

Cognome

13 settembre 2013

Nome

Matricola

1. a. Lo studente fissi un sottospazio W di $\mathbb{R}^5$ di dimensione 3 contenente il vettore $\underline{v} = (3, 1, 0, 1, 3)$, esibendone due basi $\mathcal{B} = [\underline{u}_1, \underline{u}_2, \underline{u}_3]$ e $\mathcal{B}' = [\underline{u}'_1, \underline{u}'_2, \underline{u}'_3]$. Se possibile, scegliere, $\mathcal{B}$ e $\mathcal{B}'$ in modo che nessuna delle due contenga $\underline{v}$.
b. Si calcolino le componenti del vettore $\frac{1}{2}\underline{u}'_2 - \underline{u}'_3$ in una delle due basi scelte.
c. Stabilire per quali $c \in \mathbb{R}$ il vettore $\underline{w} = (0, 0, 0, c, 0)$ appartiene a W . [7]
2. Fissato un riferimento ORTOGONALE $(O, [\underline{i}, \underline{j}])$ del piano tale che $|\underline{i}| = 1$ e $|\underline{j}| = 2$, scrivere l'equazione cartesiana della retta r passante per il punto $P \equiv (\sqrt{3}, 0)$ e parallela a $\underline{j}$. Esibire poi un vettore parallelo a una bisettrice degli assi del riferimento [3.5]
3. Fissato un riferimento nello spazio, è data la retta

$$s) \begin{cases} x + y + 4z = 0 \\ y = 1 \end{cases}.$$

Scrivere le equazioni parametriche della retta s' passante per l'origine e parallela a s .

Determinare, poi, un'equazione cartesiana del piano π contenente l'asse y e parallelo alla retta s . [4.5]

4. Al variare di $c \in \mathbb{R}$ sono dati gli omomorfismi

$$f_c : (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mapsto (-x_3, +3x_2, cx_1 - x_3) \in \mathbb{R}^3.$$

- i) Per quali $c \in \mathbb{R}$ l'endomorfismo f_c non è iniettivo? In questo caso, calcolare una base del sottospazio $\text{Ker } f_c$.
- ii) Per quali c la terna $(1, 2, 3)$ appartiene a $\text{Im } f$?
- iii) È vero che per $c = 12$ l'endomorfismo è diagonalizzabile? In ogni caso, esibire almeno un autovettore per f_{12} . [8.5]

5. Si classifichino le coniche di equazione

$$\Gamma_k) x^2 - 2kxy + y^2 - 6y + 8 = 0.$$

e si disegni, poi, quella che si ottiene per $k = 1$.

[6.5]