

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1

Corso di laurea in Matematica

10 Giugno 2021

Prof. N. Fusco

Nome e cognome (in stampatello):

Numero di Matricola:

- 1) (*6 punti*) Determinare il dominio della funzione

$$(|\sin x| - |\cos x|)^{\frac{1}{\tan x}} + \arcsen \log x.$$

- 2) (*7 punti*) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x + 2 \log(\cos x)}{(1+x)^{x^2} - 1 - x^3}.$$

- 3) (*10 punti*) Data la funzione $f(x) = x + \log(1+x) - x^2 \log\left(1 + \frac{1}{x}\right)$, determinarne l'insieme di definizione, gli eventuali punti di discontinuità e gli eventuali asintoti e studiare il segno di f' e f'' . Quindi tracciare un grafico approssimativo di f .
(Sugg: può essere utile ricordare che $\log(1+t) < t$ per ogni $t > 0$)

- 4) (*7 punti*) Calcolare

$$\int_{-1}^1 \left(\sin x e^{x^2} + \frac{|x|}{x^2 + 1 + \sqrt{x^2 + 1}} \right) dx.$$

- 5) (*7 punti*) Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{\sqrt[n]{n}}\right)^{\alpha}$$

al variare del parametro $\alpha > 0$.