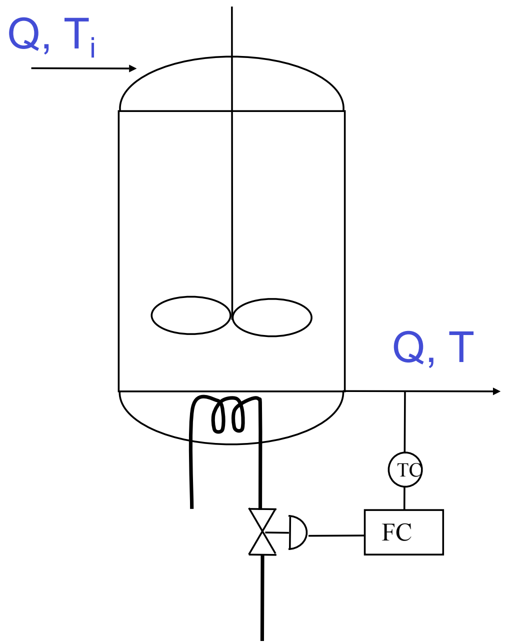
Controllo a retroazione

- E' il tipo di controllo più antico.

- SHT: la temperatura in uscita può variare perché vogliamo cambiare il set point o per effetto di disturbi
  - Controllo di tipo servomeccanismo
  - Controllo regolativo
- Strategia:
  - Misura di T con uno strumento (termocoppia)
  - Confronto il valore misurato con il set point
  - Errore inviato al controllore
  - Manipolazione valvola e portata liquido tecnico



Controllo a retroazione

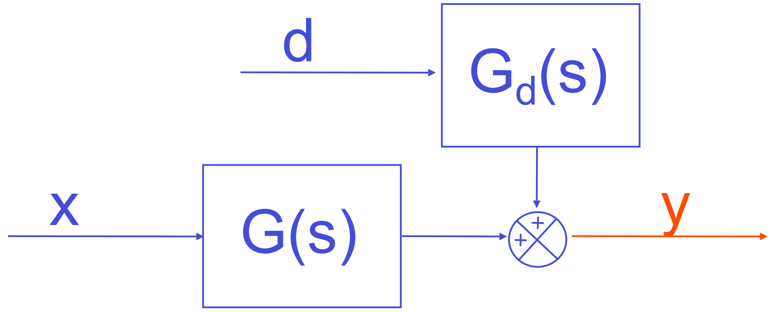
- La combinazione del processo e del controllore è il sistema di controllo feedback
  - Processo
  - Misuratore
  - Comparatore
  - Controllore
  - Attuatore (Finale)

- Ciascun elemento è caratterizzato da una funzione di trasferimento.

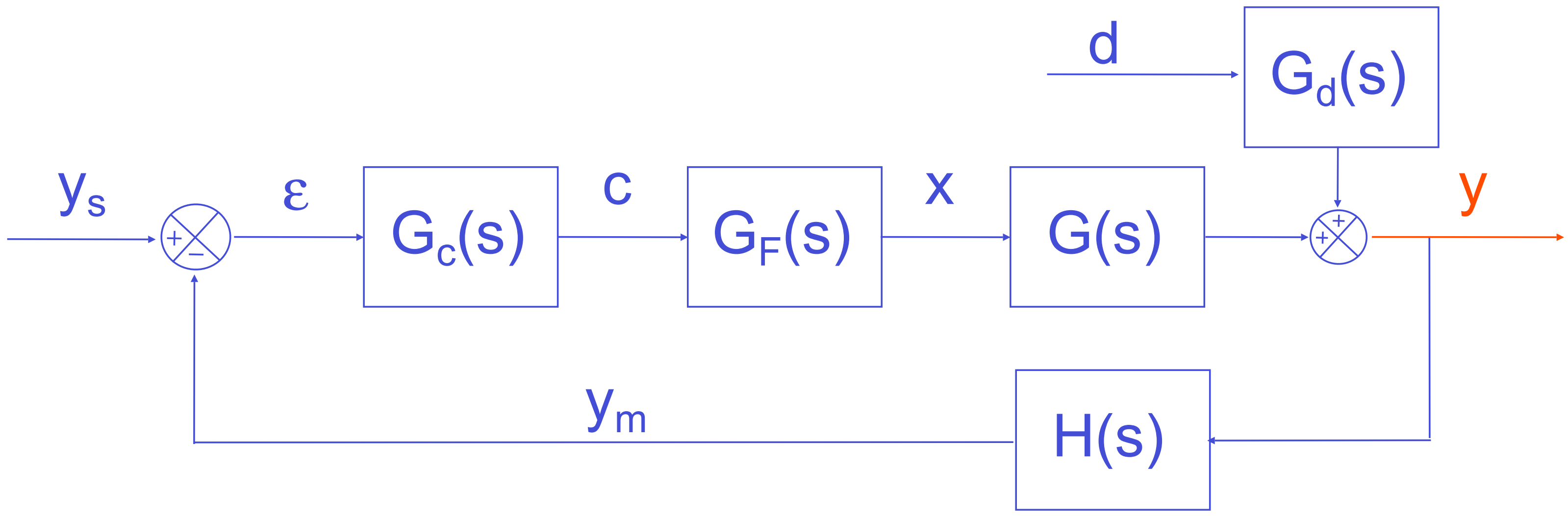
- Vediamo ora il corrispondente sistema a blocchi

Controllo a retroazione

- Sistema senza controllo:



- Sistema con controllo feedback a singolo anello



Controllo a retroazione

- Come sempre possiamo descrivere il sistema a blocchi con equazioni nel dominio di Laplace:
  - Misura: $y_m = Hy$
  - Comparatore: $\varepsilon = y_s - y_m$
  - Controllore: $c = G_c \, \varepsilon$
  - Finale: $x = G_F \, c$

Controllo a retroazione

- Nella sua globalità il sistema di controllo feedback esaminato ha due ingressi ed una uscita:
  - d e y_s
  - y
- Possiamo perciò determinare la risposta del sistema controllato sulla base delle varie funzioni di trasferimento:

$$x = G_F\, c = G_F G_c\, \varepsilon = G_F G_c \left(y_s - y_m\right) = G_F G_c \left(y_s - Hy\right)$$

- Risolvendo per y:

$$y = G\, x + G_d d$$

$$y = \frac{G_F G_c G}{1 + G_F G_c G H} y_s + \frac{G_d}{1 + G_F G_c G H} d$$

Closed loop transfer functions

Controllo a retroazione

$$y = \frac{G_F G_c G}{1 + G_F G_c G H} y_s + \frac{G_d}{1 + G_F G_c G H} d$$

- NB:
  - I denominatori sono identici: prodotto delle funzioni di trasferimento nel loop sommate con 1
  - I numeratori delle due FT sono i prodotti delle FT tra y_s e y e tra d e y, rispettivamente.

- Proprietà generale per un feedback ad anello singolo:

$$CLTF = \frac{\Pi_D}{1 + \Pi_L}$$

Controllo a retroazione

- Il tipo di controllore scelto determina la G_c.

- Esistono vari tipi di controllori:
  - Proporzionali P
  - Integrali I
  - Proporzionali Derivativi PD
  - Proporzionali Integrali PI
  - Proporzionali Integrali Derivativi PID

- Ovviamente le proprietà ed i

Controllo a retroazione

- Azione proporzionale

- L'azione proporzionale lega algebricamente l'ingresso ε e l'uscita c secondo una costante di guadagno K_c.

$$c = K_c \varepsilon$$

- E' una azione semplice da realizzare e non introduce sfasamento. (Sistema di puro guadagno)

- Nella letteratura tecnica non si usa K_c ma la cosiddetta Banda Proporzionale PB.

Controllo a retroazione

- PB: $$PB = \frac{100}{K_c} = \frac{100}{\frac{c/c_{FS}}{\varepsilon/\varepsilon_{FS}}} = \frac{100\ \varepsilon/\varepsilon_{FS}}{c/c_{FS}}$$

- Banda Proporzionale: ampiezza dell'errore (in percentuale sul fondo scala) che manda a fondo scala l'uscita

- Maggiore è K_c più incisivo è il controllore

Controllo a retroazione

- Azione integrale

- L'azione integrale determina una manipolazione che tiene conto della storia dell'errore:

$$c(t) = \frac{K_c}{\tau_I} \int_0^t \varepsilon(r)\, dr + c_s$$

$$c'(s) = \frac{K_c}{\tau_I} \frac{1}{s}$$

- Il parametro τ_I si chiama tempo di reset
- L'azione integrale introduce uno sfasamento.

Controllo a retroazione

- Azione derivativa

- L'azione derivativa conferisce un carattere anticipativo:

$$c(t) = K_c \tau_D \frac{d}{dt} \varepsilon(t) + c_s$$

$$c'(s) = K_c \tau_D s$$

- L'azione integrale introduce un anticipo.
- Derivando anche la componente dei segnali ad alta frequenza ed affetta da rumore, l'azione derivativa può causare un eccessivo movimento degli attuatori. In genere il segnale alimentato viene filtrato

Controllo a retroazione

- In genere l'azione derivativa non è mai usata da sola

- Funzione di trasferimento di PID

$$c'(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s \right) \varepsilon$$

- Il successo dei regolatori PID è legato a diversi fattori:
  - Ampia possibiltà di applicazione
  - Semplicità di taratura
  - Economicità

Risposta di un sistema controllato

- Studiamo la dinamica di un sistema controllato.
- Facciamo le seguenti ipotesi semplificative:

$$G = \frac{K}{\tau s + 1}, \qquad G_D = \frac{1}{\tau s + 1}$$

$$G_F = H = 1,$$

$$G_c = K_C$$

- Il controllore è proporzionale

- Caso I: Step nel setpoint, ovvero vogliamo portare il setpoint del sistema ad un nuovo valore.

Risposta di un sistema controllato

- Problema di tipo SERVO

$$y = \frac{K_c \frac{K}{\tau s + 1}}{1 + K_c \frac{K}{\tau s + 1}} y_s = \frac{K_c K}{1 + K_c K} \times \frac{1}{\frac{\tau}{1 + K_c K} s + 1} \times \frac{A}{s} = \frac{K^*}{\tau^* s + 1} \times \frac{A}{s}$$

- Il sistema resta del I ordine. La risposta è quindi:

$$y(t) = AK^* \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau^*}} \right) u(t)$$

- A tempi lunghi resta un offset:

$$\lim_{t \to \infty} y(t) = AK^* = A \frac{K_c K}{1 + K_c K} \leq A$$

Risposta di un sistema controllato

- La risposta raggiunge il valore desiderato (A) solo se K_C è infinito.

- Analogamente se il problema è regolativo.

- La costante di tempo diminuisce: $\tau^* = \dfrac{\tau}{1+K_c K}$. Il sistema è più pronto al crescere di K_C.

Risposta di un sistema controllato

- Consideriamo un controllore PI per lo stesso problema:

$$y = \frac{K_c\left(1+\frac{1}{\tau_I s}\right)\frac{K}{\tau s+1}}{1+K_c\left(1+\frac{1}{\tau_I s}\right)\frac{K}{\tau s+1}}\,y_s = \frac{K_c K\left(\tau_I s+1\right)}{\tau\tau_I s^2+\tau_I\left(1+K_c K\right)s+K_c K}\times\frac{A}{s}$$

- 1 zero e 2 poli
- La dinamica del sistema controllato è più complessa: potremmo avere overshoots, se un polo ha parte reale positiva anche instabilità
- Comportamento a tempi lunghi(se possibile):
  - Non c'è offset! $\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} sy(s) = A$