1	1	0	1	1	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---

 complemento a 1

0	0	0	1	0	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

 rappresentazione dell'opposto.
Quindi $k = -18$

13

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

rappresentazione complemento a 2

La rappresentazione complemento a 2 permette di eseguire la differenza come somma algebrica di numeri con segno opposto

eseguimo la somma algebrica tra **18** e **-18**

18	0	0	0	1	0	0	1	0
+ -18	1	1	1	0	1	1	1	0
	=							
	0	0	0	0	0	0	0	0

si ignora l'ultimo riporto → (1)

Inoltre

- | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

 e' l'unica rappresentazione dello 0!
- Con $L=8$ bit, un numero K e' rappresentabile se $-128 \leq K \leq 127$
- In generale con L bit, un numero K e' rappresentabile se $-2^{L-1} \leq K \leq 2^{L-1} - 1$

14

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

rappresentazione complemento a 2

1) E' possibile determinare l'opposto di un numero negativo mediante:

- sottrai 1 alla rappresentazione
- effettua il complemento a 1

Esempio:

-18

1	1	1	0	1	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

 sottrai 1

1	1	1	0	1	1	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---

 complemento a 1

18

0	0	0	1	0	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

2) E' possibile interpretare la rappresentazione in maniera "circolare", dove gli opposti sono simmetrici rispetto all'asse verticale

0 e -128 non hanno opposti!!

Esempio:

0 = 0000 0000
-1 = 1111 1111
1 = 0000 0001
-127 = 1000 0001
127 = 0111 1111
-128 = 1000 0000

15

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

Rappresentazione dei numeri relativi

3) RAPPRESENTAZIONE PER ECCESSO (CON BIAS O CON SHIFT)

Fissato un eccesso S , a partire dalla rappresentazione unsigned, si mappa l'intervallo $[-S; S-1]$ sull'intervallo $[0; 255]$

Esempio: $S=128$

rapp. unsigned

0	128	255
---	-----	-----

rapp. per eccesso

-128	0	127
------	---	-----

Ogni numero K nell'intervallo $[-128, 127]$ viene allora rappresentato unsigned con $128+K$ nell'intervallo $[0, 255]$

Esempi

$K = 18 \Rightarrow 128+18 = 146$

1	0	0	1	0	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

 rappresentazione di 146 unsigned

$K = -18 \Rightarrow 128-18 = 110$

0	1	1	0	1	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

 rappresentazione di 110 unsigned

16

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

osservazioni

- il **primo bit** di un numero negativo e' sempre 0 (ma non deve essere visto come il segno)
- La **conversione da binario a decimale** si effettua con i passi inversi
 - Si effettua la conversione unsigned
 - Si sottrae 128

Esempio:

1 0 0 1 0 0 1 0

Rappresentazione unsigned = 146

$K = 146 - 128 = 18$

17

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

inoltre

- 1 0 0 0 0 0 0 0** e' l'unica rappresentazione dello 0!
- Con $L=8$ bit, un numero K e' rappresentabile se $-128 \leq K \leq 127$
- In generale con L bit, un numero K e' rappresentabile se $-2^{L-1} \leq K \leq 2^{L-1} - 1$
- E' possibile eseguire la differenza come somma algebrica di numeri di segno opposto

eseguiamo la somma algebrica tra **18** e **-18**

	1 0 0 1 0 0 1 0	18 + 128
	+	
	0 1 1 0 1 1 1 0	-18 + 128
	=	
corrisponde a 2 volte 128 → (1)	0 0 0 0 0 0 0 0	0 + 256 (!) bisogna sottrarre 128
	1 0 0 0 0 0 0 0	0 + 128
	rappresentazione di 0 eccesso 128	

18

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

rappresentazione per eccesso: osservazioni

- La rappresentazione per eccesso e la rappresentazione complemento a 2 coincidono a meno del segno
- Anche la rappresentazione per eccesso ha una interpretazione circolare

Esempio:

-18 **1 1 1 0 1 1 1 0**
rappresentazione complemento a 2

-18 **0 1 1 0 1 1 1 0**
rappresentazione eccesso 128

Esempio:

$-128 = 0000\ 0000$
 $127 = 1111\ 1111$
 $-127 = 0000\ 0001$
 $1 = 1000\ 0001$
 $0 = 1000\ 0000$
 $-1 = 0111\ 1111$

19

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

ricapitolando

L = 8	Unsigned	Segno e modulo	Complemento a 2	Per eccesso
Intervallo di rappresentabilita'	[0 ; 255]	[-127 ; 127]	[-128 ; 127]	[-128 ; 127]
Rappr. di 0	0000 0000	0000 0000 1000 0000	0000 0000	1000 0000
Rappr. di MIN	0000 0000	1111 1111	1000 0000	0000 0000
Rappr. di MAX	1111 1111	0111 1111	0111 1111	0000 0000
Possibile somma algebrica	NO	NO	SI	SI

Nelle moderne CPU viene utilizzata la rappresentazione **complemento a 2** con $L = 32$

20

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

in generale

L generico	Unsigned	Segno e modulo	Complemento a 2	Per eccesso
Intervallo di rappresentabilita'	MIN = 0	MIN = $-(2^{L-1} - 1)$	MIN = -2^{L-1}	MIN = -2^{L-1}
	MAX = $2^L - 1$	MAX = $2^{L-1} - 1$	MAX = $2^{L-1} - 1$	MAX = $2^{L-1} - 1$

Nelle moderne CPU viene utilizzata la rappresentazione **complemento a 2 con L = 32**

↓

MIN = - 2147483648 **MAX = 2147483647**

21

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

operazioni aritmetiche

Sul tipo di dati intero sono definite le tradizionali operazioni aritmetiche:

- Addizione
- Sottrazione
- Moltiplicazione
- Divisione

OSSERVAZIONE

Poiche' nella rappresentazione del tipo intero non e' previsto il punto decimale, la **divisione tra numeri interi produce sempre un numero intero** per troncamento

Esempio: A=5, B=2 → A/B = 2

22

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

Overflow

La situazione per cui il **risultato** di una operazione tra due numeri rappresentabili **non e' rappresentabile** e' detta

OVERFLOW

Esempio: b=2, L=32 (situazione reale!)

$$\text{MAX} = 2^{L-1} - 1 \sim 10^9$$

Se K=13 si ha

$$K! = 6227020800 > \text{MAX}$$

Quindi

13! e' una operazione che provoca overflow

23

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

esempi

Se MAX=127, quanto fa 60+70?

Entrambi gli addendi sono rappresentabili, ma **il risultato non e' rappresentabile!**

Se MAX=127, quanto fa 60+70-40?

Tutti gli addendi sono rappresentabili ma
(60+70) - 40 **non e' rappresentabile**
mentre
60 + (70-40) **e' rappresentabile**

Alcune proprieta' dell'aritmetica tradizionale non valgono!

24

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

overflow

La situazione per cui il **risultato** di una operazione tra due numeri rappresentabili **non e' rappresentabile** e' detta

OVERFLOW

Esempio: $b=2, L=32$ (situazione reale!)

$$MAX = 2^{L-1} - 1 \sim 10^9$$

Se $K=13$ si ha

$$K! = 6227020800 > MAX$$

Quindi

$13!$ e' una operazione che provoca overflow

25

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

tipo di dato alfanumerico

Il **tipo di dati alfanumerico** indica l'insieme finito di caratteri solitamente usato nel linguaggio naturale scritto:

- Lettere dell'alfabeto (maiuscole e minuscole)
- Le cifre decimali (0, 1, 2, ..., 9)
- I caratteri speciali e di punteggiatura (!, @, #, \$, [, {, +, -, ...)

I caratteri sono combinati tra loro in **stringhe**

26

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

codici alfanumerici

Il tipo di dato alfanumerico e' rappresentato mediante opportuni codici

Codice: funzione di trasformazione di un carattere in un insieme di bit

Esistono vari tipi di codici

- **EBCDIC** (codice a 8 bit, utilizzato in calcolatori IBM negli anni 50 del XX sec.)
- **Fieldata** (codice a 7 bit, utilizzato nei calcolatori Univac negli anni 60 del XX sec.)
- **ASCII** (codice a 7 bit + 1 di controllo, nato come standard nel 1968)

carattere	Codice EBCDIC	Codice Fieldata	Codice ASCII
0	1111 0000	011 0000	0011 0000
1	1111 0001	011 0001	0011 0001
2	1111 0010	011 0010	0011 0002
A	1100 0001	000 0110	0100 0001
B	1100 0010	000 0111	0100 0010
C	1100 0011	000 1000	0100 0011
#	1111 1011	000 0011	0010 0011
@	1111 1100	000 0000	0100 0000
=	1111 1110	010 0100	0011 1101

27

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

codice ASCII

American Standard Code for Information Exchange

Dec	Hex	Oct	Bin	Char	Dec	Hex	Oct	Bin	Char	Dec	Hex	Oct	Bin	Char
0	0x00	000	0000000	NUL	32	0x20	040	01000000	space	64	0x40	100	1000000	@
1	0x01	001	0000001	SOH	33	0x21	041	01000001	!	65	0x41	101	1000001	A
2	0x02	002	0000010	STX	34	0x22	042	01000010	"	66	0x42	102	10000010	B
3	0x03	003	0000011	ETX	35	0x23	043	01000011	#	67	0x43	103	10000011	C
4	0x04	004	0000100	EOF	36	0x24	044	01001000	\$	68	0x44	104	10001000	D
5	0x05	005	0000101	ENQ	37	0x25	045	01001001	%	69	0x45	105	10001001	E
6	0x06	006	0000110	ACK	38	0x26	046	01001100	&	70	0x46	106	10001100	F
7	0x07	007	0000111	BEL	39	0x27	047	01001101	'	71	0x47	107	10001101	G
8	0x08	010	0001000	BS	40	0x28	050	01001000	(72	0x48	110	10010000	H
9	0x09	011	0001001	TAB	41	0x29	051	01001001)	73	0x49	111	10010001	I
10	0x0A	012	0001010	LF	42	0x2A	052	01001010	*	74	0x4A	112	10010010	J
11	0x0B	013	0001011	VT	43	0x2B	053	01001011	+	75	0x4B	113	10010011	K
12	0x0C	014	0001100	FF	44	0x2C	054	01001100	,	76	0x4C	114	10011000	L
13	0x0D	015	0001101	CR	45	0x2D	055	01001101	;	77	0x4D	115	10011001	M
14	0x0E	016	0001110	SO	46	0x2E	056	01001110	<	78	0x4E	116	10011100	N
15	0x0F	017	0001111	SI	47	0x2F	057	01001111	=	79	0x4F	117	10011101	O
16	0x10	020	0010000	DLE	48	0x30	060	01100000	/	80	0x50	120	10100000	P
17	0x11	021	0010001	DC1	49	0x31	061	01100001	.	81	0x51	121	10100001	Q
18	0x12	022	0010010	DC2	50	0x32	062	01100100	2	82	0x52	122	10100100	R
19	0x13	023	0010011	DC3	51	0x33	063	01100101	3	83	0x53	123	10100101	S
20	0x14	024	0010100	DC4	52	0x34	064	01101000	4	84	0x54	124	10101000	T
21	0x15	025	0010101	NAK	53	0x35	065	01101001	5	85	0x55	125	10101001	U
22	0x16	026	0010110	SYN	54	0x36	066	01101100	6	86	0x56	126	10101100	V
23	0x17	027	0010111	ETB	55	0x37	067	01101101	7	87	0x57	127	10101101	W
24	0x18	030	0011000	CAN	56	0x38	070	01110000	8	88	0x58	130	10110000	X
25	0x19	031	0011001	EM	57	0x39	071	01110001	9	89	0x59	131	10110001	Y
26	0x1A	032	0011010	SUB	58	0x3A	072	01110100	:	90	0x5A	132	10110100	Z
27	0x1B	033	0011011	ESC	59	0x3B	073	01110101	;	91	0x5B	133	10110101	[
28	0x1C	034	0011100	FS	60	0x3C	074	01111000	<	92	0x5C	134	10111000	\
29	0x1D	035	0011101	GS	61	0x3D	075	01111001	=	93	0x5D	135	10111001]
30	0x1E	036	0011110	RS	62	0x3E	076	01111100	>	94	0x5E	136	10111100	^
31	0x1F	037	0011111	US	63	0x3F	077	01111101	?	95	0x5F	137	10111101	DEL

Il codice ASCII rappresenta oggi lo standard per la rappresentazione del tipo alfanumerico

28

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

stringhe di caratteri

Ogni carattere del codice ASCII e' rappresentabile in una **locazione di memoria da 8 bit**

Se si ha necessita' di memorizzare piu' caratteri, si concatenano piu' locazioni di memoria

Esempio:
La parola NAPOLI puo' essere rappresentata utilizzando 6 locazioni di memoria consecutive

1	0	1	0	1	1	1	0	N
1	0	1	0	0	0	0	1	A
1	0	1	1	0	0	0	0	P
1	0	1	0	1	1	1	1	O
1	0	1	0	1	1	0	0	L
1	0	1	0	1	0	0	1	I

29

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

operazioni sui caratteri

Sul tipo di dato Alfanumerico sono definite le operazioni di

- **Confronto** (secondo l'ordinamento alfabetico, conservato dal codice ASCII)
- **Concatenazione** (es: pesce//cane = pescecane)

OSSERVAZIONE

Ovviamente sul sottinsieme del tipo alfanumerico {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

non sono definite le operazioni aritmetiche

30

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

tipo di dato logico

Il **tipo di dato Logico** indica l'insieme costituito da due soli elementi:

{ vero ; falso }

Si utilizza quindi nella verifica della **veridicita' di una proposizione**

Esempio:

P: Napoli e' in Campania **P e' una proposizione vera**

Q: 3 e' maggiore di 5 **Q e' una proposizione falsa**

31

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

rappresentazione

Per rappresentare i due valori in memoria sarebbe sufficiente un solo bit

MA

vero

0	0	0	0	0	0	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---

Poiche' la minima quantita' di memoria indirizzabile e' la locazione di memoria

falso

0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

Il tipo di dato logico e' rappresentato utilizzando un'intera locazione

32

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

operazione di negazione (NOT)

L'operazione di **negazione** e' un'operazione logica che agisce su un dato logico, cambiandone il valore

Esempio:
Siano due numeri $A=3$ e $B=5$

P: A e' minore di B (vero)

not P: A **non** e' minore di B (falso)

P	not P
V	F
F	V

33

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

Operazione di congiunzione (AND)

L'operazione di **congiunzione** e' un'operazione logica che agisce su due dati logici, ed e' vera solo se entrambi i dati sono veri

Esempi:
Siano $A=3$ $X=4$ $B=5$

P: X maggiore di A (vero)
Q: X minore di B (vero)

P and Q:
X maggiore di A **e** X minore di B
(cioe' X compreso tra A e B) = vero

P	Q	P and Q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

34

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

operazione di disgiunzione (OR)

L'operazione di **disgiunzione** e' un'operazione logica che agisce su due dati logici, ed e' vera se almeno uno dei dati e' vero

Esempi:
Siano $A=3$ $X=6$ $B=5$

P: X minore di A (falso)
Q: X maggiore di B (vero)

P OR Q:
X minore di A **oppure** X maggiore di B
(cioe' X esterno a $[A, B]$) = vero

P	Q	P or Q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

35

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

osservazioni

In un'espressione logica le operazioni vengono eseguite nel seguente ordine:

1. NOT
2. AND
3. OR

Esempio: $P=falso, Q=falso, T=falso$
 $NOT P OR Q AND T = \text{vero}$

E' possibile alterare l'ordine mediante le parentesi

Esempio: $P=falso, Q=falso, T=falso$
 $(NOT P OR Q) AND T = \text{falso}$

Valgono le **formule di De Morgan**

$$NOT (P AND Q) = NOT P OR NOT Q$$

$$NOT (P OR Q) = NOT P AND NOT Q$$

36

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

operazioni aritmetiche e logiche

esiste una naturale corrispondenza tra i valori **VERO / FALSO** con i valori **1 / 0**

attraverso questa corrispondenza e' possibile interpretare le **operazioni aritmetiche** tra numeri binari come **operazioni logiche**

La somma tra due bit **X** e **Y** produce due bit **S** (somma) e **R** (riporto) secondo la seguente tabella

X	Y	R	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

tavola della verita' della somma tra due bit

37

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

(semi)addizionatore

X	Y	R	S
Falso	Falso	Falso	Falso
Falso	Vero	Falso	Vero
Vero	Falso	Falso	Vero
Vero	Vero	Vero	Falso

Un **(semi)addizionatore** e' un circuito elettronico che realizza la **somma tra due bit**

Puo' essere realizzato attraverso **componenti elementari** che implementano le operazioni logiche (**porte logiche**)



PORTA AND



PORTA OR



PORTA NOT

Le porte logiche sono circuiti che hanno **1 o 2 valori in input** e producono **1 valore in output**

38

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

(semi)addizionatore

X	Y	R	S
Falso	Falso	Falso	Falso
Falso	Vero	Falso	Vero
Vero	Falso	Falso	Vero
Vero	Vero	Vero	Falso

R e' sempre Falso, tranne quando X e Y sono entrambe Vero

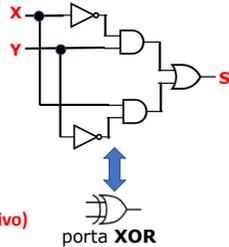
S e' Vero quando X e Y, ma non entrambi, sono Vero

$R = X \text{ AND } Y$

$S = (\text{NOT } X \text{ AND } Y) \text{ OR } (X \text{ AND NOT } Y)$

L'operazione per il calcolo di **S** e' detta **XOR (OR esclusivo)**

porta **XOR**



39

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

addizionatore

Un **addizionatore** e' un circuito elettronico che realizza la **somma tra tre bit (due operandi e il riporto)**

Produce un risultato **S** e un nuovo riporto **R'**

R	X	Y	R'	S
Falso	Falso	Falso	Falso	Falso
Falso	Falso	Vero	Falso	Vero
Falso	Vero	Falso	Falso	Vero
Falso	Vero	Vero	Vero	Falso
Vero	Falso	Falso	Falso	Vero
Vero	Falso	Vero	Vero	Falso
Vero	Vero	Falso	Vero	Falso
Vero	Vero	Vero	Vero	Vero

tavola della verita' della somma di tre bit

40

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

addizionatore

$$R' = (X \text{ AND } Y) \text{ OR } (X \text{ AND } R) \text{ OR } (Y \text{ AND } R)$$

$$S = X \text{ XOR } Y \text{ XOR } R$$

41

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

riassumendo

Rappresentazione in memoria di alcuni tipi di dati fondamentali

- Il tipo intero (basato sul sistema binario)
- Il tipo alfanumerico (basato sul codice ASCII)
- Il tipo logico

42

Marco Lapegna
Laboratorio di Programmazione
3 - Rappresentazione dati (1)

un po' di storia (3)

John Von Neumann (1903-1957)

- Matematico e fisico ungherese di origine ebraiche, si trasferisce negli Stati Uniti nel 1933
- Nel 1946, con l'articolo "draft report on the EDVAC", introduce le idee di Turing nello sviluppo del primo calcolatore elettronico general-purpose con programma memorizzabile: l'EDVAC. La "macchina di Von Neumann" e' ancora il modello di riferimento delle moderne architetture.
- L'EDVAC utilizzava valvole termoioniche, aveva una memoria di 1024 parole da 44 bit e eseguiva una somma in 0,8 msec. l'I/O avveniva con schede perforate
- Von Neumann si occupo' anche delle applicazioni della matematica alla meccanica quantistica, alla cibernetica, all'economia, alla biologia, alla teoria dei giochi e all'intelligenza artificiale.

L'EDVAC (courtesy of Computer History Museum)

Von Neumann, primo a destra (courtesy of Computer History Museum)

43