

COGNOME NOME MATRICOLA

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Nello spazio vettoriale R^5 si consideri il sottoinsieme

$$S = \{(1, 1, 1, 1, 1), (2, 2, 0, 0, 2), (0, 0, 1, 1, 1), (1, 2, 3, 4, 5), (5, 6, 7, 8, 0)\};$$

- (i) dire se S è indipendente e perché;
- (ii) dire se $L(S) = R^5$ e perché;
- (iii) dire se S è una base di R^5 e perché;
- (v) determinare la dimensione e una base di $L(S)$.

2. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si considerino il piano π e la retta r la retta

$$\begin{aligned}\pi : x - y &= 0 & x &= 2 + t \\ & & y &= 1 - t \\ & & z &= 2 - 3t\end{aligned}$$

3. Assegnate due rette sghembe r ed r' dopo aver determinato i punti P su r e P' su r' a minima distanza. Supponiamo che $(P, P') = 5$. Rispondere alle seguenti domande: E' possibile determinare un'altra coppia di punti Q su r e Q' su r' tali che

$$d(Q, Q') = 5?$$

$$d(Q, Q') = 0?$$

$$d(Q, Q') = 5?$$

$$d(Q, Q') = 8?$$

Giustificare le risposte.

- (i) verificare se π e r sono incidenti o paralleli
- (ii) Calcolare la distanza $d(\pi, r)$
- (iii) determinare l'equazione del piano passante per il punto $P(1, 0, 0)$ ortogonale ad r .

COGNOME NOME MATRICOLA

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Nello spazio vettoriale R^4 si consideri il sottoinsieme $S = \{(1, -1, -1, 1), (2, -2, -2, 2), (0, 0, -1, 1), (0, 0, -2, 2)\}$;
 - (i) dire se S è indipendente e perché;
 - (ii) dire se $L(S) = R^4$ e perché;
 - (iii) dire se S è una base di R^4 e perché;
 - (iv) dire se $(0, 0, -3, 2)$ dipende da S e perché;
 - (v) determinare la dimensione e una base di $L(S)$.
2. Sia $f : R^3 \mapsto R^3$ l'endomorfismo tale che $f(x, y, z) = (z, x - z, x + z)$;
 - (i) dire se f è iniettiva e determinare la dimensione e una base di $\ker f$;
 - (i) dire se f è suriettiva e determinare la dimensione e una base di $\text{Imm } f$.
3. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si considerino il piano π e la retta r la retta
$$\begin{array}{ll} \pi : x + z = 0 & \begin{array}{l} x = 2 - t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 - t \end{array} \end{array}$$
 - (i) verificare se π e r sono incidenti o paralleli
 - (ii) Calcolare la distanza $d(\pi, r)$
 - (iii) determinare l'equazione del piano passante per il punto $P(1, 1, 0)$ ortogonale ad r .

COGNOME NOME MATRICOLA

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Stabilire quali dei seguenti sottoinsiemi sono sottospazi. Per quelli che lo sono determinare la dimensione e una base.
 - (i) $U = \{(1, 2, 2, 2), (-1, 2, -2, -2)\}$;
 - (ii) $W = \{(x, y, z, t) \in R^4 : 2x - y = 0, z + 2t = 0\}$;
 - (iii) $U \cap W$.

2. Nello spazio vettoriale R^4 si consideri il sottoinsieme $S = \{(1, 2, 1, 2), (1, 2, 3, 0), (0, 0, 2, 1), (0, 0, 1, 1), (1, 2, 3, 2)\}$; ■
- (i) dire se S è indipendente e perché;
 - (ii) dire se $L(S) = R^4$ e perché;
 - (iii) dire se S è una base di R^4 e perché;
 - (iv) dire se $(0, 0, 3, 1)$ dipende da S e perché.

3. Sia $f : R^4 \mapsto R^4$ l'endomorfismo tale che $f(x, y, z, t) = (x - y - t, y + z, z - t, x - y)$;
- (i) considerato il sottospazio $W = L\{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 1, 1)\}$ di R^4 , determinare una base di $f(W)$;
 - (ii) dire se f è iniettiva e perché;
 - (iii) dire se f è suriettiva e perché.

4. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si considerino le rette

$$\begin{array}{ll} x - y = 0 & x = 2 + t \\ x - y + z = 0 & y = 1 - t \\ & z = 2 - 2t \end{array}$$

- (i) verificare se r e s sono incidenti, parallele o sghembe;
- (ii) se non sono sghembe rappresentare il piano per r e s ;
- (iii) determinare la distanza di r da s .
- (iv) determinare l'equazione del piano passante per il punto $P(1, 0, 1)$ parallelo sia ad r che ad s .

COGNOME NOME MATRICOLA

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Stabilire quali dei seguenti sottoinsiemi sono sottospazi. Per quelli che lo sono determinare la dimensione e una base.
 - (i) $U = \{(1, 1, 2, 2), (-1, 1, -2, -2)\}$;
 - (ii) $W = \{(x, y, z, t) \in R^4 : x - 2y = 0, z + 3t = 0\}$;
 - (iii) $U \cap W$.

2. Nello spazio vettoriale R^4 si consideri il sottoinsieme $S = \{(1, 1, 1, 1), (1, 2, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, 2), (1, 2, 3, 4)\}$; ■
- (i) dire se S è indipendente e perché;
 - (ii) dire se $L(S) = R^4$ e perché;
 - (iii) dire se S è una base di R^4 e perché;
 - (iv) dire se $(0, 0, 3, 1)$ dipende da S e perché.

3. Sia $f : R^4 \mapsto R^4$ l'endomorfismo tale che $f(x, y, z, t) = (x, y + 2z, z - 3t, x - y - t)$;
- (i) considerato il sottospazio $W = L\{(1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)\}$ di R^4 , determinare una base di $f(W)$;
 - (ii) dire se f è iniettiva e perché;
 - (iii) dire se f è suriettiva e perché.

4. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si considerino le rette

$$\begin{array}{ll} x + y = 0 & x = 2 + t \\ x - y - z = 0 & y = 1 - t \\ & z = 2 - 3t \end{array}$$

- (i) verificare se r e s sono incidenti, parallele o sghembe;
- (ii) se non sono sghembe rappresentare il piano per r e s ;
- (iii) determinare la distanza di r da s .
- (iv) determinare l'equazione del piano passante per il punto $P(1, 0, 0)$ parallelo sia ad r che ad s .

COGNOME NOME MATRICOLA

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Stabilire quali dei seguenti sottoinsiemi sono sottospazi. Per quelli che lo sono determinare la dimensione e una base.
 - (i) $U = \{(1, 2, 2, 2), (-1, 2, -2, -2)\}$;
 - (ii) $W = \{(x, y, z, t) \in R^4 : 2x - y = 0, z + 2t = 0\}$;
 - (iii) $U \cap W$.

2. Nello spazio vettoriale R^4 si consideri il sottoinsieme $S = \{(1, 2, 1, 2), (1, 2, 3, 0), (0, 0, 2, 1), (0, 0, 1, 1), (1, 2, 3, 2)\}$; ■
- (i) dire se S è indipendente e perché;
 - (ii) dire se $L(S) = R^4$ e perché;
 - (iii) dire se S è una base di R^4 e perché;
 - (iv) dire se $(0, 0, 3, 1)$ dipende da S e perché.

3. Sia $f : R^4 \mapsto R^4$ l'endomorfismo tale che $f(x, y, z, t) = (x - y - t, y + z, z - t, x - y)$;
- (i) considerato il sottospazio $W = L\{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 1, 1)\}$ di R^4 , determinare una base di $f(W)$;
 - (ii) dire se f è iniettiva e perché;
 - (iii) dire se f è suriettiva e perché.

4. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si considerino le rette

$$\begin{array}{ll} x - y = 0 & x = 2 + t \\ x - y + z = 0 & y = 1 - t \\ & z = 2 - 2t \end{array}$$

- (i) verificare se r e s sono incidenti, parallele o sghembe;
- (ii) se non sono sghembe rappresentare il piano per r e s ;
- (iii) determinare la distanza di r da s .
- (iv) determinare l'equazione del piano passante per il punto $P(1, 0, 1)$ parallelo sia ad r che ad s .

COGNOME NOME MATRICOLA

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Stabilire quali dei seguenti sottoinsiemi sono sottospazi. Per quelli che lo sono determinare la dimensione e una base.
 - (i) $U = \{(1, 1, 2, 2), (-1, 1, -2, -2)\}$;
 - (ii) $W = \{(x, y, z, t) \in R^4 : x - 2y = 0, z + 3t = 0\}$;
 - (iii) $U \cap W$.

2. Nello spazio vettoriale R^4 si consideri il sottoinsieme $S = \{(1, 1, 1, 1), (1, 2, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 0, 1, 2), (1, 2, 3, 4)\}$;
- (i) dire se S è indipendente e perché;
 - (ii) dire se $L(S) = R^4$ e perché;
 - (iii) dire se S è una base di R^4 e perché;
 - (iv) dire se $(0, 0, 3, 1)$ dipende da S e perché.

3. Sia $f : R^4 \mapsto R^4$ l'endomorfismo tale che $f(x, y, z, t) = (x, y + 2z, z - 3t, x - y - t)$;
- (i) considerato il sottospazio $W = L\{(1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)\}$ di R^4 , determinare una base di $f(W)$;
 - (ii) dire se f è iniettiva e perché;
 - (iii) dire se f è suriettiva e perché.

4. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si considerino le rette

$$\begin{array}{ll} x + y = 0 & x = 2 + t \\ x - y - z = 0 & y = 1 - t \\ & z = 2 - 3t \end{array}$$

- (i) verificare se r e s sono incidenti, parallele o sghembe;
- (ii) se non sono sghembe rappresentare il piano per r e s ;
- (iii) determinare la distanza di r da s .
- (iv) determinare l'equazione del piano passante per il punto $P(1, 0, 0)$ parallelo sia ad r che ad s .

COGNOME NOME MATRICOLA

Risolvere gli esercizi inserendo le risposte negli **spazi predisposti** con indicazione dei **calcoli** effettuati e fornendo **spiegazioni** chiare ed essenziali. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SU ALTRI FOGLI.

1. Stabilire quali dei seguenti sottoinsiemi sono sottospazi. Per quelli che lo sono determinare la dimensione e una base.
 - (i) $U = \{(1, 2, 2, 2), (-1, 2, -2, -2)\}$;
 - (ii) $W = \{(x, y, z, t) \in R^4 : 2x - y = 0, z + 2t = 0\}$;
 - (iii) $U \cap W$.

2. Nello spazio vettoriale R^4 si consideri il sottoinsieme $S = \{(1, 2, 1, 2), (1, 2, 3, 0), (0, 0, 2, 1), (0, 0, 1, 1), (1, 2, 3, 2)\}$; ■
- (i) dire se S è indipendente e perché;
 - (ii) dire se $L(S) = R^4$ e perché;
 - (iii) dire se S è una base di R^4 e perché;
 - (iv) dire se $(0, 0, 3, 1)$ dipende da S e perché.

3. Sia $f : R^4 \mapsto R^4$ l'endomorfismo tale che $f(x, y, z, t) = (x - y - t, y + z, z - t, x - y)$;
- (i) considerato il sottospazio $W = L\{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 1, 1)\}$ di R^4 , determinare una base di $f(W)$;
 - (ii) dire se f è iniettiva e perché;
 - (iii) dire se f è suriettiva e perché.

4. Fissato nello spazio un riferimento cartesiano monometrico ortogonale, si considerino le rette

$$\begin{array}{ll} x - y = 0 & x = 2 + t \\ x - y + z = 0 & y = 1 - t \\ & z = 2 - 2t \end{array}$$

- (i) verificare se r e s sono incidenti, parallele o sghembe;
- (ii) se non sono sghembe rappresentare il piano per r e s ;
- (iii) determinare la distanza di r da s .
- (iv) determinare l'equazione del piano passante per il punto $P(1, 0, 1)$ parallelo sia ad r che ad s .