

# PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1

*Corso di laurea in Matematica*

10 Giugno 2021

Prof. N. Fusco

Nome e cognome (in stampatello):

Numero di Matricola:

1) (6 punti) Determinare il dominio della funzione

$$(|\sin x| - |\cos x|)^{\frac{1}{\tan x}} + \arcsen \log x.$$

2) (7 punti) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x + 2 \log(\cos x)}{(1+x)^{x^2} - 1 - x^3}.$$

3) (10 punti) Data la funzione  $f(x) = x + \log(1+x) - x^2 \log\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ , determinarne l'insieme di definizione, gli eventuali punti di discontinuità e gli eventuali asintoti e studiare il segno di  $f'$  e  $f''$ . Quindi tracciare un grafico approssimativo di  $f$ . (Sugg: può essere utile ricordare che  $\log(1+t) < t$  per ogni  $t > 0$ )

4) (7 punti) Calcolare

$$\int_{-1}^1 \left( \sin x e^{x^2} + \frac{|x|}{x^2 + 1 + \sqrt{x^2 + 1}} \right) dx.$$

5) (7 punti) Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt[n]{n}} \right)^{\alpha}$$

al variare del parametro  $\alpha > 0$ .