

Esercizi sulla Rappresentazione in Virgola Mobile

prof. Mario Barbareschi
Corso di Elementi di Informatica,
CdL Ingegneria Chimica (Navale e Scienze dei Materiali)

17/10/2016

1 Normalizzazione della mantissa

1. Effettuare la normalizzazione della mantissa dei seguenti numeri decimali:

(a) $0.000000213 \times 10^{-3} = 2.13 \times 10^{-7} \times 10^{-3} = 2.13 \times 10^{-10}$

(b) $1939745, 23 \times 10^1 = \underline{\hspace{2cm}}$

(c) $-10000 \times 10^{-10} = \underline{\hspace{2cm}}$

(d) $729348 = \underline{\hspace{2cm}}$

(e) $0.000234234000 \times 10^0 = \underline{\hspace{2cm}}$

(f) $18383838 \times 10^{10} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. Effettuare la normalizzazione della mantissa dei seguenti numeri binari e riportarne il suo corrispettivo decimale:

(a) $1001.0001 \times 2^{11} = 1.0010001 \times 2^{11} \times 2^{11} = 1.0010001 \times 2^{110} = (1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-7}) \times 2^6 = 2^6 + 2^3 + 2^{-1} \stackrel{10}{=} (72.5)_{10}$

(b) $111001.00001 \times 2^{111} = \underline{\hspace{2cm}} \stackrel{10}{=} \underline{\hspace{2cm}}$

(c) $101.00001 \times 2^{-1} = \underline{\hspace{2cm}} \stackrel{10}{=} \underline{\hspace{2cm}}$

(d) $-0.000010001 \times 2^{101} = \underline{\hspace{2cm}} \stackrel{10}{=} \underline{\hspace{2cm}}$

(e) $1001.1001 \times 2^{11} = \underline{\hspace{2cm}} \stackrel{10}{=} \underline{\hspace{2cm}}$

(f) $0.00000000001 \times 2^{1010} = \underline{\hspace{2cm}} \stackrel{10}{=} \underline{\hspace{2cm}}$

2 Errore di round-off

1. Calcolare l'errore di round-off assoluto e relativo esprimendo i seguenti numeri in virgola mobile con mantissa troncata alla lunghezza 4:

Numero	Numero Rappresentato	Round-off	Round-off relativo
144.144	144.1	$ 144.144 - 144.1 = 0.044 = 4.4 \times 10^{-2}$	$\frac{ 144.144 - 144.1 }{144.144} = 0.0003052 = 3.052 \times 10^{-4} < 5 \times 10^{-4}$
0.1313911			
119.9111			
13.0028×10^{-3}			
$-1.999999 \times 10^{100}$			
988.063×10^{15}			
$-2444.327 \times 10^{-342}$			
$0.000000001 \times 10^{10}$			

2. Ripetere l'esercizio calcolando l'errore a partire dalla mantissa normalizzata e poi troncata alla lunghezza 4:

Numero	Numero Rappresentato	Round-off	Round-off relativo
144.144	1.441×10^2	$ 144.144 - 1.441 \times 10^2 = 0.044 = 4.4 \times 10^{-2}$	$\frac{ 144.144 - 1.441 \times 10^2 }{144.144} = 0.0003052 = 3.052 \times 10^{-4} < 5 \times 10^{-4}$
0.1313911			
119.9111			
13.0028×10^{-3}			
$-1.999999 \times 10^{100}$			
988.063×10^{15}			
$-2444.327 \times 10^{-342}$			
$0.000000001 \times 10^{10}$			

3 Lo standard IEEE 754

1. Codificare i seguenti numeri secondo lo standard IEEE 754

- (a) 446.21875
- Codifica di 446 = 110111110
 - Codifica di 0.21875 = 0.00111000000000000000
 - Normalizzazione della mantissa: 110111110.0011100000000000 = 1.101111100011100000000000; virgola spostata di 8 posizioni a sinistra
 - Calcolo dell'esponente in eccesso: $8 + (2^{8-1} - 1) = 135_{10} = 10000111_2$
 - Codifica del segno: 0
 - Risultato (rimuovere hidden bit!): 0 10000111 101111100011100000000000

- (b) 3.1415 = _____
- (c) 0.625 = _____
- (d) 0.615 = _____
- (e) 1000000 = _____
- (f) 21344.918 = _____
- (g) 0.000000145 = _____
- (h) 9.9999 = _____
- (i) 10.10 = _____
- (j) 567.3 = _____
- (k) 2199.6172 = _____
- (l) Codificare $+\infty$ e NaN: _____; _____

2. Con riferimento all'esercizio precedente, calcolare l'errore di round-off assoluto e relativo

- (a) Round-off assoluto: = _____; Round-off relativo: = _____
- (b) Round-off assoluto: = _____; Round-off relativo: = _____
- (c) Round-off assoluto: = _____; Round-off relativo: = _____
- (d) Round-off assoluto: = _____; Round-off relativo: = _____

- (e) Round-off assoluto: = _____; Round-off relativo: = _____
- (f) Round-off assoluto: = _____; Round-off relativo: = _____
- (g) Round-off assoluto: = _____; Round-off relativo: = _____
- (h) Round-off assoluto: = _____; Round-off relativo: = _____
- (i) Round-off assoluto: = _____; Round-off relativo: = _____
- (j) Round-off assoluto: = _____; Round-off relativo: = _____
- (k) Round-off assoluto: = _____; Round-off relativo: = _____

3. Trovare il valore dei seguenti numeri espressi secondo la notazione in virgola mobile IEEE 754

- (a) 0 00010010 11100000001110010010000
 - i. Segno (31-esimo bit) = 0, numero positivo
 - ii. Esponente (30-23 bit) = $00010010_2 = 18 \rightarrow 18 - 127 = -109$
 - iii. Mantissa (22-0 bit) = $11100000001110010010000 \rightarrow 1.11100000001110010010000 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-11} + 1 \times 2^{-12} + 1 \times 2^{-13} + 1 \times 2^{-16} + 1 \times 2^{-19} = 1.8758716583251953$
 - iv. Risultato $1.8758716583251953 \times 2^{-109} \sim 2,89023792 \times 10^{-33}$
- (b) 0 10000010 00111001111010111000011 = _____
- (c) 0 10000110 0110001111111110111110 = _____
- (d) 01000001000100000000000000000000 = _____
- (e) 01000100111110011110000000000000 = _____
- (f) 11010011111001110101100001010000 = _____
- (g) 01010101101001110101100011010111 = _____
- (h) 10000101101111000011011111111100 = _____
- (i) 01111111100000000000000000000000 = _____
- (j) 01111111100000000000100000000001 = _____
- (k) 00111010010110110000000000000001 = _____

4 Somma e sottrazione

1. Codificare le seguenti operazioni di somma adottando lo standard IEEE 754 per la codifica dei numeri reali:

- (a) $13.223 + 1.778 =$
 - i. Codifico 13.223 = 0 10000010 10100111001000101101000
 - ii. Codifico 1.778 = 0 01111111 11000111001010110000001
 - iii. 1.778 ha l'esponente più piccolo (0) e lo allineo all'esponente di 13.223 (3):
 $0\ 10000010\ 00111000111001010110000001$; per effetto dello shift, abbiamo denormalizzato la mantissa (ricordare l'hidden bit) ed abbiamo perso un 1 che precedentemente era alla posizione 2^{-24}

- iv. Effettuo la somma delle mantisse (ricordando l'hidden bit di 13.223): $0\ 00111000111001010110000$
 $+ 1\ 10100111001000101101000 = 01\ 11100000000010000011000$; la mantissa non ha
bisogno di operazioni di normalizzazione;
- v. Risultato: $0\ 10000010\ 11100000000010000011000 = 15.000999$
- vi. Round-off: 0.000999

- (b) $9.76-5.06 =$ _____; Round-off = _____
- (c) $112.33-100.3 =$ _____; Round-off = _____
- (d) $1024.25-1000 =$ _____; Round-off = _____
- (e) $10.25+100.75 =$ _____; Round-off = _____
- (f) $3.9991+0.0009 =$ _____; Round-off = _____
- (g) $10^{-6} + 10^{-7} =$ _____; Round-off = _____
- (h) $22.33-33.22 =$ _____; Round-off = _____

Spazio per appunti

A large, empty rectangular box with a thin black border, occupying most of the page. It is intended for taking notes.

Spazio per appunti

A large, empty rectangular box with a thin black border, occupying most of the page. It is intended for taking notes.