



Esame 23/2/2007

Metodi per l'Analisi dei Dati Sperimentali AA 2006/07

Nome..... Cognome.....

Matricola.....

Motivate tutti i passaggi facendo cenno alle nozioni di teoria che utilizzate.

1) 6 Punti

Si consideri una variabile aleatoria X la cui densità di probabilità (PDF) è $f_x = \frac{1}{\pi(1+y^2)}$.

Si consideri la variabile aleatoria Y ottenuta trasformando non linearmente la X : $Y=\exp(X)$.

- a) Si verifichi che la f_x sia effettivamente una PDF;
- b) Si determini la pdf della nuova variabile aleatoria;
- c) Si determinino la media e la varianza di Y .

Risposte

2) 8 punti

Sia χ_n una variabile aleatoria Chi-quadro ad n gradi di libertà.

Utilizzando le tabelle si calcoli:

- a. la probabilità: $P\{x \leq 11.0\}$ con $n = 6$
- b. la costante c_1 (reale positiva) tale che: $P\{x \leq c_1\} = 0.6$ con $n = 10$
- c. il valore di n tale che $P\{x \leq 1.1\} = 0.1$

Sia $F(m,n)$ una variabile aleatoria di Fischer ad (m,n) gradi di libertà.

Utilizzando Matlab si calcoli:

- a. la costante c_2 (reale positiva) tale che: $P\{1.0 \leq f \leq c_2\} = 0.2$ con $m = 4, n = 5$
- b. il valore di n tale che: $P\{1.3 \leq f \leq 2.0\} = 0.14$ con $m = 3$
- c. la coppia (m, n) tale che: $P\{0.7 \leq f \leq 1.1\} = 0.15$

Risposte

3) 8 punti

Lo spessore di un tubo è determinato dalla differenza di misura del raggio interno R_i e quello esterno R_e . Sono state eseguite 10 prove sperimentali per il raggio interno ed altrettante per quello esterno pervenendo ai seguenti risultati:

$$\bar{R}_i = 9\text{cm}, \bar{R}_e = 10\text{cm}, \sum_{i=1}^{10} (R_i - \bar{R}_i)^2 = 4.5\text{cm}^2, \sum_{i=1}^{10} (R_e - \bar{R}_e)^2 = 4.5\text{cm}^2$$

Si suppone che le misure siano variabili aleatorie di tipo Gaussiano. Determinate l'intervallo di fiducia al 95% per lo spessore del tubo.

Suggerimento: Può convenire considerare la variabile aleatoria ΔR differenza dei raggi.

Risposte**4) 12 punti**

Una campagna sperimentale sulla cinetica di reazione di un enzima ha prodotto i seguenti risultati:

X	r(X)
0.2	0.391
0.3	0.492
0.4	0.686
0.5	0.924
0.6	1.153
0.7	1.508
0.8	1.686
0.9	1.871

dove X è la concentrazione dell'enzima ed r è la velocità misurata.

Si suppone che un buon modello in grado di descrivere i dati riportati sia il seguente:

$$r(X) = \frac{a \cdot X}{b \cdot X^2 + c \cdot X + 1}$$

dove a , b e c sono parametri del modello.

- si effettui una stima dei parametri del modello linearizzato
- a partire dai valori dei parametri stimati al punto a) si effettui una stima dei parametri del modello non lineare
- si diagrammino i dati sperimentali e la curva prevista dal modello
- nell'ipotesi in cui $b = 0$, si linearizzi il modello e si calcolino:
 - gli intervalli di fiducia dei parametri per $\gamma = 95\%$
 - gli intervalli di fiducia per la velocità di reazione a ciascuna concentrazione
 - effettuare un test delle ipotesi sulla pendenza (p) e sull'intercetta (i) del modello con $\alpha = 0.08$ e:
 - $H_0: i = 2.7$
 - $H_1: i \neq 2.7$
 - $H_0: p = -2.5$
 - $H_1: p \neq -2.5$