

Configurazione del controllore

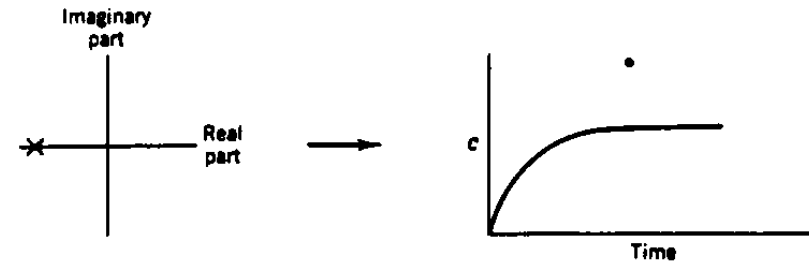
- A grandi linee la configurazione del controllore viene effettuata in modo da garantire due obiettivi:
 - Stabilità del processo controllato
 - Adeguatezza della risposta alle necessità processistiche
 - Offset nullo
 - Oscillazioni non eccessive
 - Prontezza della risposta...

Stabilità ad anello chiuso

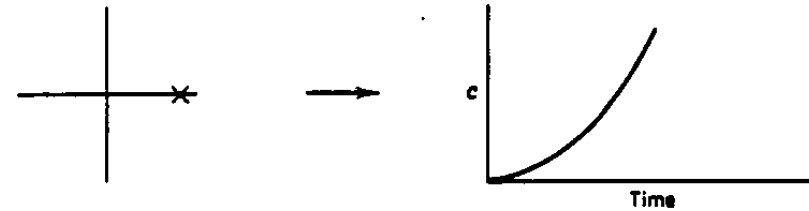
- Il concetto di stabilità andrebbe precisato matematicamente.

- Siamo interessati alla stabilità cosiddetta **BIBO**: Bounded Input Bounded Output

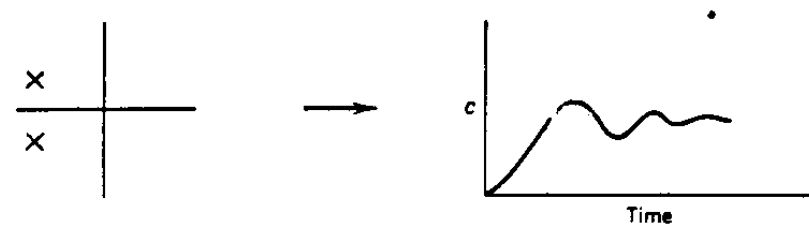
- L'introduzione del controllo può causare:
 - la stabilizzazione di un processo inerentemente instabile
 - La destabilizzazione di un processo



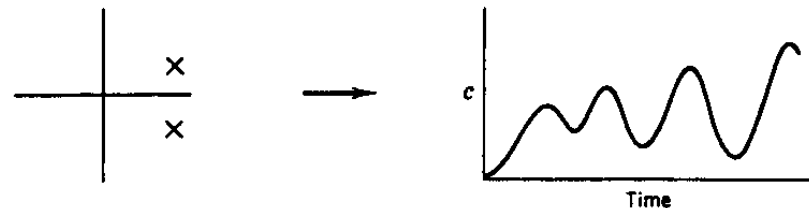
(a) Negative real root



(b) Positive real root



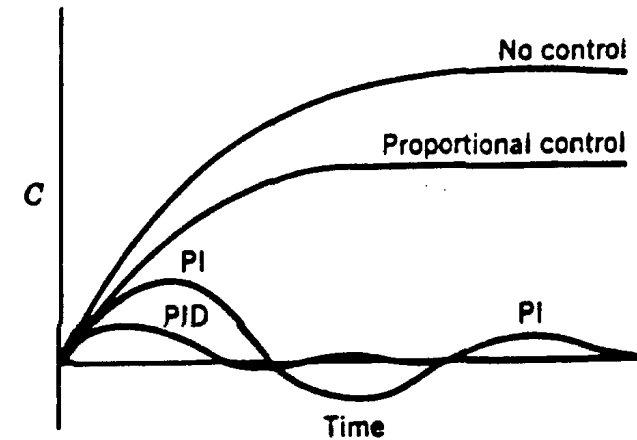
(c) Complex roots (negative real parts)



(d) Complex roots (positive real parts)

Progetto di un controllore feedback tradizionale

- P
 - Semplice.
 - Inerentemente stabile quando ben configurato
 - Facile da configurare.
 - Offset allo stazionario.
- PI
 - No offset.
 - Migliore risposta di I
 - Possibilità di instabilità
- PD
 - Stabile.
 - Meno offset di P
 - Riduce i tempi di risposta.
- PID
 - Più complesso
 - Risposta rapida
 - No offset.
 - Difficile da configurare
 - Migliore se...

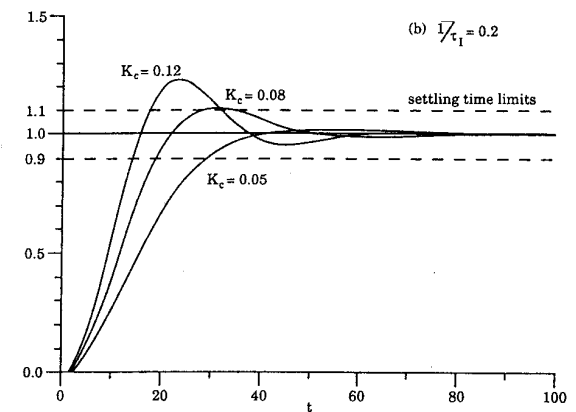
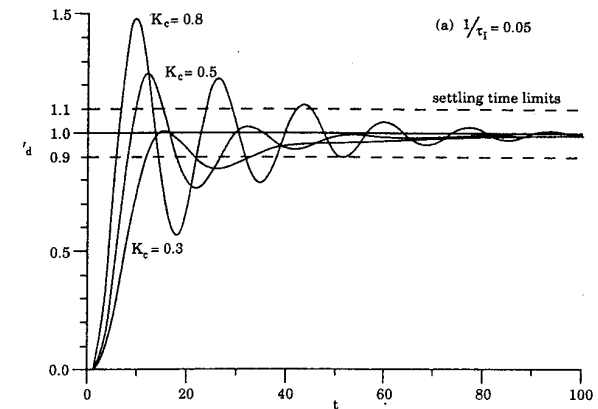
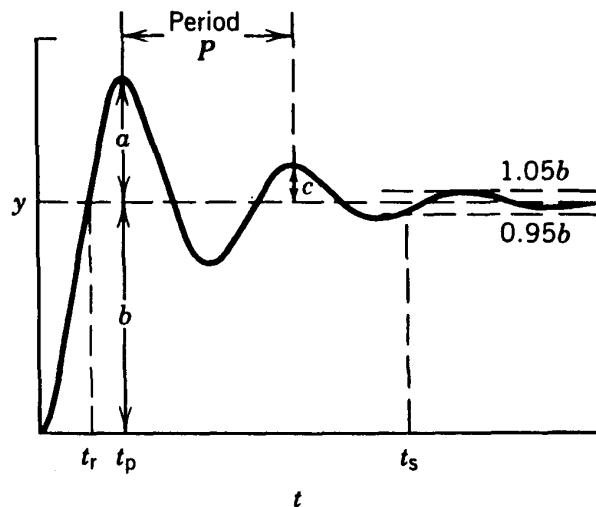


Controller	Pneumatic	Electronic
P	\$ 840	\$1470
PI	\$ 900	\$1350
PID	\$1000	\$1470

Progetto di un controllore feedback

Criteri sulla risposta

- Obiettivi
- t_r minimo
- t_s minimo
- Overshoot specificato
- Rapporto di decadimento fissato



Progetto di un controllore feedback

Criteri integrali

- Si sceglie il tuning in modo da minimizzare un integrale della risposta

1. Integral of square error (ISE)

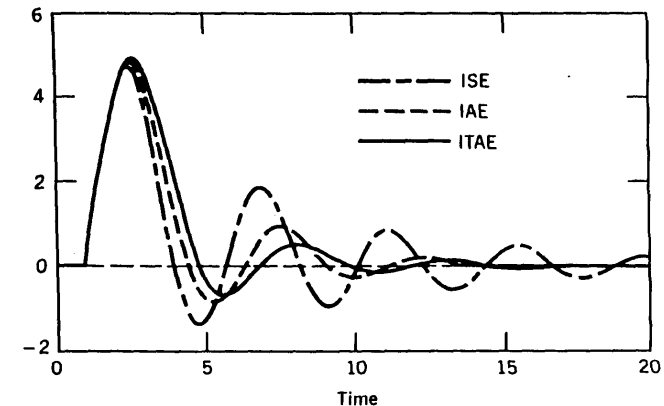
$$ISE = \int_0^{\infty} [e(t)]^2 dt$$

- 2. Integral of absolute value of error (IAE)

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt$$

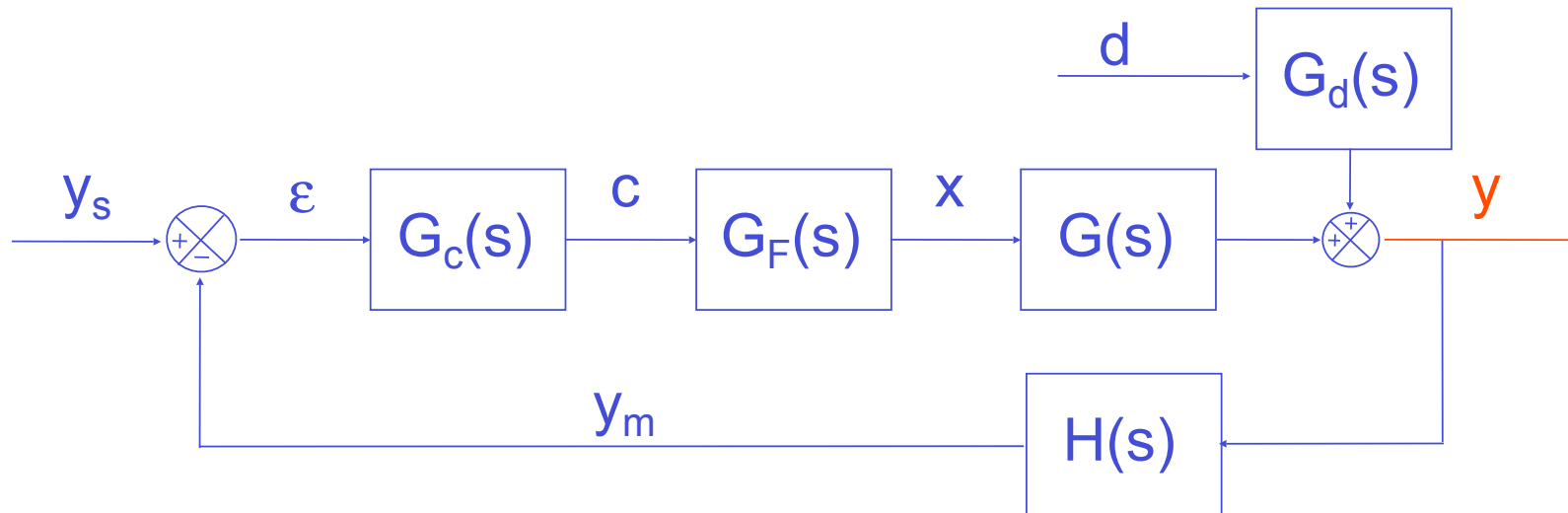
- 3. Time-weighted IAE

$$ITAE = \int_0^{\infty} t |e(t)| dt$$



Stabilità ad anello chiuso

- Consideriamo il generico sistema controllato con feedback a singolo anello



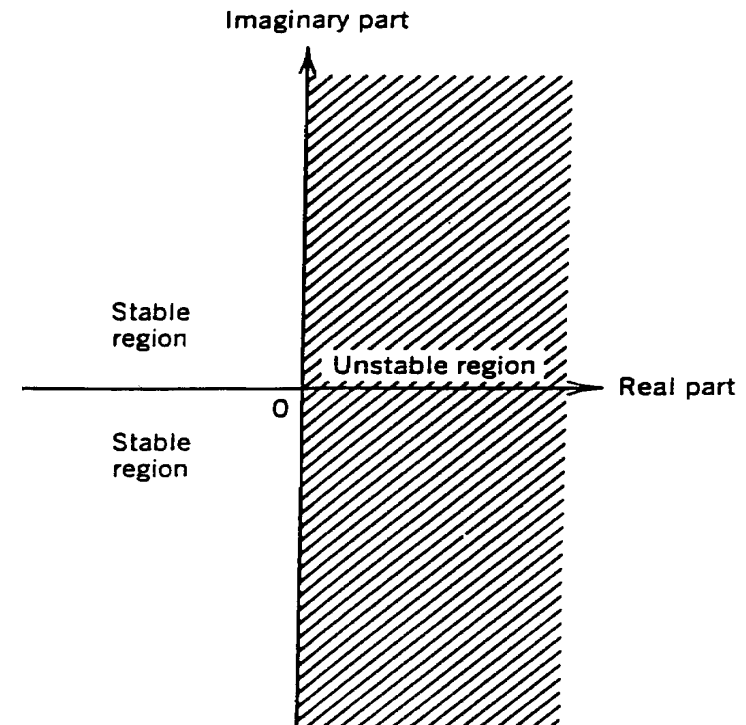
$$y = \frac{G_F G_c G}{1 + G_F G_c G H} y_s + \frac{G_d}{1 + G_F G_c G H} d$$

Stabilità ad anello chiuso

- Il denominatore delle due funzioni di trasferimento è identico.
- Per il momento consideriamo un problema di tipo servo

$$y = \frac{G_F G_c G}{1 + G_F G_c G H} y_s$$

- Perché il sistema sia BIBO stabile i poli della funzione di trasferimento devono avere tutti parte reale negativa.



Stabilità ad anello chiuso

- Facciamo alcune semplificazioni irrilevanti ai fini del discorso: $G_f=1$
- Inoltre assumiamo:

$$GG_c = \frac{N_1}{D_1} e^{-\alpha_1 s}, \quad H = \frac{N_2}{D_2} e^{-\alpha_2 s}$$

$$\frac{G_c G}{1 + G_c G H} = \frac{\frac{N_1}{D_1} e^{-\alpha_1 s}}{1 + \frac{N_1}{D_1} \frac{N_2}{D_2} e^{-\alpha_1 s} e^{-\alpha_2 s}} = \frac{N_1 D_2 e^{-\alpha_1 s}}{D_1 D_2 + N_1 N_2 e^{-(\alpha_1 + \alpha_2) s}}$$

Stabilità ad anello chiuso

- Quindi le radici del polinomio a denominatore sono i poli e determinano la stabilità.

- Ma:

$$1 + G_c GH = 0$$

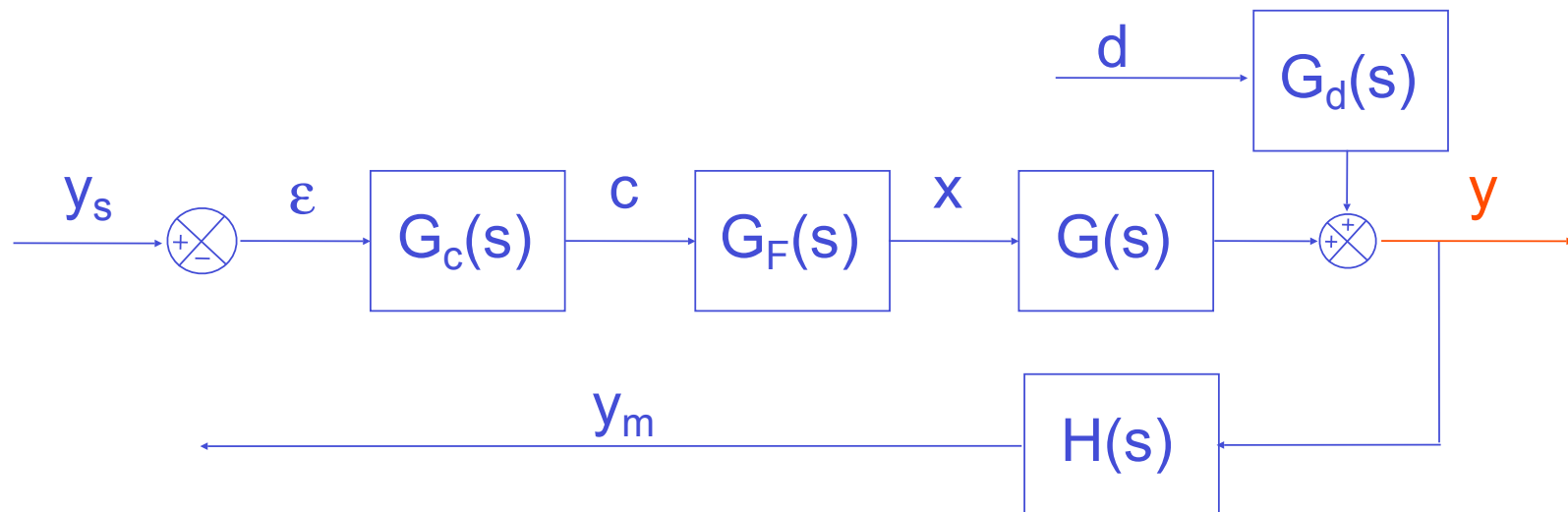
$$1 + \frac{N_1}{D_1} \frac{N_2}{D_2} e^{-\alpha_1 s} e^{-\alpha_2 s} = 0$$

$$D_1 D_2 + N_1 N_2 e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)s} = 0$$

- Quindi le proprietà di stabilità sono dettate dalle radici dell'equazione $1 + GG_c H = 0$.
- Questa equazione viene detta equazione caratteristica del feedback.

Stabilità ad anello chiuso

- Il prodotto di funzioni di trasferimento nell'equazione caratteristica viene detta G di Open Loop (G_{OL}) perché è la funzione di trasferimento che si ottiene se tagliamo l'anello prima del comparatore:



$$y_m = G_F G_c G H y_s = G_{OL} y_s$$

Stabilità ad anello chiuso

- Quando è presente anche il disturbo dobbiamo considerare anche G_d .

$$GG_c = \frac{N_1}{D_1} e^{-\alpha_1 s}, \quad G_d = \frac{N_d}{D_d} e^{-\alpha_d s}, \quad H = \frac{N_2}{D_2} e^{-\alpha_2 s}$$

$$\frac{G_d}{1 + G_c GH} = \frac{\frac{N_d}{D_d} e^{-\alpha_d s}}{1 + \frac{N_1}{D_1} \frac{N_2}{D_2} e^{-\alpha_1 s} e^{-\alpha_2 s}} = \frac{D_1 D_2 N_d e^{-\alpha_d s}}{D_d \left[D_1 D_2 + N_1 N_2 e^{-(\alpha_1 + \alpha_2) s} \right]}$$

- Quindi le proprietà di stabilità sono ancora dettate dalle radici dell'equazione $1 + GG_c H = 0$. Cui va aggiunta la radice di D_d .

Stabilità ad anello chiuso

- Lo studio della stabilità si riconduce quindi allo studio delle radici della equazione caratteristica.
- Studieremo due diverse tecniche
 - Root Locus (cenni)
 - Risposta in frequenza

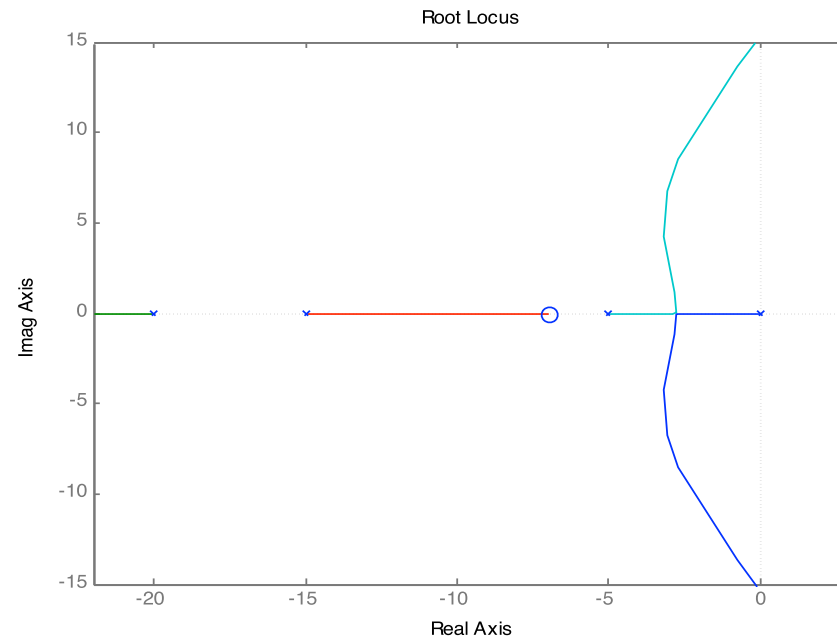
Il root locus

- Un approccio alla analisi della stabilità è basato sulla ricostruzione di tutti i poli del sistema a loop chiuso studiando l'equazione caratteristica al variare di K_c .
- Il root locus è il diagramma nel piano complesso di tutte le radici dell'equazione caratteristica **al variare del gain del controllore** da 0 a $+\infty$.
- Tale ricostruzione si può effettuare per via numerica (p.e. Matlab)

Il root locus

- Esempio in Matlab $G_{OL} = \frac{s+7}{s(s+5)(s+15)(s+20)}$

```
>> num=[1 7];  
>> den=conv(conv([1 0],[1 5]),conv([1 15],[1 20]));  
>> sys=tf(num,den);  
>> rlocus(sys)  
>> axis([-22 3 -15 15])
```



Il root locus

- Il root locus è simmetrico rispetto alla ascissa (ovviamente)
- Regole per la costruzione per $G_{OL} = \frac{N}{D}$ con N di grado n e D di grado $d \geq n$
 - Numero di rami = Numero di poli OL d
 - I rami nascono nei poli OL e terminano negli zeri OL o all'infinito (d-n). In quest'ultimo caso seguendo degli asintoti.
 - Tratti sull'asse reale se la somma del numero di poli e zeri a destra è dispari (NB poli o zeri multipli vanno contati con la loro molteplicità)

Il root locus

- Regole per la costruzione per $G_{OL} = \frac{N}{D}$ con N di grado n e D di grado $d \geq n$

- Centro di gravità $\gamma = \frac{\sum_{j=1}^d p_j - \sum_{j=1}^n z_j}{d - n}$

- Asintoti (d-n): i rami vanno all'infinito secondo rette che partono dal centro di gravità con angolo:

$$\pi \frac{2k+1}{d-n}, \quad k = 0, 1, \dots, d-n-1$$