`Esercitazione del 20 aprile`

---

1. Il numero di visitatori di un centro commerciale è così ripartito nel corso della settimana:

`giorno`	L	M	M	G	V	S	D
`clienti`	11	12	60	70	71	106	130

   (a) si descriva graficamente la concentrazione dei visitatori;

   (b) si calcoli un indice di concentrazione e si commenti il valore ottenuto.

2. Una catena di supermercati ha proposto ad un campione di clienti una carta fedeltà. Di seguito sono riportati i dati sul numero di adesioni, suddivisi per sesso:

`sesso` / `risposta`	`M`	`F`
`si`	80	200
`no`	20	60

   (a) riscrivere la distribuzione congiunta usando le frequenze relative;

   (b) qual'è la percentuale del collettivo che 1) è donna e 2) ha risposto sì?

   (c) ricavare le distribuzioni marginali dei caratteri in esame;

   (d) ricavare le distribuzioni condizionate della risposta al sesso;

   (e) qual è la percentuale di donne che ha risposto sì?

   (f) riscrivere le frequenze congiunte in modo che i caratteri siano statisticamente indipendenti;

   (g) c'è connessione tra il sesso e la risposta fornita? Che indice si potrebbe usare per misurarla?

3. Siano A, B e C eventi. Usando le operazioni insiemistiche si descrivano gli eventi seguenti:

   (a) tutti e tre gli eventi si verificano;

   (b) almeno un evento si verifica;

   (c) nessuno dei tre eventi si verifica;

   (d) si verifica solo A;

   (e) si verifica esattamente un evento.

4. Da un'urna contenente cinque palline numerate da 1 a 5, si estraggono, con reimmissione, due palline.

   (a) Calcolare la probabilità che la somma dei numeri estratti sia pari a quattro;

   (b) Calcolare la probabilità che la somma dei numeri estratti sia maggiore o uguale a tre;

   (c) Calcolare la probabilità che si verifichino entrambe le eventualità sopra;

   (d) Rifare i punti precedenti nel caso di campionamento senza reimmissione.

5. Il signor Rossi ha lasciato la macchina in divieto di sosta. La probabilità che passi un vigile è pari all' 80%. Se passa un vigile, la probabilità che veda la macchina (e quindi la multi) è del 50%. Qual è la probabilità che il Signor Rossi venga multato?

6. Giocate sei numeri al Superenalotto. Calcolate la probabilità di fare sei.

7. Calcolate la probabilità di un tredici al totocalcio:

   (a) giocando una schedina con tutte singole;

   (b) giocando una schedina con tutte doppie;

   (c) rifate i punti precedenti calcolando la probabilità di un dodici.

DOMANDE VERO/FALSO

(A) Se X è indipendente da Y allora anche Y è indipendente da X.

(B) Se X è indipendente da Y allora $\rho_{X,Y} = 0$

(C) Se le distribuzioni condizionate di X ad Y sono tutte uguali tra loro allora X è indipendente da Y.

(D) $P(A) = 0$ se e solo se $A = \emptyset$

(E) $P(A) = 0$ implica $P(B) = 0$ per ogni $B \subseteq A$

Soluzione esercizio 2

Indichiamo con X il carattere "risposta" e con Y il carattere "sesso."

(a) $f(x_1, y_1) = \frac{80}{360}$, $f(x_1, y_2) = \frac{200}{360}$, $\cdots$

(b) il 55% circa.

(c) Usando le frequenze relative:

x_i	M	F
$f(x_i)$	0.27	0.73

y_j	Sì	No
$f(y_j)$	0.78	0.22

(d) Si noti che $i = 1, 2$ quindi sono due le distribuzioni condizionate di Y ad X:

y_j	Sì	No
$f(y_j \mid X = M)$	$\frac{0.22}{0.27}$	$\frac{0.55}{0.27}$

y_j	Sì	No
$f(y_j \mid X = F)$	$\frac{0.05}{0.73}$	$\frac{0.16}{0.73}$

(e) il 76% circa.

(f) la situazione di indipendenza statistica si ha quando $f(x_i, y_j) = f(x_i)f(y_j)$ per ogni i, j.

(g) c'è connessione perché la condizione sopra non è verificata. Per valutare l'entità della connessione si può calcolare l'indice χ^2

Soluzione esercizio 3

(a) $A \cap B \cap C$

(b) $A \cup B \cup C$

(c) $(A \cap B \cap C)^c$

Soluzione esercizio 4

(a) $\frac{3}{25}$

(b) $\frac{24}{25}$

(c) $\frac{3}{25}$

Soluzione esercizio 5

Sia A l'evento "passa il vigile" e sia B l'evento "il vigile vede la macchina in divieto di sosta." Allora

$$P(\text{multa}) = P(B|A)P(A) = 0.5 \cdot 0.8 = 0.4$$

Soluzione esercizio 6

Risolviamolo in due modi.

(a) Sia Ω l'insieme delle sestine estraibili, senza reimmissione e non in ordine, dai primi novanta numeri naturali. Sia inoltre A l'evento "fare 6." Assumendo che le sestine siano equiprobabili vale:

$$\begin{aligned} P(A) = \frac{\text{n. sestine favorevoli}}{\text{n. sestine possibili}} &= \frac{|A|}{|\Omega|} \\ &= \frac{\binom{6}{6}}{\binom{90}{6}} \\ &= \frac{1}{\frac{90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87 \cdot 86 \cdot 85}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}} \end{aligned}$$

(b) Ordiniamo la sestina giocata. Sia $P(C_i)$ la probabilità di azzeccare l'iesima cifra della sestina, $i = 1, \cdots, 6$. La probabilità di azzeccare la prima cifra è $P(C_1) = \frac{6}{90}$; la probabilità di azzeccare la seconda *dato che* abbiamo azzeccato la prima è $P(C_2|C_1) = \frac{5}{89}$; la probabilità di azzeccare la terza *dato* *che* abbiamo azzeccato le prime due è $P(C_3|C_1 \cap C_2) = \frac{4}{88}$ e così via fino a $P(C_6|C_1 \cap \cdots \cap C_5) = \frac{1}{85}$. La probabilità cercata è quindi:

$$P(A) = \frac{6}{90} \cdot \frac{5}{89} \cdot \frac{4}{88} \cdot \frac{3}{87} \cdot \frac{2}{86} \cdot \frac{1}{85}$$

lo studente verifichi che i risultati trovati coincidono.[1]

Soluzione esercizio 7

(a) $\frac{1}{3^{13}}$

(b) $\frac{2^{13}}{3^{13}}$

(c) $\frac{13 \cdot 2}{3^{13}}; \frac{13 \cdot 2^{14}}{3^{13}}$

DOMANDE VERO/FALSO: È FALSA LA C

[1]Lo studente volenteroso si cimenti con la probabilità di fare 5. Per semplificare non si consideri il numero jolly.