

COGNOME NOME MATRICOLA

Prof. N. Durante

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali. **NON SI ACCETTANO** RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

Segnare con una X nel cerchietto le DUE risposte ESATTE.

1. Si dica quali delle seguenti equazioni sono LINEARI.

☐ $\pi x + y + ze^x = 1$, ☐ $x + y - 1/z = 1/3$, ☐ $x - ey + z = \sqrt{2}$
☐ $\pi x - y + z = 0$, ☐ $2x - y^2 - 3z = 0$, ☐ $x - \sqrt{y} + z = 3$

2. Sia $S = \{v_1(1, 1, 1, 0), v_2(0, 1, 1, 1), v_3(2, 2, 2, 0)\}$. Si dica quali tra le seguenti terne di scalari a_1, a_2, a_3 sono tali che $a_1v_1 + a_2v_2 + a_3v_3 = \underline{0}$.

☐ $2, 0, -1$ ☐ $3, 0, -1$ ☐ $6, 1, -2$ ☐ $6, 0, -3$ ☐ $1, 0, 0$ ☐ $6, 1, 0$

3. Quali tra i seguenti insiemi sono sottospazi ?

☐ $H_1 = \{(x, y, z, t) \in R^4 : x - y - z = 0, y - z - t = 1\}$ ☐ $H_2 = \{(x, y) \in R^2 : x - y = 1, x + 2y = 0\}$
☐ $H_3 = \{(x, y, z) \in R^3 : x - z = 0, x + y = 0\}$ ☐ $H_4 = \{(x, y) \in R^2 : x - y = 0, x + 2y = 0\}$
☐ $H_5 = \{(x, y, z) \in R^3 : x - y - 2z = 1, x + y + z = 0\}$ ☐ $H_6 = \{(x, y, z, t) \in R^4 : x - y + z = 1, y - z = 0\}$

4. Quali tra i seguenti vettori sono ortogonali al piano $\pi : x - y + z - 3 = 0$?

☐ $v(2, 2, 6)$ ☐ $v'(3, 2, 1)$ ☐ $u'(1, -1, 1)$, ☐ $u''(6, 4, 2)$, ☐ $v''(1, 1, 3)$, ☐ $u(-2, 2, -2)$,

5. Quali tra i seguenti vettori sono paralleli al piano $\pi : x - 2y + 3z - 1 = 0$?

☐ $v(2, -4, 10)$, ☐ $v'(3, 0, -1)$, ☐ $v''(5, 0, -1)$, ☐ $u(1, 2, 1)$, ☐ $u'(1, -2, 5)$ ☐ $u''(7, 1, -1)$.

6. Quali tra i seguenti vettori sono paralleli alle rette r, AB ?

$r : (x, y, z) = (0, 0, 1) + t(1, 2, 2)$
☐ $v(1, 1, 2)$, ☐ $v'(-2, -4, -4)$, ☐ $u'(3, -3, 6)$ ☐ $u''(3, 3, 6)$, ☐ $v''(2, 2, 4)$, ☐ $u(1, 2, 2)$.
 AB retta per $A(1, 1, 0), B(0, 1, 2)$
☐ $v(1, 0, -2)$, ☐ $v'(1, 0, 2)$, ☐ $v''(1, 2, 3)$, ☐ $u(2, 0, 4)$, ☐ $u'(2, 4, 6)$ ☐ $u''(2, 0, -4)$.

7. Quali tra le seguenti sono basi di $H = \{(x, y, z, t) \in R^4 : x - y - z = 0\}$

☐ $\{(0, 0, 0, 1), (1, 1, 0, 0)\}$ ☐ $\{(1, 2, 3, 0), (0, 0, 0, 1), (1, 1, 0, 0)\}$ ☐ $\{(5, 2, 3, 0), (0, 0, 0, 1), (1, 1, 0, 0)\}$
☐ $\{(0, 0, 0, 2), (2, 2, 0, 0)\}$ ☐ $\{(1, 2, 0, 0), (0, 0, 0, 3), (2, 2, 0, 0)\}$ ☐ $\{(-5, -2, -3, 0), (0, 0, 0, 5), (1, 0, 1, 0)\}$ ■

8. Fissato il riferimento $\mathcal{R} = ((1, 1, 1), (0, 0, 1), (1, 0, 0))$ di R^3 quale tra i seguenti é il vettore di componenti 1, 0, 3 rispetto ad $\mathcal{R}$?

☐ $(0, 0, 1)$, ☐ $(1, 0, 3)$, ☐ $(4, 1, 1)$, ☐ $(0, 0, 1)$, ☐ $(1, 0, 3)$, ☐ $(4, 1, 1)$,

9. Quali tra i seguenti vettori sono paralleli alle rette r, s, AB ?

$r : (x, y) = (1, 1) + t(1, -1)$ ☐ $(2, 1)$, ☐ $(1, -1)$, ☐ $(1, 2)$, ☐ $(2, -2)$, ☐ $(2, 2)$, ☐ $(1, 1)$.
 $s : 2x - 3y = 0$, ☐ $(2, 1)$, ☐ $(2, -3)$, ☐ $(1, 2)$, ☐ $(-3, -2)$, ☐ $(-2, 3)$, ☐ $(3, 2)$.
 AB retta per $A(1, 1), B(0, 1)$ ☐ $(0, 1)$, ☐ $(1, 2)$, ☐ $(0, 2)$, ☐ $(2, 4)$, ☐ $(1, 0)$, ☐ $(2, 0)$.

2. Dare la definizione di sistema lineare compatibile. Risolvere il seguente sistema lineare e dire (giustificando la risposta) se le sue soluzioni costituiscono un sottospazio:

$$2x+y+4t=0$$

$$x-y+2z-t=0$$

$$y+3z+2t=0$$

$$x+z+t=0$$

3. Nel piano, fissato un riferimento cartesiano monometrico ortogonale siano assegnati $P(1, 0)$, $r : x - 2y - 3 = 0$ e sia s la retta per i punti $A(1, 1)$ e $B(2, 4)$. Si determinino:
- (i) La retta r' per P ortogonale ad r .
 - (ii) La retta s' per P parallela ad s .
 - (iii) La posizione reciproca delle rette r' e s .
 - (iv) La posizione reciproca delle rette r ed s' .

4. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si considerino le rette $r : x - 2y + z - 1 = y - 2z = 0$ e $s : (x, y, z) = (1, 0, 0) + t(0, -1, 1)$;
- (i) verificare che r e s sono incidenti;
 - (ii) rappresentare il piano per r e s ;
 - (iii) rappresentare la retta per $(2, -2, 0)$ ortogonale a r e parallela al piano $\pi : x - y = 3$;
 - (iv) il piano π interseca la sfera $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y = 0$ in una circonferenza? Perché?