`Esercitazione - 11 maggio 2011`

---

1. Una popolazione è composta dal 15% da fumatori e dall' 85% da non-fumatori. Il 20% dei fumatori e il 5% dei non-fumatori è affetto da una certa patologia respiratoria.

   (a) **(BDC 8.14)** determinare la probabilità che scegliendo a caso un individuo dalla popolazione questo sia affetto dalla patologia;

   (b) si estrae un individuo a caso e risulta affetto. Determinare la probabilità che sia un fumatore.

2. Si lancia un dado regolare.

   (a) sia X il punteggio del dado. Si calcoli la legge di X e la sua media;

   (b) sia Y il numero aleatorio che vale 1 se il dado ha un punteggio maggiore o uguale a cinque e zero altrimenti. Si ricavi la legge di Y e la si riconosca.

3. Sia X un numero aleatorio con legge di probabilità:

$$P(X = x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \qquad x = 1, 2, \cdots$$

   (a) si dimostri che $P(X)$ è una legge di probabilità;

   (b) si calcoli $P(X \geq 4)$.

4. Si lancia un tetraedro (poligono regolare a 4 facce) finché non cade sulla faccia numero 4. Sia X il numero di lanci effettuati.

   (a) si calcoli la legge di X;

   (b) si calcoli la probabilità che siano necessari più di 4 lanci.

5. SIa X un numero aleatorio con legge di Poisson di parametro λ

(a) si ricavi la media di X;

(b) si assuma che il numero di telefonate che arrivano ad un centralino in un'ora si distribuisca con legge di Poisson di parametro $\lambda = 4$.

   i. Si interpreti il valore del parametro nell'ipotesi in esame;

   ii. Si ricavi la probabilità che non arrivino telefonate in un'ora.

6. Un'urna contiene 5 palline d'oro e 10 di plastica. Si estraggono dall'urna n palline. Sia X il numero di palline d'oro tra le n estratte.

   (a) si ricavi la legge di X nel caso le estrazioni avvengano con reimmissione;

   (b) si ricavi le legge di X nel caso le estrazioni avvengano senza reimmissione;

   (c) si assuma ora di estrarre una pallina alla volta, senza reimmissione, finché esce una pallina d'oro. Sia Y il numero di palline estratte. Si ricavi la legge di Y.

7. **(BDC 9.16)** Un magazzino si rifornisce ogni settimana di un prodotto. La probabilità che nella settimana la domanda di prodotto superi lo stock di magazzino è pari a 0.013. Sia X il numero di volte durante l'anno (52 settimane) in cui la domanda ha superato lo stock di prodotto.

   (a) qual è la probabilità che durante l'anno non venga mai superato lo stock?

   (b) qual è la probabilità che nell'anno lo stock venga superato al massimo due volte?

8. Ho dieci chiavi e provo quella giusta fino ad aprire la porta. Ovviamente le chiavi già usate vengono messe da parte. Si ricavi la legge del numero di prove fatte.

9. Si lanciano due dadi regolari. Sia X_i il punteggio del dado i-esimo, $i = 1, 2$

   (a) si scriva le legge del vettore aleatorio (X_1, X_2);

   (b) si mostri che X_1 è indipendente da X_2;

   (c) Sia Y il numero di dadi con punteggio maggiore di 4. Si ricavi la legge di Y;

   (d) Y è indipendente da X_i?

10. Un numero aleatorio ha funzione di densità pari a $f(x) = \frac{3}{8}x^2$ nell'intervallo $[0, 2]$ e zero altrove. Si dimostri he $f(x)$ è una funzione di densità e si calcolino media e varianza di X.

11. Un numero aleatorio ha funzione di densità costante e pari a 3 nell'intervallo $[k, 2k]$, $k \in \mathbb{R}$. Si ricavi il valore di k.

12. Un macchinario produce matite di lunghezza distribuita come una normale di media 12. Si sa inoltre che il 20% delle matite ha una lunghezza superiore a 12.5.

    (a) Si ricavi la varianza della lunghezza di una matita;

    (b) si ricavi la probabilità che una matita abbia una lunghezza minore di 11.