

CALCOLO COMBINATORIO

Regola del prodotto cartesiano.

Siano A e B due insiemi composti rispettivamente di n_A ed n_B oggetti. L'insieme di tutte le coppie ordinate (a, b) con $a \in A$ e $b \in B$, ottenuto dall'operazione $A \times B$ si chiama prodotto cartesiano.

Esempio:

$A = \{\text{Maschio, Femmina}\}; B = \{\text{Fuma, Non fuma}\}$ $A \times B = \{\text{Maschio Fumatore, Femmina Fumatrice, Maschio Non fumatore, Femmina non fumatrice}\}$

Un problema importante è la determinazione della cardinalità degli insiemi e dei sottoinsiemi che possono essere derivati.

Possiamo distinguere 4 differenti situazioni:

Sequenze ordinate

- 1 Estrazione con ripetizione
- 2 Estrazione senza ripetizione

Sequenze non ordinate

- 3 Estrazione con ripetizione
- 4 Estrazione senza ripetizione

Sequenze ordinate con ripetizione

Questo problema viene affrontato ricorrendo alle **Disposizioni con ripetizione** cioè andando a considerare la cardinalità del sottoinsieme S' composto dalle possibili disposizioni di N elementi di S presi n ad n (che sono N^n).

Es.: $S = \{a, b, c, d\}; N = 4; n = 2; \text{card}(S') = N^2 = 4^2 = 16$

$S' = \{\text{aa, ab, ac, ad, ba, bb, bc, bd, ca, cb, cc, cd, da, db, dc, dd}\}$

Sequenze ordinate senza ripetizione (in blocco)

Questo problema viene affrontato ricorrendo alle **Disposizioni senza ripetizione** cioè andando a considerare la cardinalità del sottoinsieme S' composto dalle possibili disposizioni di N elementi di S presi n ad n senza ripetizione che sono pari a:

$N(N-1)(N-2) \dots (N-n+1)$, cioè

$$\frac{N!}{(N-n)!}$$

Es.: $S = \{a, b, c, d\}; N = 4; n = 2; \text{card}(S') = 4 \times 3 = 12$

$S' = \{\text{ab, ac, ad, ba, bc, bd, ca, cb, cd, da, db, dc}\}$

Nota:

se $n = N$ allora siamo in presenza di Permutazioni che sono $N!$

Es. $S' = \{\text{abc}\}; N = 3; n = 3; N! = 3! = 6$

$S' = \{\text{abc, acb, bac, bca, cab, cba}\}$

Sequenze non ordinate con ripetizione

Questo problema viene affrontato ricorrendo alle **Combinazioni con ripetizione di N elementi presi n ad n** , cioè andando a considerare la cardinalità del sottoinsieme S' composto dalle possibili combinazioni con ripetizione di N elementi di S presi n ad n , cioè:

$$\frac{(N+n-1)!}{n!(N-1)!}$$

Es.: $S = \{a, b, c, d\}; N = 4; n = 2; \text{card}(S') = 10$

$S' = \{\text{aa, ab, ac, ad, bb, bc, bd, cc, cd, dd}\}$

Sequenze non ordinate senza ripetizione (in blocco)

Questo problema viene affrontato ricorrendo alle **Combinazioni senza ripetizione di N elementi presi n ad n**, cioè andando a considerare la cardinalità del sottoinsieme S' composto dalle possibili combinazioni senza ripetizione di N elementi di S presi n ad n, cioè:

$$\frac{N!}{n!(N-n)!}$$

Es.: $S=(a,b,c,d)$; $N=4$; $n=2$; $\text{card}(S')=6$

$S'=(ab, ac, ad, bc, bd, cd)$