

PROVA SCRITTA DI ANALISI MATEMATICA 1

Corso di laurea in Matematica

27 gennaio 2023

Prof. N. Fusco

Nome e cognome (in stampatello):

Numero di Matricola:

1) (6 punti) Determinare il dominio della funzione

$$f(x) = \left(\frac{|x^2 - 1| - 2}{x + 5} \right)^{\frac{1}{x^2 - x}} + \arcsin \left(\frac{e^x - 1}{e^{2x}} \right).$$

2) (6 punti) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\operatorname{sen}^4(2 - \sqrt{4 - x})}{\log(6 - \sqrt{25 - x}) \tan(6 - \sqrt{36 - x}) (\log(1 + x + x^2) - x)}.$$

3) (7 punti) Data la funzione

$$f(x) = \tan x e^{\cot x},$$

- i) determinare dominio e segno della funzione, eventuali punti di discontinuità e asintoti;
- ii) determinare crescita e decrescita, massimi e minimi relativi;
- iii) calcolare la derivata seconda e discuterne il segno.

4) (6 punti) Calcolare

$$\int_2^\infty \frac{\arctan \sqrt{1 + x}}{x^2} dx.$$

5) (6 punti) Determinare il comportamento della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\operatorname{arctg}(n+2) - \operatorname{arctg} n)^\alpha}{\sqrt{n+2} - \sqrt{n}}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.