

Cognome

1 febbraio 2013

Nome

Matricola

1. \oplus Esibire, al variare di $h \in \mathbb{R}$, una base \mathcal{B}_h del sottospazio di \mathbb{R}^5

$$W_h = \langle (1, 2h, 1 + 2h, 0, 1), (0, 1, 0, 1 + 2h, 0), (1, 2 + 2h, 0, -4h - 2, 1) \rangle.$$

- \oplus Calcolare, poi, le coordinate del vettore nullo rispetto alla base scelta.
 \oplus Fissato poi $h = 1/2$, si determini un sottospazio U delle matrici $\mathcal{M}_{2 \times 2}$ isomorfo a $W_{1/2}$ e contenente, fra le altre, la matrice $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ e tutte quelle proporzionali ad A . [5,5]

2. Data la matrice $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, si scelga una matrice B in modo che AB risulti la matrice incompleta associata a un sistema con tre incognite. Si risolva, poi, il sistema lineare omogeneo $ABX = O$. La terna $(1, 2, 3)$ è soluzione del sistema? [4,5]

3. Fissato un riferimento nello spazio, \clubsuit determinare l'equazione di un piano π NON passante l'origine e parallelo sia a \underline{i} sia \underline{k} . \spadesuit Lo studente scelga poi due punti B e C in modo tale che la retta passante per $A \equiv (0, 0, -7)$ e B , ma non quella passante per A e C , sia parallela al piano. \heartsuit La retta per A e B è tutta contenuta in π ? [5]

4. In un riferimento ORTOGONALE del piano $(O, [\underline{i}, \underline{j}])$ tale che $|\underline{i}| = 1$ e $|\underline{j}| = 2$ si disegni la retta r di equazione $2x + 2y - 3 = 0$. Si esibisca poi un vettore parallelo a una bisettrice fra r e l'asse x . [4]

5. Lo studente esibisca l'immagine del generico elemento (x, y) tramite un endomorfismo $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ per il quale $(2, 1)$ e $(1, -1)$ siano autovettori non appartenenti al medesimo autospazio. Esibire poi tre matrici distinte che possono essere associate a f . [5]

6. Lo studente classifichi la conica Γ_a di equazione

$$ax^2 + 2axy - 3y^2 + x + 1 = 0,$$

individuati il valore di a tale che il punto $(3/4, -1/2)$ risulti il centro della conica, e disegni quella che si ottiene per $a = 0$. [6]