

# PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1

*Corso di laurea in Matematica*

7 Ottobre 2022

Prof. N. Fusco

Nome e cognome (in stampatello):

Numero di Matricola:

1) (6 punti) Determinare il dominio della funzione

$$\log\left(\frac{|\cos x| - \frac{1}{2}}{\sin x}\right) + (\tan^3 x - \tan x)^{\sqrt{x^2 - x - 2}}.$$

2) (6 punti) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^3 \left( \operatorname{arctg}^2 \frac{1}{x^2} - \operatorname{arctg}^2 \frac{1}{x} \right)}{x \tan 3x - \sin^2 2x + \sin^2 x}.$$

3) (10 punti) Data la funzione

$$f(x) = x e^{\frac{1}{x-x^2}},$$

determinarne eventuali puntuali di discontinuità, eventuali asintoti e studiare il segno di  $f$  e di  $f'$ . Provare inoltre, senza calcolare esplicitamente  $f''$ , che  $f$  ha (almeno) due punti di flesso obliqui.

4) (6 punti) Calcolare

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 4x}{\cos x \sqrt{1 + \cos x}} dx.$$

5) (6 punti) Determinare il comportamento della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\log(1 + \sqrt{n^\alpha})}{n^\alpha} \left(1 - e^{-\frac{1}{n-n^2}}\right)$$

al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ .